

51. Internationale PhysikOlympiade Vilnius, Litauen 2020



Wettbewerbsleitung

Dr. Stefan Petersen

Sabrina Borchert

Tel.: 0431 / 880 - 5120

Tel.: 0431 / 880 - 5387

email: petersen@ipho.info

email: sekretariat@ipho.info

Anschrift: IPN an der Universität Kiel

Olshausenstraße 62

24118 Kiel

Fax: 0431 / 880 - 3148

Webseite: www.ipho.info

Lösungen und Bewertungsvorschläge zu den Aufgaben der 1. Runde im Auswahlwettbewerb zur 51. IPhO 2020

**Nur für die betreuenden Lehrerinnen und Lehrer.
Nicht vor Oktober 2019 an Schülerinnen und Schüler weitergeben!**

Sehr geehrte Fachlehrerin, sehr geehrter Fachlehrer,

Ihnen gebührt unser besonderer Dank. Ohne Ihr Engagement bei der Betreuung der Teilnehmenden sowie bei der Korrektur der Arbeiten wäre es uns nicht möglich, den Auswahlwettbewerb für die Internationale PhysikOlympiade in dieser Form durchzuführen. Wir bitten Sie daher auch in diesem Jahr herzlich, Ihre Schülerinnen und Schüler zur Teilnahme an dem Wettbewerb anzuregen und die von Ihren Kandidatinnen bzw. Kandidaten bis zum 13. September 2019 abzugebenden Bearbeitungen anhand dieser Musterlösung zu bewerten. Stichtag für die Online-Übermittlung der Ergebnisse und die Einsendung der bewerteten Bearbeitungen der 1. Runde an Ihre(n) zuständige(n) Landesbeauftragte(n) ist der **27. September 2019**. Ermuntern Sie Ihre Schülerinnen und Schüler gerne auch zur frühzeitigen Abgabe einzelner Aufgabebearbeitungen, damit sie zum Ende hin nicht alle Aufgaben auf einmal lösen müssen.

Es liegt in der Natur eines Wettbewerbes, dass nicht alle Teilnehmenden bis in die Endrunde gelangen können. Wir denken, dass sich eine Teilnahme aber in jedem Fall lohnt. Neben spannenden Aufgaben und der Möglichkeit, interessante Kontakte zu knüpfen, erhalten auch Teilnehmende, die nicht in die nächste Runde gelangen, eine Teilnahmebestätigung.

Weitere Informationen zum Ablauf der 1. und der weiteren Runden sind unter www.ipho.info zu finden.

Wir freuen uns sehr über Ihre Unterstützung und wünschen Ihnen sowie Ihren Schülerinnen und Schülern viel Erfolg! Ihr IPhO-Team am IPN in Kiel.

Bitte beachten Sie unbedingt auch die Hinweise auf der Folgeseite!

Hinweise zur 1. Wettbewerbsrunde für betreuende Lehrkräfte

Für den Auswahlwettbewerb zur Internationalen PhysikOlympiade gibt es ein **Online-Anmeldungs- und -Bewertungsverfahren**, das nachfolgend beschrieben ist.

Registrierung bzw. Anmeldung als betreuende Lehrkraft

- Wenn Sie bereits für die IPhO oder eine andere der vom IPN organisierten ScienceOlympiaden elektronisch registriert sind, melden Sie sich mit Ihren Nutzerdaten bitte für den aktuellen Wettbewerb als Betreuerin bzw. Betreuer an. Ein erneutes Zufaxen des bei der Anmeldung noch einmal erzeugten Formulars ist in diesem Fall nicht erforderlich, auch wenn das System Sie dazu auffordert.
- Falls Sie noch nicht bei uns registriert sind, registrieren Sie sich bitte so bald wie möglich als betreuende Lehrkraft. Den Link dazu finden Sie unter www.ipho.info. Drucken Sie zum Abschluss der Registrierung das erzeugte Formular aus und faxen Sie es zur Freischaltung Ihrer Daten mit einem Schulstempel versehen an das Wettbewerbssekretariat.
- Nach erfolgreicher Freischaltung für den Wettbewerb erhalten Sie diese Musterlösung von uns noch einmal in elektronischer Form per E-Mail.
- Geben Sie bitte in beiden Fällen den bei der Registrierung erzeugten Lehrercode an die von Ihnen betreuten Teilnehmenden weiter, damit diese Ihnen zugeordnet werden können.

Bearbeitung der Aufgaben durch Schülerinnen und Schüler

- Schülerinnen und Schüler bearbeiten die Aufgaben der 1. Runde in Hausarbeit. Dabei sind nur Einzelarbeiten zugelassen. Die Ausarbeitungen sollten bis zum **13. September 2019** bei Ihnen abgegeben werden, damit Sie die Korrektur durchführen und die Ergebnisse rechtzeitig weitergeben können (s. auch unten). Sie können mit Ihren Schülerinnen und Schülern individuell auch andere Termine verabreden, sofern der Rückmeldetermin an die Landesbeauftragten eingehalten wird.
- Vor der Abgabe der Arbeit müssen sich teilnehmende Schülerinnen und Schüler ebenfalls online registrieren bzw. anmelden und das erzeugte Adressformular ggf. korrigiert der Bearbeitung beilegen.

Bewertung der Arbeiten und Übermittlung der Ergebnisse

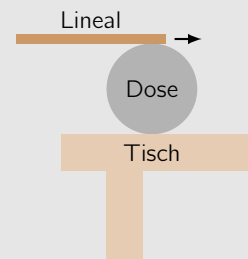
- Bewerten Sie die Ausarbeitungen Ihrer Kandidaten bitte anhand dieser Musterlösung und füllen Sie jeweils einen Bewertungsbogen (s. letzte Seite) aus.
- Gemäß den Gepflogenheiten bei der Internationalen PhysikOlympiade sollte bei der Bewertung der Arbeit die Richtigkeit der Lösung im Mittelpunkt stehen, nicht die Sauberkeit der Ausarbeitung und der sprachliche Ausdruck. Die jeweils angegebenen Punktzahlen beziehen sich auf einen möglichen Lösungsweg. In der Regel gibt es neben dem von uns angegebenen auch andere richtige Lösungswege. Bei anderen Lösungswegen muss die Bewertung sinngemäß abgeändert werden, wobei die Gesamtpunktzahl pro Aufgabe beizubehalten ist.
- Schülerinnen und Schüler, die im Schuljahr 2019/2020 noch nicht die vorletzte Jahrgangsstufe erreicht haben, können durch die Bearbeitung der **Junioraufgabe** einen Bonus von maximal 10 Punkten erreichen.
- Die Punktegrenze für das Erreichen der 2. Runde liegt in diesem Jahr bei **30 Punkten**.
- Teilen Sie uns bitte die Bewertungsergebnisse Ihrer Schülerinnen und Schüler **online** mit. Einen Link zu der Seite finden Sie unter www.ipho.info. Nach Eingabe der Bewertungsergebnisse wird zur Kontrolle eine Zusammenfassung der eingegebenen Ergebnisse erzeugt.
- Schicken Sie die bewerteten Arbeiten zusammen mit den Adressformularen, den Bewertungsbögen und der Zusammenfassung der Bewertung bis spätestens **27. September 2019** an Ihre(n) Landesbeauftragte(n). Kontaktinformationen zu den Landesbeauftragten finden Sie unter www.ipho.info.

Bei Fragen oder Problemen helfen Ihnen die Landesbeauftragten und das IPhO-Team am IPN gerne weiter.

Aufgabe 1 Kurz nachgedacht
(10 Pkt.)

Fit für die IPhO? Finde zu jeder der folgenden fünf Fragen den richtigen Lösungsbuchstaben und begründe deine Entscheidung physikalisch.

- a) Das Ende eines Lineals liegt auf einer zylindrischen Dose, die wiederum auf einem Tisch liegt. Das Lineal wird horizontal bewegt, so dass die Dose über den Tisch rollt. Dabei rutschen weder das Lineal noch die Dose.



Um welche Strecke hat sich das Lineal relativ zum Tisch bewegt, wenn die Dose eine volle Drehung vollführt hat?

- A Die Hälfte des Umfangs der Dose
 B Den Umfang der Dose
 C Das Doppelte des Umfangs der Dose
 D Mehr als das Doppelte des Umfangs der Dose
- b) Ein sehr kleiner Puck kann sich reibungsfrei auf einem Luftkissentisch bewegen. Er ist mit einem dünnen Faden an einer festen Stange befestigt und wird nun so angestoßen, dass er um die Stange rotiert und sich der stets gespannte Faden dabei an der Stange aufwickelt.

Wie verhält sich die Bahngeschwindigkeit des Pucks während der Bewegung?

- A Sie bleibt konstant. B Sie erhöht sich. C Sie verringert sich.
 D Das lässt sich so nicht beantworten.
- c) Eine dünne Sammellinse erzeugt von einem Objekt, das einen Abstand d von der Linse besitzt, ein Bild, dessen Abstand von der Linse ebenfalls d beträgt.

In welchem Abstand von der Linse entsteht das Bild, wenn der Abstand zwischen Objekt und Linse verdoppelt wird?

- A etwa $\frac{1}{2} d$ B etwa $\frac{2}{3} d$ C etwa $\frac{3}{2} d$ D etwa $2 d$
- d) Eine einzelne Batterie kann eine Glühlampe für eine Zeit t zum Leuchten bringen. Nimm vereinfachend an, dass die Lampe mit konstanter Helligkeit leuchtet, bis die Batterie leer ist, und dass der Widerstand der Glühlampe konstant ist.

Welche Aussage ist korrekt, wenn zwei dieser Batterien zum Betreiben von zwei der Glühlampen verwendet werden?

- A Wenn die Batterien in Serie und die Glühlampen in Serie geschaltet sind, können die Glühlampen etwa eine Zeit $t/4$ betrieben werden.
 B Wenn die Batterien in Serie und die Glühlampen parallel geschaltet sind, können die Glühlampen etwa eine Zeit $t/2$ betrieben werden.
 C Wenn die Batterien parallel und die Glühlampen in Serie geschaltet sind, können die Glühlampen etwa eine Zeit $2 t$ betrieben werden.
 D Wenn die Batterien parallel und die Glühlampen ebenfalls parallel geschaltet sind, können die Glühlampen etwa eine Zeit t betrieben werden.

e) Ein Metallstück gibt bei einer Temperatur von 550°C Wärmestrahlung mit einer Leistung P ab.

Wie groß ist die abgestrahlte Leistung, wenn die Temperatur des Metalls auf 1100°C erhöht wird?

A etwa $1,7P$

B etwa $2,0P$

C etwa $7,7P$

D etwa $16P$

Lösung

a) Aus Sicht der Dose bewegt sich der Tisch bei einer vollen Umdrehung um eine Strecke, die dem Umfang der Dose entspricht, nach links. Gleichzeitig bewegt sich aber das Lineal um die gleiche Strecke nach rechts. Insgesamt bewegt sich also das Lineal relativ zum Tisch um eine Strecke, die dem doppelten Umfang der Dose entspricht.

Korrekte Antwort: C

b) Da das System energetisch abgeschlossen ist, muss die kinetische Energie des Pucks und damit der Betrag seiner Bahngeschwindigkeit während der Bewegung konstant bleiben.

Korrekte Antwort: A

Hinweis: Die betrachtete Situation unterscheidet sich von dem Fall einer radial an dem Puck ziehenden Kraft, bei dem der Drehimpuls des Pucks erhalten bleiben würde und damit die Geschwindigkeit zunehmen müsste. Die endliche Ausdehnung des Stange führt dazu, dass die Kraft auf den Puck nicht nur eine Komponente in Richtung der Mitte des Stabes sondern auch eine dazu senkrechte Komponente besitzt. Diese ist für die Verringerung des Drehimpulses verantwortlich. Wenn man annimmt, dass die Ausdehnung der Stange vernachlässigbar ist, wird der Faden durch das Aufwickeln nicht kürzer und es bleibt neben der Geschwindigkeit auch der Drehimpuls erhalten.

c) Wenn der Abstand d zwischen Objekt und Linse der gleiche ist wie zwischen Linse und Bild, muss dieser der doppelten Brennweite f der Linse entsprechen, wie man in der Abbildungsgleichung für dünne Linsen erkennen kann. Wenn g die Gegenstandsweite und b die Bildweite bezeichnen, gilt demnach:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{g} + \frac{1}{b} \quad \text{bzw.} \quad b = \frac{fg}{g-f}. \quad (1.1)$$

Wenn $g = b = d$ ist, folgt also $g = d = 2f$. Bei einer Verdopplung der Gegenstandsweite auf $g = 4f$ besitzt das Bild demnach eine Gegenstandsweite von $b = \frac{4}{3}f = \frac{2}{3}d$.

Korrekte Antwort: B

d) Bezeichne mit U die Spannung einer Batterie, mit R den Widerstand einer Glühlampe und mit E die von einer Batterie zur Verfügung gestellte elektrische Energie. Dann gilt für die Zeit t bei der Schaltung mit einer Batterie und einer Lampe durch die die Stromstärke I fließt: $E = UI t = \frac{U^2}{R} t$ beziehungsweise $t = \frac{ER}{U^2}$. Wenn zwei Batterien verwendet werden, steht doppelt so viel elektrische Energie zur Verfügung. Die angelegte Spannung verdoppelt sich bei einer Serienschaltung der Batterien, wohingegen sie bei der Parallelschaltung gleich bleibt. Analog verdoppelt sich der Widerstandswert der Schaltung bei der Serienschaltung der Lampen. Bei der Parallelschaltung der Lampen halbiert sich hingegen der Widerstandswert. Die Zeiten t_A bis t_D die die vier gegebenen Lampenschaltungen betrieben werden können ergeben sich damit zu

$$t_A = \frac{2E \cdot 2R}{(2U)^2} = t \quad t_B = \frac{2E \cdot \frac{R}{2}}{(2U)^2} = \frac{t}{4} \quad t_C = \frac{2E \cdot 2R}{U^2} = 4t \quad t_D = \frac{2E \cdot \frac{R}{2}}{U^2} = t. \quad (1.2)$$

Korrekte Antwort: D

- e) Die abgestrahlte Leistung ist nach dem Stefan-Boltzmann-Gesetz proportional zur vierten Potenz der absoluten Temperatur, es gilt also $P \approx \text{const.} \cdot (550 \text{ K} + 273 \text{ K})^4$. Die Proportionalitätskonstante ist auch bei der höheren Temperatur die gleiche. Daher gilt für die bei der höheren Temperatur abgestrahlte Leistung P' .

$$P' \approx \text{const.} \cdot (1100 \text{ K} + 273 \text{ K})^4 \approx \left(\frac{1100 \text{ K} + 273 \text{ K}}{550 \text{ K} + 273 \text{ K}} \right)^4 P \approx 7,7 P. \quad (1.3)$$

Korrekte Antwort: C

Bewertung - Kurz nachgedacht		Punkte
1	Für jede richtige Antwort 1 Pkt.	5
	Für jede physikalisch sinnvolle Begründung 1 Pkt.	5
		10

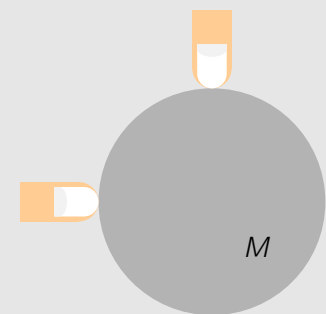
Aufgabe 2 Gut gehalten!

(10 Pkt.)

(Idee: Vitaly Andreev)

Eine Kugel mit den Fingern zu halten ist nicht schwer, sollte man meinen. Schwieriger wird es aber, wenn dazu nur zwei Fingerspitzen verwendet werden dürfen.

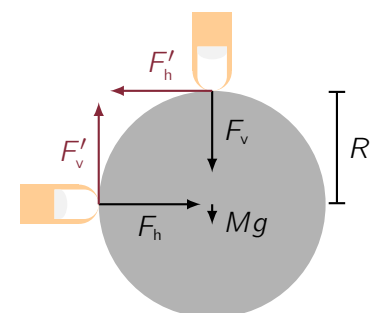
In der nebenstehenden Abbildung wird eine Kugel der Masse M nur an zwei Punkten gehalten, und zwar einmal genau von oben und einmal von der Seite. Die Kugel klebt dabei nicht an den Fingern, und die maximale Kraft, mit der ein Finger auf die Kugel drücken kann, beträgt das Fünffache der Gewichtskraft der Kugel.



Zeige, dass es tatsächlich möglich ist, die Kugel auf diese Weise zu halten, und bestimme den dafür minimal notwendigen Haftreibungskoeffizienten zwischen Finger und Kugeloberfläche.

Lösung

Wenn die Kugel in Ruhe gehalten wird, müssen die insgesamt auf die Kugel wirkende Gesamtkraft und das Gesamtdrehmoment verschwinden. Es müssen sich also sowohl die auf die Kugel wirkenden Kräfte als auch die wirkenden Drehmomente ausgleichen. Die Kugel aus der Zeichenebene nicht nach hinten oder vorne wegrollen zu lassen, ist eine Frage der Balance. Wir beschränken uns daher auf eine Betrachtung in der Zeichenebene. Die Finger drücken, wie nebenstehend skizziert, auf die Kugel, und zwar mit einer Kraft F_v von oben und mit einer Kraft F_h in horizontaler Richtung nach rechts.



Diese Kräfte führen gleichzeitig zu Haftreibungskräften F'_h in horizontaler Richtung nach links und F'_v in vertikaler Richtung nach oben. Diese sind durch den Haftreibungskoeffizienten μ begrenzt¹ und es gilt:

$$F'_h \leq \mu F_v \quad \text{sowie} \quad F'_v \leq \mu F_h. \quad (2.1)$$

¹Die Haftreibungskraft ist immer kleiner oder gleich dem Haftreibungskoeffizienten μ multipliziert mit der Normalkraft, die auf die Kontaktfläche wirkt, in diesem Fall also die von dem jeweiligen Finger ausgeübte Kraft.

Aus der Betrachtung der Kräfte ergeben sich für das Halten die beiden Gleichgewichtsbedingungen

$$F_h = F'_h \quad \text{und} \quad M g + F_v = F'_v. \quad (2.2)$$

Darüber hinaus muss das Gesamtdrehmoment bezüglich des Kugelmittelpunktes² gleich Null sein und daher gelten:

$$F'_v R = F'_h R \quad \text{bzw.} \quad F'_v = F'_h. \quad (2.3)$$

Aus (2.2) ergibt sich mit Hilfe der anderen Gleichungen

$$F_h = F'_h = F'_v \leq \mu F_h \quad \text{und daraus} \quad \mu \geq 1. \quad (2.4)$$

Außerdem folgt in analoger Weise die strengere Bedingung

$$F_v + M g = F'_v = F'_h \leq \mu F_v \quad \text{und daraus} \quad \mu \geq 1 + \frac{M g}{F_v}. \quad (2.5)$$

Das Halten der Kugel ist also möglich, wenn die einschränkendere Bedingung (2.5) für den Haftreibungskoeffizienten erfüllt ist.

Nun ist aber mit (2.2) und (2.3) $F_v + M g = F_h$, so dass F_v maximal das Vierfache der Gewichtskraft sein kann, um den anderen Finger nicht zu überlasten. Damit folgt schließlich für den minimalen Haftreibungskoeffizienten

$$\mu_{\min} = 1 + \frac{M g}{4 \cdot M g} = \frac{5}{4} = 1,25. \quad (2.6)$$

Bemerkung: Ein Haftreibungskoeffizient größer als 1 ist nicht unrealistisch und kann zum Beispiel bei der Reibung von Gummi an Gummi aber auch bei der Haftreibung von Metallen vorkommen.

Bemerkung zur ursprünglichen Musterlösung

Diese Lösung ist gegenüber der ursprünglichen und gedruckt verteilten Musterlösung angepasst. In der ursprünglichen Musterlösung wurde angenommen, dass die horizontale und vertikale Haftreibungskraft simultan der maximalen Haftreibungskraft mit $F'_h = \mu F_v$ und $F'_v = \mu F_h$ entsprechen. Dies ist allerdings nicht mit den Gleichgewichtsbedingungen an die Kräfte und die Drehmomente gleichzeitig vereinbar.

Bewertung - Gut gehalten!		Punkte
2	Korrektes Verwenden der Haftreibungskraft als Ungleichung (2.1)	1
	Erkennen des Kräftegleichgewichtes beim Halten	1
	Aufstellen des Kräftegleichgewichtes (2.2)	2
	Erkennen des Drehmomentengleichgewichtes beim Halten	1
	Aufstellen des Drehmomentengleichgewichtes (2.3)	1
	Ableiten der Bedingung (2.4) (auch zu geben, wenn erkannt wird, dass Bedingung (2.5) strenger ist und (2.4) nicht explizit angegeben wird)	1
	Ableiten der Bedingung (2.5)	1
	Verwenden des korrekten Maximalwertes für F_v	1
	Bestimmen von μ_{\min} (2.6)	1
		10

²Die Wahl des Referenzpunktes für die Bestimmung des Gesamtdrehmomentes ist irrelevant, da das Gesamtdrehmoment unabhängig vom Referenzpunkt ist, wenn sich die wirkenden Kräfte aufheben.

Aufgabe 3 Hoch hinaus
(10 Pkt.)

Ein Heißluftballon mit einem Volumen von 3700 m^3 wird am Boden mit heißer Luft einer Temperatur von 100°C gefüllt. Die Ballonhülle und der mit Brenner, Gasflaschen sowie tollkühnen Ballonfahrenden gefüllte Korb besitzen zusammen eine Masse von 900 kg . Die Umgebungstemperatur beträgt 20°C , und der Luftdruck liegt bei etwa $1,01 \cdot 10^5 \text{ Pa}$.

- a) Berechne, mit welcher Kraft der Ballon am Boden gehalten werden muss und gib an, ob du in der Lage wärst, den Ballon festzuhalten oder ob du lieber loslassen solltest, um nicht in die Höhe gezogen zu werden.

Nimm vereinfachend an, dass die Umgebungstemperatur sich nicht mit der Höhe ändert und dass der Luftdruck bei einer Höhenänderung von 100 m jeweils um $1,2\%$ abnimmt.

- b) Bestimme die Beschleunigung, mit der der Ballon direkt nach dem Loslassen aufsteigt. Berechne, welche Höhe der Ballon erreicht, wenn die Temperatur im Ballon konstant bleibt.

Tatsächlich kühlt sich die Luft im Ballon langsam ab, wenn der Brenner nicht gezündet wird. Dadurch verringert sich der Auftrieb des Ballons mit einer konstanten Rate von 10 N s^{-1} .

- c) Schätze ab, wie lange der Ballon seine Höhe durch regelmäßiges Zünden des Brenners maximal halten kann, wenn er einen Gasvorrat von insgesamt 80 kg Propangas mit sich führt, das einen Brennwert von 50 MJ kg^{-1} besitzt.

Zur Berechnung kannst du die folgenden Angaben für Luft verwenden:

Mittlere molare Masse	$M_{\text{Luft}} = 0,029 \text{ kg mol}^{-1}$
Spezifische Wärmekapazität bei konstantem Druck	$c_{\text{Luft}} = 1,0 \text{ kJ kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$

Lösung

- a) Der Heißluftballon fliegt aufgrund der Auftriebskraft, die die heiße Luft im Inneren des Ballons in der kühleren Umgebung erfährt. Bezeichne mit V_B das konstant angenommene Volumen der Luft im Ballon. Das Volumen der dünnen Ballonhülle und des gefüllten Korbes sind sehr viel kleiner und werden nicht mit berücksichtigt. Die Masse der Luft im Ballon wird im Folgenden mit m_B bezeichnet und die Masse von Ballonhülle und Korb mit m_{Last} .

Luft kann bei Normalbedingungen in guter Näherung als ein ideales Gas betrachtet werden. Für den Druck p , das Volumen V , die Stoffmenge n , die Masse m und die thermodynamische Temperatur T der Luft gilt daher näherungsweise die allgemeine Gasgleichung

$$pV = nRT = \frac{m}{M_{\text{Luft}}} RT, \quad (3.1)$$

wobei $R \approx 8,314 \text{ kg m}^2 \text{ s}^{-2} \text{ mol}^{-1} \text{ K}^{-1}$ die Gaskonstante bezeichnet. Die Luft im Inneren des Ballons ist auf eine Temperatur $T_B = 100^\circ\text{C} \approx 373 \text{ K}$ aufgeheizt. Aufgrund der Öffnung an der Ballonunterseite ist der Druck im Inneren aber gleich dem Atmosphärendruck $p_0 = 1,01 \cdot 10^5 \text{ Pa}$. Daher gilt für die Luft im Ballon

$$p_0 V_B = \frac{m_B}{M_{\text{Luft}}} R T_B \quad \text{bzw.} \quad m_B = \frac{M_{\text{Luft}} p_0 V_B}{R T_B} =: \rho_B V_B \approx 3,5 \cdot 10^3 \text{ kg}. \quad (3.2)$$

Im Ballon befinden sich also etwa $3,5$ Tonnen Luft. Die nach oben gerichtete Gesamtkraft F auf den Ballon ergibt sich nun als Differenz aus Auftriebskraft und der nach unten gerichteten

Gewichtskraft auf den luftgefüllten Ballon. Die Auftriebskraft entspricht dabei der Gewichtskraft der verdrängten Umgebungsluft der Temperatur $T_0 = 20^\circ\text{C} \approx 293\text{K}$ und Dichte ρ_0 . Damit ergibt sich

$$F = (\rho_0 - \rho_B) V_B g - m_{\text{Last}} g = \left\{ \frac{M_{\text{Luft}} \rho_0 V_B}{R} \left(\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T_B} \right) - m_{\text{Last}} \right\} g \approx 545\text{ N}. \quad (3.3)$$

Die resultierende Kraft, die den Ballon aufsteigen lässt, entspricht etwa der Gewichtskraft einer Masse von 55 kg. Die meisten Teilnehmenden sollten also gerade so in der Lage sein, den Ballon am Boden zu halten.

Hinweis: Das Ergebnis kann, z. B. wenn ein Tabellenwert für die Dichte verwendet wird, von dem obigen abweichen.

- b) Die Beschleunigung entspricht der insgesamt nach oben wirkenden Kraft auf den Ballon geteilt durch die zu beschleunigende Masse. Dabei ist zu berücksichtigen, dass nicht nur die Masse m_{Last} beschleunigt wird, sondern auch die Luft im Ballon. Die anfängliche Beschleunigung a des Ballons ergibt sich damit zu

$$a = \frac{F}{m_B + m_{\text{Last}}} \approx 0,12\text{ m s}^{-2}. \quad (3.4)$$

Mit steigender Höhe verringert sich der Luftdruck außerhalb und innerhalb des Ballons. Nach (3.3) verringert sich damit auch die Kraft, die den Ballon zum Steigen bringt. In einer Höhe h ist die nach oben wirkende Kraft gleich Null. Diese Höhe erreicht der durch Luftreibung gebremste Ballon schließlich.

Der Luftdruck nimmt pro 100 m Höhenunterschied um etwa 1,2 % ab. in einer Höhe von $h_0 := 100\text{ m}$ beträgt er also nur noch $p(100\text{ m}) = 0,988 p_0$ und in einer Höhe von 200 m nur noch $p(200\text{ m}) = 0,988 p(100\text{ m}) = 0,988^2 p_0$. Der implizierte exponentielle Zusammenhang³ lässt sich für eine Höhe h formulieren als $p(h) = 0,988^{h/h_0} p_0$. Damit und mit Hilfe von Gleichung (3.3) lässt sich das geforderte Kraftgleichgewicht formulieren als

$$m_{\text{Last}} = \frac{M_{\text{Luft}} 0,988^{h/h_0} p_0 V_B}{R} \left(\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T_B} \right). \quad (3.5)$$

Auflösen nach dem Exponentialausdruck und Logarithmieren liefert die gesuchte Aufstiegshöhe

$$h = \frac{h_0}{\ln 0,988} \ln \left(\frac{R m_{\text{Last}}}{M_{\text{Luft}} p_0 V_B \left(\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T_B} \right)} \right) \approx 480\text{ m}. \quad (3.6)$$

Der Luftdruck p in dieser Höhe entspricht etwa 94 % des Luftdruckes p_0 am Boden.

- c) Pro Sekunde verliert der Ballon ohne Nachheizen $\Delta F = 10\text{ N}$ an Auftriebskraft aufgrund der Abkühlung der Luft im Ballon. Dies entspricht einer Temperaturänderung ΔT der Luft im Ballon, die sich aus der Betrachtung der Differenz der Auftriebskräfte ergibt:

$$\Delta F = \frac{M_{\text{Luft}} p V_B g}{R} \left(\frac{1}{T_B - \Delta T} - \frac{1}{T_B} \right). \quad (3.7)$$

³Das Verwenden einer linearen Abhängigkeit des Luftdruckes von der Höhe ist in diesem Fall auch eine akzeptable Näherung, die zu einer Höhe von etwa 470 m führt.

Daraus ergibt sich durch Umformen die Temperaturänderung pro Sekunde zu

$$\Delta T = T_B \left(1 - \frac{1}{1 + \frac{R \Delta F T_B}{M_{\text{Luft}} \rho V_B g}} \right) \approx 3,1 \cdot 10^{-4} \cdot T_B \approx 0,11 \text{ K}. \quad (3.8)$$

Dieser Temperaturverlust muss durch Heizen mit dem Brenner ausgeglichen werden. Unter der Annahme, dass das gesamte Propan verbrannt werden kann und dass die gesamte durch Verbrennung freigesetzte Energie zur Erwärmung der Luft im Ballon genutzt wird, lässt sich die Zeit t , die der Brennvorrat der Masse m_{Propan} zum Heizen langt, anhand der folgenden Energiebilanz abschätzen:

$$m_B c_{\text{Luft}} \frac{\Delta T}{\Delta t} t = m_{\text{Propan}} H_{\text{Propan}}. \quad (3.9)$$

Dabei ist $\Delta t = 1 \text{ s}$ und $H_{\text{Propan}} = 50 \text{ MJ kg}^{-1}$ bezeichnet den Brennwert des Propangases. Aus Gleichung (3.9) ergibt sich schließlich für die Zeit t , die der Ballon die Höhe halten kann

$$t = \frac{m_{\text{Propan}} H_{\text{Propan}}}{m_B c_{\text{Luft}} \frac{\Delta T}{\Delta t}} \approx 9,9 \cdot 10^3 \text{ s} \approx 2,7 \text{ h}. \quad (3.10)$$

Dieser Wert ist sicher zu optimistisch abgeschätzt, da nicht die gesamte Energie aus der Verbrennung in die Erwärmung der Luft des Ballons geht und das Propan aus den Flaschen auch nicht restlos verbraucht werden kann. Bei der Abschätzung wurde darüber hinaus vernachlässigt, dass die Last am Ballon durch das Verbrennen des Gases geringer wird. Dadurch verlängert sich die Zeit auf der anderen Seite ein wenig.

Bewertung - Hoch hinaus		Punkte
3.a)	Nutzen der Gasgleichung mit $p = p_0$	1
	Bestimmen der Masse der Luft im Ballon	1
	Berechnen der resultierenden Kraft auf den Ballon (3.3) und abschätzen, ob der Ballon gehalten werden kann	1
3.b)	Berechnen der anfänglichen Beschleunigung (3.4)	1
	Ableiten des Luftdruckes in Abhängigkeit von der Höhe	1
	Verwenden eines Kräftegleichgewichtes	1
	Bestimmen der Aufstiegshöhe des Ballons (3.6)	1
3.c)	Bestimmen der Temperaturänderungsrate aus dem Auftriebsverlust (3.8)	1
	Aufstellen der Energiebilanz (3.9)	1
	Abschätzen der Zeit, die sich der Ballon auf der Höhe halten kann (3.10)	1
		10

Aufgabe 4 Ganz weit weg
(10 Pkt.)

Die Parallaxe ist ein wichtiges Hilfsmittel zur Entfernungsbestimmung von Sternen in der Nähe der Sonne. Durch die Bewegung der Erde auf ihrer Bahn um die Sonne verändert sich im Laufe des Jahres die Position dieser Sterne vor dem Hintergrund deutlich weiter entfernter Sterne. Diese scheinbare Verschiebung nennt man Parallaxe. Die Parallaxe kannst du aber auch mit einer Kamera bei sehr viel kleineren Abständen zur Entfernungsbestimmung verwenden. Dafür benötigst du Informationen über die Parameter der von dir verwendeten Kamera.

- a) Fotografiere mit einer Digital- oder Smartphonekamera einen etwa 2–3 m entfernten Maßstab. Nutze das Foto und die in der Bilddatei abgelegten EXIF-Informationen über die verwendete Brennweite, um den Abstand zweier Pixel auf dem Bildsensor der Kamera zu bestimmen. Damit kannst du eine in Pixeln gemessene Länge auf dem Foto in einen Abstand auf dem Sensor der Kamera umrechnen. Schätze die Unsicherheit deines Ergebnisses ab.



Abbildung 1: Foto eines Lineals.

Hinweis: Fokussiere beim Fotografieren einen Bereich, der möglichst weit weg ist.

- b) Nimm von einem kleinen Objekt bei fünf verschiedenen Abständen größer als 4 m jeweils zwei Fotos auf. Die Fotos sollten von Positionen aufgenommen werden, die den gleichen Abstand zum Objekt haben, aber 30–60 cm weit voneinander entfernt sind.

Bestimme für jeden der gewählten Abstände mit Hilfe der Parallaxe aus den Fotos die jeweilige Entfernung zu dem Objekt und vergleiche die Werte mit denen, die du aus einer direkten Längenmessung der Entfernungen erhältst.

- c) Nimm an, dass das von dir fotografierte Objekt noch aus beliebigen Entfernungen auf dem Foto erkennbar ist. Schätze ab, bis zu welcher Entfernung du mit deiner Kamera den Abstand des Objektes noch mit der Parallaxenmethode bestimmen kannst.



Abbildung 2: Zwei Fotos eines Balls mit deutlicher Parallaxe.

Lösung

- a) Wenn die Kamera auf einen weit entfernten Bereich fokussiert, ist die Gegenstandsweite g bei der Abbildung sehr groß und folglich die Bildweite b gemäß der Abbildungsgleichung $\frac{1}{f} = \frac{1}{g} + \frac{1}{b}$ näherungsweise gleich der Brennweite f der Kameralinse⁴.

⁴Vereinfachend wird davon ausgegangen, dass die Abbildung in der Kamera durch eine einzelne dünne Linse erfolgt.

Die nebenstehende Abbildung veranschaulicht den Strahlengang bei der Abbildung des Maßstabes der Länge ℓ auf dem Sensor der Kamera. Der Abstand des Kameraobjektivs von dem Maßstab ist mit d und die Größe des Objektbildes auf dem Sensor mit x bezeichnet. Auf dem Sensor entspricht diese Länge n Pixeln mit Abstand p , d.h. $x = np$.

Mit Hilfe des Strahlensatzes ergibt sich $\frac{\ell}{d} = \frac{x}{f} = \frac{np}{f}$ und damit für den Pixelabstand

$$p = \frac{\ell f}{n d} \quad (4.1)$$

Für die Bestimmung des Pixelabstandes wurde ein Lineal mit einer Smartphonekamera aufgenommen. Der Abstand zwischen dem Lineal und dem Objektiv beträgt dabei $d = (2,00 \pm 0,02)$ m. Die Brennweite des Objektivs ist in den erweiterten Informationen (EXIF Daten) zu den Bildern mit $f = 4,15$ mm angegeben. Der Fehler dieser Angabe wird zu $\pm 0,01$ mm angenommen. Mit einem Bildbetrachtungsprogramm wird auf dem Bild des Lineals ein Abschnitt einer Länge von $\ell = (30,0 \pm 0,1)$ cm vermessen. Der nebenstehende Bildausschnitt zeigt ein solches Bild. Die Länge der Strecke auf dem Bild beträgt $n = 528 \pm 2$ Pixel.

Daraus ergibt sich mit (4.1) der Pixelabstand zu

$$p = \frac{\ell f}{n d} = \frac{(30,0 \pm 0,2) \text{ cm} \cdot (4,15 \pm 0,01) \text{ mm}}{(528 \pm 2) \cdot (2,00 \pm 0,02) \text{ m}} = (1,18 \pm 0,02) \mu\text{m} \quad (4.2)$$

Die Unsicherheit im Ergebnis wurde dabei mit Hilfe der maximalen und minimalen Werte abgeschätzt. *Ergänzender Hinweis:* Der ermittelte Pixelabstand passt sehr gut zu dem aus der Sensorgröße⁵ von $4,80$ mm mal $3,60$ mm und der Auflösung von 4032×3024 Pixeln ermittelten Wert von $p = 1,19 \mu\text{m}$.

- b) Wie in den beiden Bildern der Aufgabenbeschreibung zu erkennen, führt die Verschiebung des Aufnahmeortes dazu, dass das Bild eines Objektes seine Position bezüglich des weit dahinter liegenden Hintergrundes ändert. Betrachte ein kleines Objekt, das sich in einem Abstand d zur Kamera befindet. Die Kamera wird nun um eine Strecke $b/2$ senkrecht zur Verbindungslinie zwischen Kamera und Objekt verschoben, einmal nach links und einmal nach rechts. Die nebenstehende Skizze zeigt die dann beim Fotografieren aufgenommenen scheinbaren Positionen des Objektes bei den zwei Aufnahmen.

Mit den Bezeichnungen in der Abbildung folgt

$$\tan \frac{\theta}{2} = \frac{b/2}{d} = \frac{\Delta x/2}{f} \quad \text{und damit für den Abstand} \quad d = \frac{b f}{\Delta x} \quad (4.3)$$

Die Verschiebung Δx der Bilder des Objektes lässt sich aus den Fotos ermitteln, indem die Differenzen x_1 und x_2 der horizontalen Positionen des Objektes auf beiden Aufnahmen zu einem festen Objekt im Hintergrund in Pixeln bestimmt werden und $\Delta x = |x_1 - x_2| p$ berechnet wird.

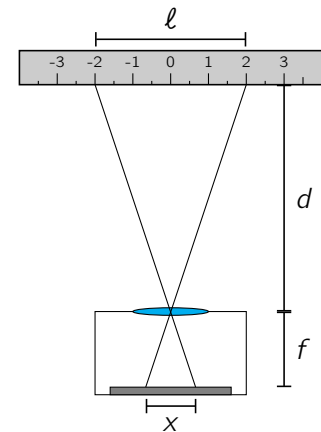
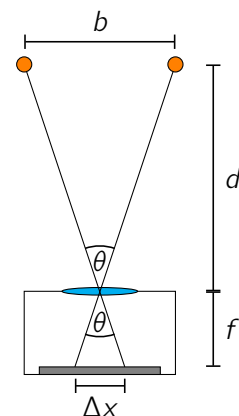


Abbildung 3: Ausschnitt des Fotos des Lineals.



⁵Siehe z.B. www.devicespecifications.com

Für die Durchführung wurde als Objekt ein kleiner Ball auf einer Stange verwendet. Die Verschiebung zwischen den Aufnahmen bei festem Abstand betrug $b = (50 \pm 1)$ cm. Von dem Objekt wurde eine Schnur gespannt, auf der Abstandsmarkierungen angebracht wurden.



Abbildung 4: Beispielbilder für die Parallaxe mit $d = 4,0$ m.

Die Entfernung d zum Objekt wurde für jedes Bilderpaar um 2,00 m vergrößert. In Abbildung 4 ist ein Beispiel für ein Bilderpaar gezeigt (alle Parallaxenbilder sind auf [Dropbox](#) hinterlegt). Für die Bestimmung des Abstandes Δx wurde der Handymast auf dem Hochhaus im Hintergrund als Referenzpunkt gewählt. Die Abstände wurden zunächst in Pixeln bestimmt und dann in Metern umgerechnet. Dabei wurde ein Pixelabstand negativ gezählt, wenn der Ball links von dem Handymast zu sehen war. Die folgende Tabelle gibt die ermittelten Messwerte wieder.

Tabelle 1: Messwerte für die Parallaxenmessung. Angegeben sind für jeden Abstand die Differenzen x_1 und x_2 der horizontalen Objektpositionen zu einem Referenzpunkt im Hintergrund, die Parallaxe Δx , die daraus mittels (4.3) bestimmte Entfernung, die mit den Markierungen auf der Schnur gemessene Entfernung d_M (jeweils mit Min-Max Unsicherheit) sowie die relative Abweichung $\frac{|d-d_M|}{d_M}$ der beiden Längenbestimmungen.

Messung	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
x_1 in Pixeln	315	131	80	59	21	19	22	2	-6	-21
x_2 in Pixeln	-518	-281	-200	-157	-152	-116	-100	-102	-109	-104
Δx / mm	0,982	0,486	0,330	0,255	0,204	0,159	0,144	0,123	0,121	0,098
d / m	2,11	4,27	6,29	8,15	10,17	13,04	14,43	16,92	17,09	21,20
Δd / m	0,10	0,22	0,36	0,50	0,68	0,97	1,12	1,43	1,45	2,03
d_M / m	1,98	3,98	5,98	7,98	9,98	11,98	13,98	15,98	17,98	19,98
Δd_M / m	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09	0,10	0,11
$\frac{ d-d_M }{d_M}$	6,7%	7,3%	5,1%	2,1%	1,9%	8,8%	3,2%	5,9%	5,0%	6,1%

Die Ergebnisse aus der Parallaxenmessung weisen für alle gemessenen Entfernungen eine einigmaßen gute Übereinstimmung mit der direkten Längenmessung auf. Mit Hilfe der Parallaxenmethode lässt sich die Entfernung in dem untersuchten Bereich durchgängig mit Abweichungen unterhalb von 10% bestimmen.

- c) Wenn das Objekt aus beliebigen Entfernungen noch auf dem Bild zu erkennen sein soll, ist die Verschiebung des Objektbildes auf dem Sensor der limitierende Faktor für die Entfernungsbestimmung. Im ersten Aufgabenteil wurde die Unsicherheit bei der Längenbestimmung zu 2 Pixeln abgeschätzt. Da diese Unsicherheit bei beiden Aufnahmen auftritt, lässt sich die Unsicherheit der Differenz zu 4 Pixeln abschätzen. Für kleinere Parallaxenverschiebungen lässt sich die Entfernung also auf keinen Fall mehr bestimmen. Der entsprechende Maximalabstand ergibt sich aus (4.3) zu

$$d_{\max} = \frac{0,50 \text{ m} \cdot 4,15 \text{ mm}}{4 \cdot 1,18 \cdot 10^{-3} \text{ mm}} \approx 440 \text{ m} \quad (4.4)$$

Faktisch wird die Parallaxenmessung aber schon bei sehr viel kleineren Entfernungen keine guten Resultate mehr ergeben, da die relative Unsicherheit des Ergebnisses bei großen Entfernungen sehr groß wird.

Bewertung - Ganz weit weg		Punkte
4.a)	Erkennen, dass für weit entfernte Objekte die Bildweite der Brennweite entspricht	1
	Ableiten eines Ausdruckes für den Pixelabstand (4.1)	1
	Beschreiben und durchführen der Messung	1
	Angaben eines passenden Ergebnisses für den Pixelabstand mit Unsicherheit	1
4.b)	Ableiten eines Ausdruckes zur Bestimmung von d (4.3)	1
	Beschreiben der Durchführung und Auswertung	1
	Angaben der Messwerte und Ergebnisse für mindestens 5 Abstände	1
	Vergleichen der Werte aus der Parallaxenmessung mit den direkt gemessenen	1
4.c)	Erkennen, dass der Pixelabstand der limitierende Faktor ist	1
	Abschätzen des maximalen Abstandes (4.4)	1
		10

Die angegebenen Ergebnisse können von denen der Teilnehmenden abweichen. Insbesondere sind die Brennweite und der Pixelabstand bei Verwendung einer Digitalkamera in der Regel deutlich größer. Bei der Bewertung sollte daher vor allem auf Plausibilität der Messergebnisse und korrekte Berechnungen geachtet werden.

Literatur: Die Idee zu diesem Experiment geht auf folgenden Artikel zurück: Hughes, S. W., Powell, S., Carroll, J., & Cowley, M. (2015). Parallax in the park. *European Journal of Physics*, **36(6)**, 065030. <https://doi.org/10.1088/0143-0807/36/6/065030>

Aufgabe 5 Junioraufgabe: zwei + drei = sechs?
(10 Pkt.)

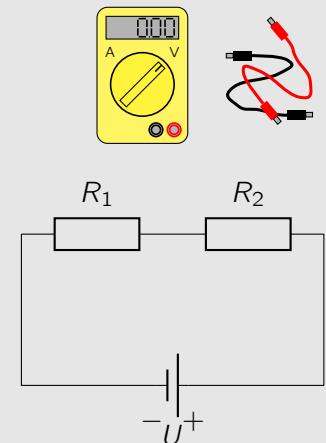
Der abgebildete Stromkreis besteht aus einer Spannungsquelle mit konstanter Spannung $U = 6,0\text{V}$ und zwei Widerständen mit Widerstandswerten $R_1 = 3,3\text{M}\Omega$ bzw. $R_2 = 5,0\text{M}\Omega$.

- a) Berechne, welche Spannungen über den einzelnen Widerständen in der Schaltung abfallen.

Wenn du die Spannungsabfälle an den einzelnen Widerständen nacheinander mit einem Voltmeter misst, weichen die gemessenen Spannungen von den theoretischen Ergebnissen ab. Nimm an, dass die gemessenen Spannungen $2,0\text{V}$ über dem Widerstand R_1 , $3,0\text{V}$ über dem Widerstand R_2 und $6,0\text{V}$ über der Spannungsquelle betragen.

- b) Finde heraus, wodurch sich ein ideales von einem realen Voltmeter unterscheidet, und erkläre, warum die Summe der gemessenen Spannungen über den Widerständen nicht der Spannung der Batterie entspricht.

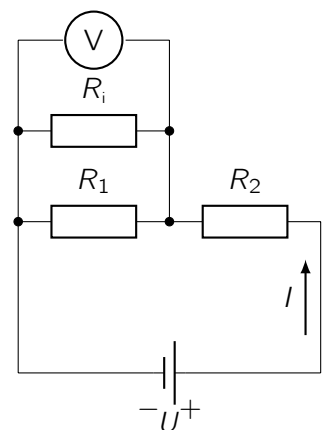
Bestimme den Wert der charakteristischen Größe des Voltmeters, der zu den gegebenen Spannungswerten führt.


Lösung

- a) Durch die beiden in Serie geschalteten Widerstände fließt die gleiche Stromstärke I , die nach dem ohmschen Gesetz gegeben ist durch $I = \frac{U}{R_1 + R_2}$. Für die über den einzelnen Widerständen abfallenden Spannungen $U_{1,\text{ideal}}$ sowie $U_{2,\text{ideal}}$ gilt damit

$$U_{1,\text{ideal}} = R_1 I = \frac{R_1}{R_1 + R_2} U \approx 2,4\text{V} \quad \text{und} \quad U_{2,\text{ideal}} = R_2 I = \frac{R_2}{R_1 + R_2} U \approx 3,6\text{V}. \quad (5.1)$$

- b) Die Summe der über den Widerständen gemessenen Spannungen entspricht nicht der Spannung der Spannungsquelle, da ein reales Voltmeter einen endlichen Innenwiderstand R_i besitzt, der für die Betrachtung mit berücksichtigt werden muss. Dieser wirkt jeweils parallel zu dem zu vermessenden Widerstand, so dass den beiden Messungen unterschiedliche Schaltungen zugrundeliegen, wie nebenstehend und auf der nächsten Seite gezeigt. In den Skizzen ist der Innenwiderstand getrennt eingezeichnet, so dass das Voltmeter selbst in den Schaltungen einen unendlich hohen Innenwiderstand besitzt, es verhält sich also wie ein ideales Voltmeter. Der Innenwiderstand des Voltmeters ist die charakteristische Größe, die zu den Spannungswerten führt.

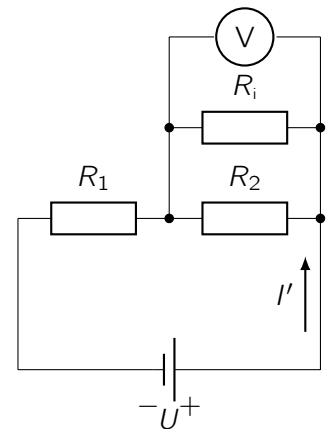


Der Spannungsabfall wird jeweils über der Parallelschaltung des Innenwiderstandes R_i mit dem Widerstand R_1 bzw. R_2 gemessen. Die Spannung U der Spannungsquelle fällt über der Gesamtschaltung ab. Für die mit dem Voltmeter gemessenen Spannungen U_1 und U_2 über den Widerständen R_1 bzw. R_2 gelten mit den Regeln für Reihen- und Parallelschaltungen sowie dem ohmschen Gesetz daher:

$$U_1 = \frac{R_1 R_i}{R_1 + R_i} I = \frac{\frac{R_1 R_i}{R_1 + R_i}}{\frac{R_1 R_i}{R_1 + R_i} + R_2} U = \frac{R_1 R_i}{R_i(R_1 + R_2) + R_1 R_2} U \quad (5.2)$$

und

$$U_2 = \frac{R_2 R_i}{R_2 + R_i} I' = \frac{\frac{R_2 R_i}{R_2 + R_i}}{\frac{R_2 R_i}{R_2 + R_i} + R_1} U = \frac{R_2 R_i}{R_i(R_1 + R_2) + R_1 R_2} U. \quad (5.3)$$



Betrachtet man die Summe $U_1 + U_2$, lässt sich die Gleichung nach dem Innenwiderstand R_i umformen, und es ergibt sich

$$R_i = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \frac{U_1 + U_2}{U - U_1 - U_2} \approx 9,9 \text{ M}\Omega. \quad (5.4)$$

Bewertung - Junioraufgabe: zwei + drei = sechs?		Punkte
5.a)	Nutzen des ohmschen Gesetzes und der Serienschaltung	1
	Bestimmen der Spannungsabfälle über den Widerständen (5.1)	2
5.b)	Benennen des Voltmeterinnenwiderstandes als Ursache	1
	Erläutern, wie sich der Voltmeterinnenwiderstand auswirkt	1
	Verwenden korrekter Ersatzschaltungen (auch ohne Skizze)	1
	Angeben der Spannungen über Widerständen mit Innenwiderstand (5.2), (5.3)	2
	Umformen zu einem Ausdruck für den Innenwiderstand (5.4)	1
	Bestimmen des Wertes des Innenwiderstandes (5.4) mit $9,7 \text{ M}\Omega \leq R_i \leq 10,3 \text{ M}\Omega$	1
		10

Hinweis: Der Innenwiderstand des Voltmeters lässt sich auch direkt aus jeder der Gleichungen (5.2) und (5.3) bestimmen. Aus diesen ergeben sich

$$R_i = \frac{U_1 R_1 R_2}{U R_1 - U_1 (R_1 + R_2)} \approx 10,3 \text{ M}\Omega \quad \text{sowie} \quad R_i = \frac{U_2 R_1 R_2}{U R_2 - U_2 (R_1 + R_2)} \approx 9,7 \text{ M}\Omega. \quad (5.5)$$

Zur Berücksichtigung dieser numerischen Unsicherheiten ist in der Bewertungstabelle ein Bereich für den Wert von R_i angegeben.

Bewertungsbogen für die 1. Runde zur 51. IPhO 2020

(Dieser Bogen ist auch unter www.ipho.info bei den Hinweisen zur 1. Runde erhältlich)

Von der korrigierenden Lehrkraft auszufüllen und bis spätestens zum 27. September 2019 an die/den zuständige(n) Landesbeauftragte(n) zu schicken.

**Bitte tragen Sie die Punktzahlen auch online im Bewertungsportal der IPhO ein.
Nur so können wir sicherstellen, dass die Bearbeitung korrekt erfasst wird.**

Schülername (-code): _____ (_____)

Schule, Ort: _____

Lehrkraft (-code): _____ (_____)

Aufgabe	Maximalpunktzahl	Erreichte Punktzahl
1 Kurz nachgedacht	10	
2 Gut gehalten!	10	
3 Hoch hinaus	10	
4 Ganz weit weg	10	

Bonuspunkte für jüngere Teilnehmende

5 Junioraufgabe: zwei + drei = sechs?	10	
	40 (+10)	

Kommentare und Anregungen:

Unterschrift: _____