40. Internationale PhysikOlympiade

Merida, Mexiko 2009

Wettbewerbsleitung
Dr. Stefan Petersen
IPN an der Universität Kiel
Olshausenstraße 62
24098 Kiel
Tel: 0431 / 880 - 5120
petersen@ipn.uni-kiel.de
www.ipho.info

Lösungen und Bewertungsvorschläge zu den Aufgaben der 1. Runde des Auswahlverfahrens für die 40. IPhO 2009

Nur für die korrigierenden Lehrerinnen und Lehrer sowie die Landesbeauftragten

Liebe Fachlehrerinnen und Fachlehrer,

Ihnen gebührt unser besonderer Dank. Ohne Ihre Mithilfe bei der Vorbereitung der Teilnehmerinnen und Teilnehmer sowie bei der Korrektur der Ausarbeitungen wäre es uns nicht möglich, das Auswahlverfahren für die Internationale PhysikOlympiade in dieser Form durchzuführen. So möchten wir Sie auch in diesem Jahr wieder darum bitten, Ihre Schüler zur Teilnahme anzuregen und die von Ihren Schülern eingereichten Bearbeitungen anhand des angehängten Bewertungsschemas zu korrigieren. Es ist festzustellen, dass leider immer noch verhältnismäßig wenig Mädchen an diesem Wettbewerb teilnehmen. Daher möchten wir Sie bitten, insbesondere diese zu ermuntern, die Aufgaben zu bearbeiten. Wir freuen uns sehr über Ihre Mitarbeit und wünschen Ihnen und Ihren Schülern viel Erfolg.

Da die Abgabetermine für die 1. Runde von Bundesland zu Bundesland variieren, geben Sie diese Lösungen bitte <u>nicht</u> vor Mitte September 2008 an die Schüler weiter!

Lösung Aufgabe 1: Bergfahrt bei Schnee
(Die Aufgabe geht auf R. Reindl, den bayrischen IPhO Landesbeauftragten zurück)

Bei Vollgas drehen die Räder durch und die Beschleunigung des Autos wird durch die Gleitreibungszahl μ_G beschrieben.

$$a = \mu_G\, g \quad \text{auf der Geraden bzw.} \quad a = \mu_G\, g \cos\varphi \quad \text{am Berg.} \tag{1}$$

Die kinetische Energie des Autos wird in potentielle Energie umgesetzt:

$$\mu_G\, m\, g\, s + \mu_G\, m\, g \cos\varphi \frac{h}{\sin\varphi} = m\, g\, h\,. \tag{2}$$

Mit der Steigung $\tan\varphi = 0{,}16$ folgt daraus

$$h = s \frac{\mu_G}{1-\frac{\mu_G}{\tan\varphi}} = s \frac{1}{\frac{1}{\mu_G} - \frac{1}{\tan\varphi}} \approx 15\,\mathrm{m}\,. \tag{3}$$

Für die günstigste Fahrweise muss Herr R. so viel Gas geben, dass die Räder gerade nicht durchdrehen. In der Formel (1) für die Beschleunigung muss daher die Gleitreibungszahl durch die Haftzahl ersetzt werden. Die gesamte vom Antrieb gelieferte Energie wird in diesem Fall in potentielle Energie umgewandelt. Der Energiesatz führt auf das Ergebnis

$$\tilde{h} = s \frac{\mu_H}{1-\frac{\mu_H}{\tan\varphi}} = s \frac{1}{\frac{1}{\mu_H} - \frac{1}{\tan\varphi}} \approx 35\,\mathrm{m}\,. \tag{4}$$

Wenn der Fahrer im höchsten Punkt voll auf die Bremse tritt, rutscht der Wagen den Berg hinunter, da die Hangabtriebskraft $m\, g \sin\varphi$ größer als die Haftreibungskraft $\mu_H\, m\, g \cos\varphi$ ist. Bezeichne mit *x* die Rutschstrecke des Autos in der Horizontalen. Dann ist

$$m\, g\, \tilde{h} = \mu_G\, m\, g\, x + \mu_G\, m\, g \cos\varphi \frac{\tilde{h}}{\sin\varphi} \tag{5}$$

und damit

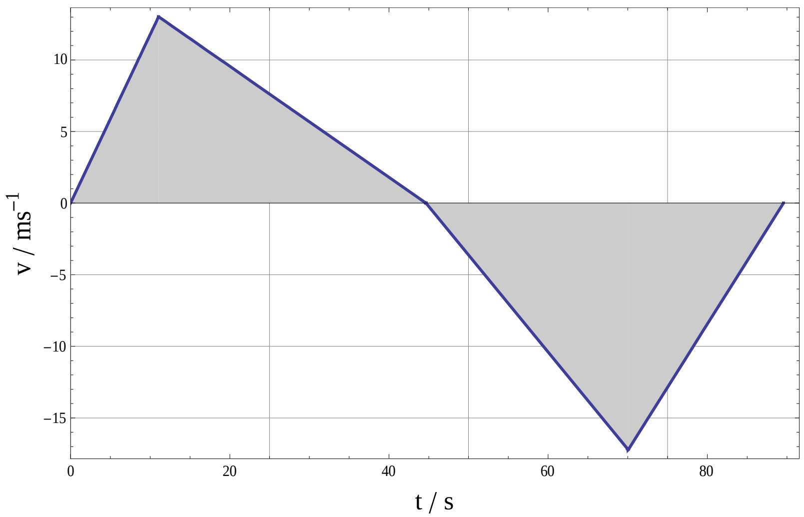
$$x = \tilde{h}\left(\frac{1}{\mu_G} - \frac{1}{\tan\varphi}\right) = s \frac{\frac{1}{\mu_G} - \frac{1}{\tan\varphi}}{\frac{1}{\mu_H} - \frac{1}{\tan\varphi}} \approx 168\,\mathrm{m}\,. \tag{6}$$

Für das Geschwindigkeits-Zeit-Diagramm müssen die einzelnen Streckenabschnitte genauer betrachtet werden.

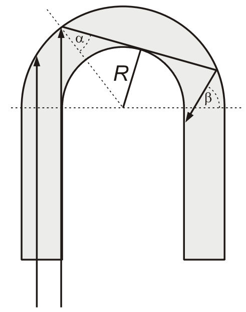
Waagerechte Strecke	$a_1 = \mu_H\, g$	$t_1 = \sqrt{2\,s / a_1} \approx 11{,}1\,\mathrm{s}$	$v_1 = a_1\, t_1 \approx 13{,}0\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$
Steigung	$a_2 = g\,(\mu_H \cos\varphi - \sin\varphi)$	$t_2 = t_1 + \frac{v_1}{\lvert a_2 \rvert} \approx 44{,}7\,\mathrm{s}$	$v_2 = 0$
Zurück-rutschen	$a_3 = g\,(\mu_G \cos\varphi - \sin\varphi)$	$t_3 = t_2 + \sqrt{2\,\tilde{s} / \lvert a_3 \rvert} \approx 70{,}1\,\mathrm{s}$	$v_3 = -\sqrt{2\,\tilde{s}\,\lvert a_3 \rvert} \approx -17{,}2\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$
Waagerechte Strecke	$a_4 = \mu_G\, g$	$t_4 = t_3 + \lvert v_3 \rvert / a_4 \approx 89{,}6\,\mathrm{s}$	$v_4 = 0$

Hierbei ist $\tilde{s} = \dfrac{\tilde{h}}{\sin\varphi} \approx 219\,\mathrm{m}$.

Der entsprechende Graph sieht folgendermaßen aus:



Lösung Aufgabe 2: Lichtstrahlen im Glasstab



Einfallende Lichtstrahlen treffen auf die andere Endfläche, wenn sie an den Seiten des Glasstabes Totalreflexion erfahren.

Betrachte zunächst den Strahlenverlauf in dem Halbkreisbogen. Alle senkrecht auf die Eintrittsfläche einfallenden Strahlen werden nur an den Außenflächen des Stabes reflektiert bzw. gebrochen. Die Einfallswinkel eines Strahles sind aus Symmetriegründen bei jeder Reflexion an der Außenfläche identisch. Es ist also ausreichend, den für die erste Reflexion zu betrachten.

Der an dem Innenschenkel entlanglaufende einfallende Strahl hat von allen möglichen den kleinsten Einfallswinkel α. Damit er totalreflektiert wird, muss gelten:

$$\sin\alpha \geq \frac{1}{n}. \tag{7}$$

Außerdem ist

$$\sin\alpha = \frac{R}{R+d}. \tag{8}$$

Damit die Lichtstrahlen auch in dem abschließenden geraden Teil des Glasstabes an den Seiten totalreflektiert werden, muss der Eintrittswinkel β größer als der Grenzwinkel sein,

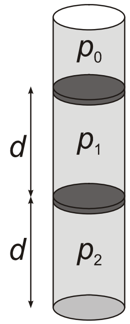
$$\sin\beta \geq \frac{1}{n}. \tag{9}$$

Der Winkel β ist aber in jedem Fall größer oder gleich α, so dass die Gültigkeit von (7) auch (9) bedingt.

Aus (7) und (8) erhalten wir daher schließlich für das Verhältnis R/d

$$\frac{R}{d} \geq \frac{1}{n-1} \approx 1{,}7. \tag{10}$$

Lösung Aufgabe 3: Druckbetrachtungen



Zu Beginn befinden sich die Kolben in einem Gleichgewicht. Es gilt für die auftretenden Drücke

$$p_1 = 2\,p_0 = p_0 + \frac{m\,g}{A}\,, \qquad (11)$$

$$p_2 = p_1 + \frac{m\,g}{A} = 3\,p_0\,, \qquad (12)$$

wobei m die Masse eines Kolbens und A seine Querschnittsfläche bezeichnet. Es wird im Folgenden angenommen, dass sich Luft wie ein ideales Gas verhält.

Der obere Kolben wird durch eine Kraft F auf die ursprüngliche Position des unteren Kolbens geschoben. Der untere Kolben verschiebt sich dadurch auf eine Höhe h über dem Boden der Röhre. Die neuen Gleichgewichtsbedingungen und die ideale Gasgleichung liefern damit

$$p_1' = 2\,p_0 \frac{d\,A}{(d-h)\,A} = 2\,p_0 + \frac{F}{A}\,, \qquad (13)$$

$$p_2' = 3\,p_0 \frac{d\,A}{h\,A} = 3\,p_0 + \frac{F}{A}\,. \qquad (14)$$

Aus (13) und (14) folgt

$$2\frac{d}{(d-h)} - 2 = 3\frac{d}{h} - 3 \qquad (15)$$

und damit

$$h^2 - 6\,d\,h + 3\,d^2 = 0\,. \qquad (16)$$

Daraus ergibt sich die einzige physikalisch sinnvolle Lösung zu

$$h = d\,(3 - \sqrt{6}) \approx 5{,}5\,\mathrm{cm}\,. \qquad (17)$$

Lösung Aufgabe 4: Spannungsmessung

Die Spannungsmessgeräte stellen eine Parallelschaltung aus einem idealen Messgerät und einem internen Widerstand r, der für alle drei Messgeräte gleich ist, dar.

Bezeichne mit I_1, I_2 und I_3 den jeweils durch das reale entsprechende Messgerät fließenden Strom. Dazu ist die angezeigte Spannung U_i gegeben durch $U_i = r\,I_i$.

Außerdem gilt:

$$U_3 = U_2 - RI_3 = U_2 - \frac{R}{r}U_3\,, \qquad (18)$$

$$U_2 = U_1 - R\left(I_2 + I_3\right) = U_1 - \frac{R}{r}\left(U_2 + U_3\right) \qquad (19)$$

Es folgt damit

$$\left(U_2 - U_3\right)\left(U_2 + U_3\right) = U_3\left(U_1 - U_2\right) \qquad (20)$$

Durch Auflösen nach U_2 ergibt sich schließlich für die von dem zweiten Spannungsmessgerät angezeigte Spannung

$$U_2 = -\frac{U_3}{2} + \sqrt{\frac{U_3^{\,2}}{4} + U_3^{\,2} + U_3 U_1} \approx 6{,}3\,\mathrm{V}\,. \qquad (21)$$

Die zweite Lösung der quadratischen Gleichung würde bedingen, dass r negativ ist. Sie ist somit auszuschließen.

Bewertungsvorschläge

Gemäß den Gepflogenheiten bei den internationalen Olympiaden sollte nur die Richtigkeit der Lösung bewertet werden, nicht die Sauberkeit der Ausarbeitung und der sprachliche Ausdruck.

Die angegebenen Punktzahlen beziehen sich auf den unsererseits ausgearbeiteten Lösungsweg. Bei anderen Lösungswegen muss die Bewertung sinngemäß abgeändert werden, wobei die Gesamtpunktzahl pro Aufgabe beizubehalten ist. Schülerinnen und Schüler, die im Schuljahr 2007/2008 die Mittelstufe besuchen, erhalten einen **Bonus von 4 Punkten.**

Schicken Sie bitte die korrigierten und bewerteten Arbeiten an den für Ihr Bundesland zuständigen Landesbeauftragten, die/der Ihnen auch für Rückfragen zur Verfügung steht. Die Kontaktdaten können Sie dem Handzettel oder der IPhO Webseite www.ipho.info entnehmen. Der Stichtag für die Einsendung wird von Ihrem Bundesland festgelegt und kann im Zweifelsfall ebenfalls bei den Landesbeauftragten erfragt werden.

Achten Sie bitte unbedingt darauf, dass für jeden Teilnehmer und jede Teilnehmerin das beiliegende Adressformular vollständig ausgefüllt den Arbeiten beigefügt ist. Das Formular kann auch unter www.ipho.info runtergeladen werden.

Auch Teilnehmerinnen und Teilnehmer, die nicht in die nächste Runde kommen, erhalten eine Teilnahmebestätigung für die erste Runde. Bitte melden Sie daher auch diese unbedingt weiter. Die Punktegrenze für das Erreichen der zweiten Runde liegt in diesem Jahr bei 33 Punkten.

Noch einmal herzlichen Dank für Ihre Mühe!

Aufgabe 1: Bergfahrt bei Schnee	**Punkte**
Räder drehen durch - Verwendung des Gleitreibungskoeffizienten	2
Beschleunigungen in (1)	2
Energiesatz (2)	1
Analytisches Ergebnis für h in (3)	1
Numerisches Ergebnis für h in (3)	1
Idee zur Verwendung der Haftzahl für ideale Fahrt	2
Numerisches Ergebnis in (4) für die Höhe	1
Energiesatz für Rutschstrecke (5)	1
Analytisches Ergebnis für Rutschstrecke (6)	1
Numerisches Ergebnis für Rutschstrecke (6)	1
Geschwindigkeits-Zeit-Diagramm	4
	17

Aufgabe 2: Lichtstrahlen im Glasstab	**Punkte**
Idee für Totalreflexion	2
Bedingung (7) für Totalreflexion	1
Auswahl des kritischen Strahles im Halbkreisbogen	1
Geometrische Bedingung (8) für α	2
Bedingung (9) für Strahl im abschließenden geraden Teil	1
Implikation der Bedingung an β durch (7)	1
Analytisches Ergebnis (10) für das Verhältnis R/d	1
Numerisches Ergebnis (10) für das Verhältnis R/d	1
	10

Aufgabe 3: Druckbetrachtungen	**Punkte**
Ansatz über Gleichgewicht	2
Druckbilanz (11) für die Luft zwischen den Kolben	1
Druckbilanz (12) für den unteren Teil	1
Ergebnis $m\,g\,/\,A = p_0$	1
Näherung - Luft als ideales Gas	1
Einführung einer Kraft für Verschiebung	1
Neue Gleichgewichtsbedingung (13)	1
Neue Gleichgewichtsbedingung (14)	1
Zwischenergebnis (16)	1
Analytisches Endergebnis in (17)	1
Numerisches Endergebnis in (17)	1
	12

Aufgabe 4: Spannungsmessung	**Punkte**
Betrachtung eines realen Voltmeters	2
Angelegte Spannung $U_i = r\,I_i$	1
Maschenregel (18)	2
Maschenregel (19)	2
Quadratische Gleichung als Zwischenergebnis (20)	1
Analytisches Ergebnis in (21)	1
Numerisches Ergebnis in (21)	1
Ausschließen der zweiten Lösung der quadratischen Gleichung	1
	11

Summe	**50**