52. Internationale PhysikOlympiade

Belarus 2022

Wettbewerbsleitung

Dr. Stefan Petersen
Tel.: 0431 / 880 - 5120
email: petersen@ipho.info

Dürken Quaas
Tel.: 0431 / 880 - 5387
email: quaas@ipho.info

Anschrift: IPN · Leibniz-Institut für die Pädagogik der Naturwissenschaften und Mathematik
Olshausenstraße 62 · 24118 Kiel

web: **www.ipho.info**
twitter: @iphogermany

Begleitheft zu den Aufgaben der 1. Runde

(zusammengestellt von Holger Maus und Stefan Petersen)

Sehr geehrte betreuende Fachlehrerin, sehr geehrter betreuender Fachlehrer,

mit dem vorliegenden Begleitheft zu den Aufgaben der 1. Runde im Auswahlwettbewerb zur Internationalen PhysikOlympiade - der PhysikOlympiade in Deutschland - wollen wir Ihnen eine Hilfestellung an die Hand geben, die es Ihnen erleichtern soll, die in den einzelnen Aufgaben relevanten physikalischen Themenbereiche zu identifizieren. Viele der Aufgaben greifen Themen auf, die bereits in der Mittelstufe behandelt werden und sollten daher nicht nur für Schülerinnen und Schüler der Oberstufe lösbar sein. Als Hinführung auf die Aufgaben der ersten Runde haben wir außerdem einige einfachere Aufgabenbeispiele zusammengestellt, die in dem Themenumfeld der Erstrundenaufgaben angesiedelt sind.

Die Aufgaben mit Lösungen stellen wir auf moodle.ipn.uni-kiel.de. für teilnehmende Schülerinnen und Schüler zur Verfügung. Dort finden die Schülerinnen und Schüler auch umfangreiche Informationen zu den Themen 1.Runde. Einige dieser physikalischen Inhalte finden Sie auch in diesem Dokument, so wissen Sie, welche Informationen die Schülerinnen und Schüler zur Verfügung haben.

Zusätzlich haben wir einige Verweise zu älteren Aufgaben der 1. Runde aufgenommen. Die entsprechenden Aufgaben mit Lösungen finden Sie auf der Webseite www.ipho.de[1].

Dieses Heft ist ein Versuch, eine bessere Brücke zwischen dem Physikunterricht und den fachlichen Anforderungen der PhysikOlympiade zu bauen. Wir sind daher sehr daran interessiert, zu erfahren, ob Sie dieses Begleitheft sinnvoll in dem Wettbewerb nutzen konnten und welche Inhalte Ihnen in einem solchen Heft weiterhelfen. Über Anregungen zu diesem Begleitheft, Hinweise auf Fehler oder konkrete Verbesserungsvorschläge freuen wir uns natürlich ebenso. Schicken Sie uns gerne eine Nachricht an ipho@ipho.info.

Wir bedanken uns für Ihre Unterstützung der PhysikOlympiade in Deutschland und wünschen Ihnen sowie Ihren Schülerinnen und Schülern viel Erfolg im Wettbewerb!

Mit besten Grüßen von Ihrem Team der PhysikOlympiade

[1] www.scienceolympiaden.de/ipho/internationale-physik-olympiade-material-download/aufgaben/1-erste-runde

Zu den Aufgaben der 1. Runde der PhysikOlympiade 2022

Aufgabe 1 Runde Sache

Physikalische Konzepte / Ideen: Diese Aufgabe besteht aus vier Unteraufgaben, die wenig komplex sind und nicht aufeinander aufbauen. Dies ermöglicht hoffentlich einen motivierenden Einstieg in die 1. Wettbewerbsrunde. Die folgenden Aufgaben mit Musterlösungen helfen bei der Lösung der Wettbewerbsaufgaben. Zudem enthält unser Moodlekurs Informationen zu den physikalischen Inhalten, falls diese aus dem Physikunterricht noch nicht bekannt sind.

Stichwörter: Überlagerung von Bewegungen, Kreisbewegung, Zentripetalbeschleunigung, Winkelgeschwindigkeit, Widerstand, Parallelschaltung, Gesamtwiderstand, Wärmekapazität, Schmelzwärme, Verdampfungswärme

Aufgaben zur Vorbereitung mit Lösungen zu den Inhalten der Aufgabe 1 Runde Sache:

(1) Bootsfahrt

Ein Boot mit der Geschwindigkeit von $4{,}0\,\mathrm{m\,s^{-1}}$ fährt auf einem Fluss zwischen zwei Bootsanlegern eine Strecke von einem Kilometer flussabwärts und danach den Weg wieder zurück. Die Fließgeschwindigkeit des Flusses betrage konstant $2{,}0\,\mathrm{m\,s^{-1}}$.

Bestimme die Zeit t, die das Boot benötigt. Gehe davon aus, dass das Boot immer genau gegen oder mit der Strömung fährt. Die Zeit zum Wenden wird vernachlässigt.

Abbildung 1: *"16 pembrokeshire Ramsey Island" von histogram_man, CC0 1.0*

Lösung

Die Zeit t_{ab} für die Fahrt flussabwärts und die Zeit t_{auf} für die Fahrt flussaufwärts müssen separat berechnet werden, da dass Boot flussabwärts die Geschwindigkeit $v_{\mathrm{ab}} = 4{,}0\,\mathrm{m\,s^{-1}} + 2{,}0\,\mathrm{m\,s^{-1}} = 6{,}0\,\mathrm{m\,s^{-1}}$ hat und auf dem Rückweg flussaufwärts die Geschwindigkeit $v_{\mathrm{auf}} = 4{,}0\,\mathrm{m\,s^{-1}} - 2{,}0\,\mathrm{m\,s^{-1}} = 2{,}0\,\mathrm{m\,s^{-1}}$.

$$t_{\mathrm{ab}} = \frac{s}{v_{\mathrm{ab}}} = \frac{1000\,\mathrm{m}}{6{,}0\,\mathrm{m\,s^{-1}}} \approx 170\,\mathrm{s} \qquad \text{sowie} \qquad t_{\mathrm{auf}} = \frac{s}{v_{\mathrm{auf}}} = \frac{1000\,\mathrm{m}}{2{,}0\,\mathrm{m\,s^{-1}}} = 500\,\mathrm{s}$$

Nun müssen die beiden Zeiten noch addiert werden.

$$\boxed{t = t_{\mathrm{ab}} + t_{\mathrm{auf}} = 170\,\mathrm{s} + 500\,\mathrm{s} = 670\,\mathrm{s}}$$

Das Boot benötigt für die Strecke hin und zurück 670 Sekunden. Für eine Strecke von 2000 Metern ohne Strömung würde das Boot nur 500 Sekunden benötigen.

(2) Kreisbewegung

Du möchtest einen mit Wasser gefüllten Eimer so im Kreis drehen, dass kein Wasser herausläuft. Die Ebene, in der die Kreisbahn liegt, ist senkrecht zur Erdoberfläche und hat einen Radius von 0,90 Metern.

Bestimme die mindestens notwendige Anzahl an Umdrehungen pro Minute, damit das Wasser nicht aus dem Eimer läuft.

Lösung

Damit das Wasser im höchsten Punkt nicht herausläuft, muss die Zentripetalbeschleunigung a_Z gleich der Erdbeschleunigung $g = 9,81\frac{m}{s^2}$ sein. Das bedeutet, Eimer und Wasser werden gleichstark zur Kreismitte beschleunigt, so dass kein Wasser aus dem Eimer gelangen kann.

$$a_Z = g \tag{1.1}$$

Für die Zentripetalbeschleunigung gilt

$$a_Z = \omega^2 r. \tag{1.2}$$

Für die Winkelbeschleunigung ω und die Frequenz f gilt

$$\omega = 2\pi f. \tag{1.3}$$

Setzt man Gleichung (3) in (2) ein erhält man:

$$a_Z = (2\pi f)^2 r \tag{1.4}$$

Mit Gleichung (1) erfolgt dann:

$$(2\pi f)^2 r = g \tag{1.5}$$

$$\boxed{f = \sqrt{\frac{g}{4\pi^2 r}} = \sqrt{\frac{9,81\ \frac{m}{s^2}}{4\pi^2 \cdot 0,9\ m}} \approx 0,53\ \frac{1}{s}} \tag{1.6}$$

Dies ist die Anzahl der Umdrehungen pro Sekunde. Das bedeutet, dass der Eimer mit mindestens 32 Umdrehungen pro Minute rotieren muss, damit das Wasser nicht aus dem Eimer läuft.

Alternative Lösung mit der Formel $a_Z = \frac{v^2}{r}$:

$$a_Z = \frac{v^2}{r}$$
$$\Leftrightarrow v = \sqrt{a_Z \cdot r} = \sqrt{g \cdot r}$$

$$v = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot f$$
$$\Leftrightarrow f = \frac{v}{2\pi r} = \frac{\sqrt{g \cdot r}}{2\pi r} = \frac{\sqrt{g}}{2\pi \sqrt{r}}$$
$$= \frac{\sqrt{9,81\ \frac{m}{s^2}}}{2\pi\sqrt{0,9\ m}} \approx 0,53\ \frac{1}{s}$$

(3) Schaltungen von Widerständen

(3.1) Stromstärke bei einer Reihenschaltung

Entscheide, welche Aussage über die Stromstärke im abgebildeten Stromkreis richtig ist!

- ☐ Die Stromstärke ist am positiven Pol der Batterie am größten und nimmt mit jeder Lampe ab.
- ☐ Die Stromstärke ist am negativen Pol der Batterie am größten und nimmt mit jeder Lampe ab.
- ☐ Die Stromstärke ist bei allen Lampen gleich groß.
- ☐ Die Stromstärke ist abhängig von der Bauart der Lampen und damit ggf. bei den drei Lampen unterschiedlich groß.

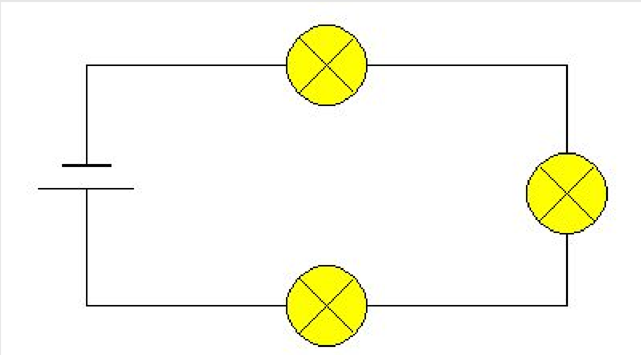


Abbildung 2: *Reihenschaltung von drei Lampen*

(3.2) Gesamtwiderstand berechnen

Berechne den Gesamtwiderstand der Schaltung!

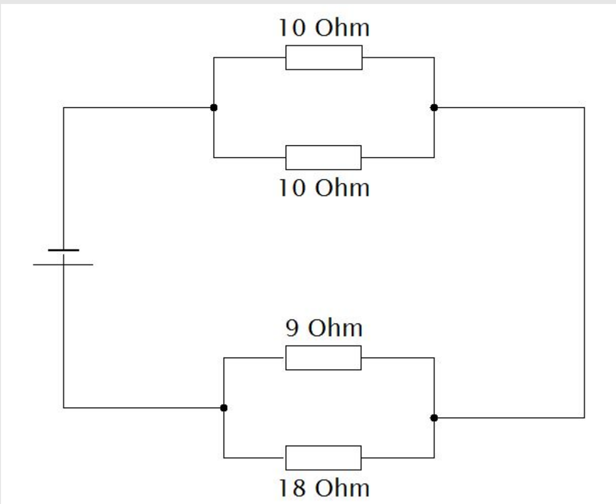


Abbildung 3: *Gesamtwiderstand berechnen*

Lösung

(3.1) Stromstärke bei einer Reihenschaltung

Da es sich um eine Reihenschaltung handelt, ist die Stromstärke bei allen Lampen gleich groß. Stell dir ein Rohr vor, in dem Wasser im Kreis gepumpt wird. Wenn es keine Abzweigung und keinen Abfluss gibt, muss die Wasserstromstärke überall gleich sein.

(3.2) Gesamtwiderstand berechnen

Die Lösungsidee ist, den Ersatzwiderstand der oberen und der unteren beiden Widerstände zu berechnen. Die oberen beiden Widerstände sind parallelgeschaltet. Es gilt

$$\frac{1}{R_{oben}} = \frac{1}{10\ \Omega} + \frac{1}{10\ \Omega} = \frac{2}{10\ \Omega} = \frac{1}{5\ \Omega}.$$

Also gilt für den oberen Ersatzwiderstand $R_{oben} = 5\ \Omega$.

Auf die gleiche Weise erhält man den unteren Ersatzwiderstand.

$$\frac{1}{R_{unten}} = \frac{1}{9\ \Omega} + \frac{1}{18\ \Omega} = \frac{3}{18\ \Omega} = \frac{1}{6\ \Omega}.$$

Es folgt für den unteren Ersatzwiderstand $R_{unten} = 6\ \Omega$.

Die beiden Ersatzwiderstände sind in Reihe geschaltet:

$$\boxed{R_{ges} = R_{oben} + R_{unten} = 5\ \Omega + 6\ \Omega = 11\ \Omega}.$$

Der Gesamtwiderstand der Schaltung beträgt also 11 Ohm.

(4) Wasser kochen

Du hast sturmfrei und möchtest dir Nudeln kochen. Während das Wasser zum Kochen gebracht wird, möchtest du noch eine Runde spielen und vergisst dabei den Kochtopf. Als du wieder an den Topf denkst, ist das Wasser vollständig verdampft.

Bestimme die Energie, die dem Wasser hinzugefügt wurde, wenn du 2 Liter Wasser einer Temperatur von 15°C in den Topf gefüllt hast. Es soll nur die Energie betrachtet werden, die dem Wasser zugeführt wird. Die Energie, die der Umgebung zugeführt wird, wird hier nicht betrachtet.

Lösung

Zuerst muss das Wasser erwärmt werden, bis es die Siedetemperatur von 100 °C erreicht hat. Dies entspricht einer Temperaturänderung von $\Delta T = 85\ °C$ bzw. $\Delta T = 85\ K$.

Wasser hat eine spezifische Wärmekapazität von $c = 4,2\ \frac{kJ}{kg \cdot K}$.

$$\Delta E_1 = c \cdot m \cdot \Delta T = 4,2\ \frac{kJ}{kg \cdot K} \cdot 2\ kg \cdot \Delta 85\ K \approx 700\ kJ$$

Nun muss die Energie berechnet werden, die benötigt wird, um das Wasser vom flüssigen in den gasförmigen Aggregatzustand zu überführen.

Die Verdampfungswärme von Wasser beträgt 2260 Joule pro Gramm.

$$\Delta E_2 = 2\ kg \cdot 2260\ \frac{kJ}{kg} \approx 4500\ kJ$$

Die Energie ergibt sich dann insgesamt zu

$$\Delta E = \Delta E_1 + \Delta E_2 = 5200\ kJ.$$

Es fällt auf, dass der Großteil der Energie fürs Verdampfen benötigt wird.

Zusammenfassung physikalischer Inhalte zur Aufgabe 1 Runde Sache:

(1) Schaltungen von Widerständen

(1.1) Reihenschaltung

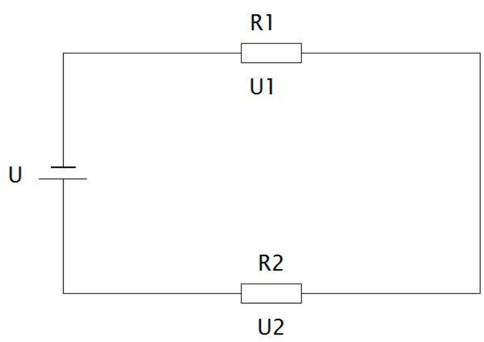


Abbildung 4: *Reihenschaltung*

Die Stromstärke ist im Stromkreis an allen Stellen gleich groß.

Die einzelnen Widerstände addieren sich zum Gesamtwiderstand.

$$R_{ges} = R_1 + R_2$$

Für die Beträge der Spannungen gilt (Maschenregel):

$$U = U_1 + U_2.$$

(1.2) Parallelschaltung

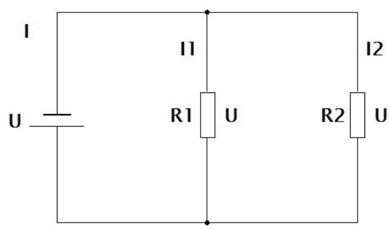


Abbildung 5: *Parallelschaltung*

Die Spannung ist an jedem Widerstand gleich groß. Der Strom teilt sich auf. In den Zweigen mit einem größeren Widerstand, ist der Teilstrom geringer. Der Gesamtwiderstand ist geringer als die Einzelwiderstände.

$$I_{ges} = I_1 + I_2$$

$$\frac{1}{R_{ges}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

Für die Beträge der Spannungen gilt:

$$U = U_1 = U_2.$$

(2) Spezifische Wärmekapazität, Schmelz- und Verdampfungswärme

(2.1) Spezifische Wärmekapazität

Die spezifische Wärmekapazität gibt an, wie viel Energie benötigt wird, um die Temperatur von 1 kg eines Stoffes um 1 K zu erhöhen.

Wasser hat eine spezifische Wärmekapazität von 4,2 $\frac{kJ}{kg \cdot K}$. Will man die Temperatur von ein Kilogramm Wasser (ca. 1 Liter) um 5 K erhöhen (dies entspricht einer Temperatursteigerung von 5°C) benötigt man also 21 kJ.

Folgende Änderung der inneren Energie ΔE ist mit der Temperaturänderung ΔT verbunden, wenn die Stoffprobe die Masse m und die spezifische Wärmekapazität c hat:

$$\Delta E = c \cdot m \cdot \Delta T.$$

Für das obige Beispiel lautet die Gleichung:

$$21\ kJ = 4,2\ \frac{kJ}{kg} \cdot 1\ kg \cdot 5\ K.$$

(2.2) Schmelzwärme

Energie, die benötigt wird, um eine Stoffprobe vom festen in den flüssigen Aggregatzustand zu überführen. Die Temperatur der Stoffprobe muss dabei beim Schmelzpunkt liegen. Beim Übergang vom flüssigen in den festen Aggregatzustand, wird die gleiche Menge an Energie freigegeben.

Die Schmelzwärme von Wasser beträgt 335 Joule pro Gramm. Der Schmelzpunkt von Wasser liegt bei Null Grad Celsius.

(2.3) Verdampfungswärme

Energie, die benötigt wird, um eine bestimmte Menge einer Flüssigkeit vom flüssigen in den gasförmigen Aggregatzustand zu überführen. Die Temperatur der Flüssigkeit muss dabei beim Siedepunkt liegen. Beim Übergang vom gasförmigen in den flüssigen Aggregatzustand, wird die gleiche Menge an Energie freigegeben.

Die Verdampfungswärme von Wasser beträgt 2260 Joule pro Gramm. Der Siedepunkt von Wasser liegt bei 100 Grad Celsius.

Aufgaben aus dem Auswahlwettbewerb mit thematischer Ähnlichkeit

- Widerstandsnetz (1. Runde zur 46. IPhO 2015, Aufgabe 2)
- Eisdiät (1. Runde zur 49. IPhO 2018, Aufgabe 5)
- 1. Aufgabe Aufgabenteil d (1. Runde zur 48. IPhO 2017)

Die Aufgaben finden Sie auf www.ipho.de[2].

[2] www.scienceolympiaden.de/ipho/internationale-physik-olympiade-material-download/aufgaben/1-erste-runde

Aufgabe 2 Kippender Eisberg

Physikalische Konzepte / Ideen: Eine Redewendung lautet: Das ist nur die Spitze des Eisbergs. Und es ist physikalische Realität, dass bei einem Eisberg nur ein kleiner Teil aus dem Wasser ragt, während der Großteil sich unterhalb der Wasseroberfläche befindet. Im ersten Aufgabeteil soll dies anhand eines Beispiels nachgerechnet werden. Der Hauptteil der Aufgabe fordert ein gutes Energiekonzept von den Schülerinnen und Schülern. Viele Ereignisse in der Natur sind durch das Energiekonzept erklärbar. Diese Ereignisse können wiederum Energien freisetzten, die großen Schaden anrichten können. Dies soll in dieser Aufgabe veranschaulicht werden.

Stichwörter: Auftrieb, Archimedisches Prinzip, Dichte, Energieerhaltung, potentielle Energie, Extremwertbetrachtung

Aufgabe zur Vorbereitung mit Lösung zu den Inhalten der Aufgabe 2 Kippender Eisberg:

Schwimmhilfe

Ob ein Mensch im Wasser schwebt, steigt oder sinkt, hängt von der mittleren Dichte des Menschen ab. Der Mensch hat eine mittlere Dichte, die ungefähr so groß wie die Dichte von Wasser ist, je nach Anatomie und abhängig von der Luft, die der Mensch in den Lungen hat.

Eine Person habe eine mittlere Dichte von $1{,}02\,\mathrm{g\,cm^{-3}}$ und eine Masse von $80{,}0\,\mathrm{kg}$. Die Person möchte eine luftgefüllte Schwimmhilfe verwenden.

Bestimme die Luftmenge, die notwendig ist, damit die Person im Wasser schweben kann. Vernachlässige das Eigengewicht der Schwimmhilfe und der Luft.

Lösung

Damit die Person im Wasser schwebt, muss die Auftriebskraft F_A gleich der Gewichtskraft F_G sein.

$$F_A = F_G$$

Für die Auftriebskraft des gesamten Körpers, bestehend aus Mensch und Schwimmhilfe, gilt:

$$F_A = \rho_{\text{Medium}} \cdot V_K \cdot g.$$

Wichtig ist, dass das Volumen V_K aus dem Volumen des Menschen V_M und dem gesuchten Volumen der Schwimmhilfe bzw. der gesuchten Luftmenge V_L besteht. Das Volumen der Schwimmhilfe ohne Luft wird vernachlässigt. Unter der Voraussetzung, dass der Mensch und seine Schwimmhilfe sich komplett im Wasser befinden, gilt:

$$F_A = \rho_{\text{Wasser}} \cdot (V_M + V_L) \cdot g.$$

Also folgt mit der Gleichgewichtsbedingung

$$F_G = F_A = \rho_{\text{Wasser}} \cdot (V_M + V_L) \cdot g$$

$$\Leftrightarrow m \cdot g = \rho_{\text{Wasser}} \cdot (V_M + V_L) \cdot g$$

$$\Leftrightarrow V_M + V_L = \frac{m \cdot g}{\rho_{\text{Wasser}} \cdot g}$$

$$\Leftrightarrow V_M + V_L = \frac{m}{\rho_{\text{Wasser}}}$$

$$\Leftrightarrow V_L = \frac{m}{\rho_{\text{Wasser}}} - V_M = \frac{m}{\rho_{\text{Wasser}}} - \frac{m}{\rho_{\text{Mensch}}} = m \cdot \left(\frac{1}{\rho_{\text{Wasser}}} - \frac{1}{\rho_{\text{Mensch}}}\right).$$

Die Dichte von Wasser beträgt ungefähr 1,00 $\frac{g}{cm^3}$. Mit den eingesetzten Werten ergibt sich:

$$V_L = 80\ kg \cdot \left(\frac{1}{1000\ \frac{kg}{m^3}} - \frac{1}{1020\ \frac{kg}{m^3}}\right) \approx 0,0016\ m^3.$$

Beachte, die Dichte ist in $\frac{g}{cm^3}$ gegeben, muss jedoch in der Einheit $\frac{kg}{m^3}$ eingesetzt werden.

Alternativ kannst du auch direkt in die Gleichung zu Beginn $V_M = \frac{m}{\rho_{\text{Mensch}}}$ einsetzen und diese mit der Solvefunktion des Taschenrechners lösen.

Es sind also knapp zwei Liter Luft notwendig, damit die Person im Wasser schweben kann. Dies ist jedoch noch keine nützliche Schwimmhilfe, da die Person mit dem Kopf ein Stück über der Wasseroberfläche sein muss, um nicht zu ertrinken. Dann ist aber das im Wasser befindliche Volumen und somit der Auftrieb kleiner. Die Person benötigt somit eine größere Luftmenge. Zudem könnte eine ohnmächtige Person im Wasser trotz genügend Auftriebs ertrinken, wenn das Gesicht sich im Wasser befindet.

Zusammenfassung physikalischer Inhalte zur Aufgabe 2 Kippender Eisberg:

Archimedisches Prinzip

(1) Schweben, Steigen und Sinken

Ein Körper kann in einem Medium (Gas oder Flüssigkeit) schweben, steigen oder sinken, je nachdem wie groß die Auftriebskraft F_A im Vergleich zur Gewichtskraft F_G des Körpers ist.

Schweben: $F_A = F_G$

Steigen: $F_A > F_G$

Sinken: $F_A < F_G$

(2) Archimedisches Prinzip

Der Auftrieb eines Körpers in einem Medium ist genauso groß wie die Gewichtskraft des vom Körper verdrängten Mediums.

$$F_A = \rho_{\text{Medium}} \cdot V_K \cdot g$$

Wichtig ist dabei, zu beachten, dass V_K nur den Teil des Körpervolumens darstellt, der sich im Medium befindet. V_K entspricht also dem vom Körper verdrängten Volumen des Mediums. Die Auftriebskraft resultiert daher, dass der Druck in einem Medium mit der Höhe variiert. Da an der unteren Seite des Körpers der Druck größer ist, als an der oberen, wirkt eine resultierende Kraft nach oben, die Auftriebskraft.

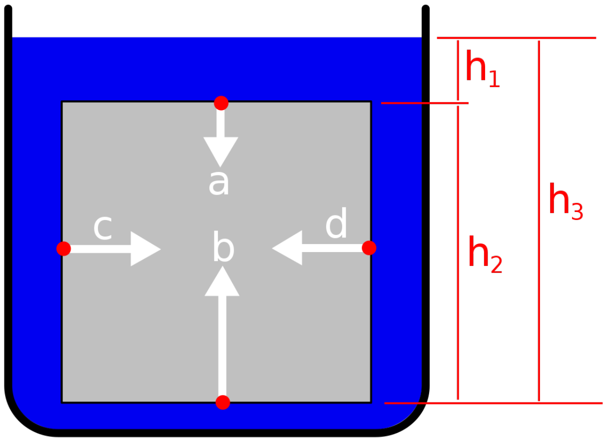


Abbildung 6: *Auftrieb als Druckdifferenz*

(3) Entscheidungsregel für das Schweben, Steigen und Sinken

Da die Auftriebskraft von der Dichte des Mediums ρ_{Medium} und die Gewichtskraft von der Dichte des Körpers ρ_K abhängt, kann man durch einen Vergleich der Dichte des Mediums mit der Dichte des Körpers entscheiden, ob der Körper schwebt, steigt oder sinkt.

$$\begin{aligned}
\text{Schweben:} \quad & \rho_{\text{Medium}} = \rho_K \\
\text{Steigen:} \quad & \rho_{\text{Medium}} > \rho_K \\
\text{Sinken:} \quad & \rho_{\text{Medium}} < \rho_K
\end{aligned}$$

Umgangssprachlich wird oft gesagt: Der Ball schwimmt im Wasser, da er leichter als das Wasser ist. Gemeint ist physikalisch hiermit: Der Ball hat eine geringere mittlere Dichte als das Wasser und steigt. Er steigt solange im Wasser nach oben, bis sich nur noch soviel Volumen des Balls im Wasser befindet, dass Auftriebskraft und Gewichtskraft betragsmäßig gleich groß sind.

Aufgabe aus dem Auswahlwettbewerb mit thematischer Ähnlichkeit

- Schwimmende Glasschale (1. Runde zur 41. IPhO 2010, Aufgabe 4)

Die Aufgaben finden Sie auf www.ipho.de[3].

[3] www.scienceolympiaden.de/ipho/internationale-physik-olympiade-material-download/aufgaben/1-erste-runde

Aufgabe 3 Schiefe Ebene

Physikalische Konzepte / Ideen: Dargestellt wird hier ein schwingfähiges System, bestehend aus einem Schlitten auf einer schiefen Ebene und einer Feder. Die Informationen über dieses System werden mit einem Zeit-Geschwindigkeits-Diagramm dargestellt. Diese Aufgabe verbindet viele physikalische Themen, wodurch für viele Schülerinnen und Schülern der Zugang zu dieser Aufgabe erschwert sein dürfte. Diese Themen werden in unserem Moodlekurs einzeln behandelt, um den Zugang zu dieser Aufgabe zu erleichtern.

Stichwörter: Schiefe Ebene, Hangabtriebskraft, Normalkraft, Beschleunigung, Zeit-Geschwindigkeits-Diagramm, Feder, Schwingung, Dämpfung

Aufgabe zur Vorbereitung mit Lösung zu den Inhalten der Aufgabe 3 Schiefe Ebene:

(1) Schiefe Ebene

Ein Schlitten steht oben an einem steilen Hang und soll nun den Hang hinunter gleiten. Der Hang kann als schiefe Ebene mit einem Neigungswinkel von 30° und einer Höhe von 5,0 m betrachtet werden. Der Gleitreibungskoeffizent zwischen den Kufen des Schlittens und dem Schnee beträgt 0,05, der Haftreibungskoeffizient beträgt 0,1.

1. Untersuche, ob sich der Schlitten in Bewegung setzt.
2. Berechne die maximale Geschwindigkeit des Schlittens.

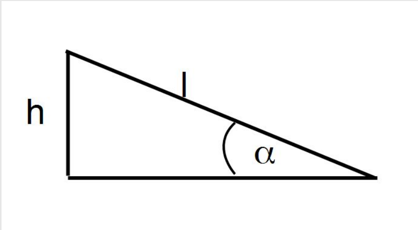


Abbildung 7: *Aufgabe Schiefe Ebene*

Lösung

1. Der Schlitten setzt sich nur dann in Bewegung, wenn die Hangabtriebskraft F_{GH} größer als die maximale Haftreibungskraft $F_{H,max}$ ist.

$$F_{GH} > F_{H,max}$$

Es gilt

$$F_{GH} = F_G \cdot \sin(\alpha)$$
$$F_{H,max} = \mu_H \cdot F_N = \mu_H \cdot F_{GH} = \mu_H \cdot F_G \cdot \cos(\alpha).$$

Also muss für das Gleiten des Schlittens folgende Bedingung erfüllt sein:

$$F_{GH} > F_{H,max}$$
$$\Leftrightarrow F_G \cdot \sin(\alpha) > \mu_H \cdot F_G \cdot \cos(\alpha)$$
$$\Leftrightarrow \frac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)} > \mu_H$$

Für $\alpha = 30°$ und $\mu_H = 0,1$ ist diese Bedingung erfüllt.

$$\frac{0,5}{\frac{\sqrt{3}}{2}} \approx 0,58 > 0,1$$

Die Hangabtriebskraft ist dementsprechend größer als die maximale Haftreibungskraft und der Schlitten setzt sich in Bewegung. Da $\tan(\alpha) = \frac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)}$ gilt, setzt sich der Schlitten in Bewegung, wenn $\tan(\alpha) > \mu_H$ ist; bzw. der Schlitten bleibt in Ruhe, wenn $\tan(\alpha) \leq \mu_H$ gilt.

2. Ein Körper, der eine schiefe Ebene hinunter gleitet, wird durch die Hangabtriebskraft beschleunigt und durch die Gleitreibung abgebremst (negative Beschleunigung). Bei einer beschleunigten Bewegung gilt für die Geschwindigkeit v, die Beschleunigung a und den zurückgelegten Weg l:

$$v = \sqrt{2 \cdot a \cdot l}.$$

Die maximale Geschwindigkeit wird am Ende der schiefen Ebene erreicht. Um die Geschwindigkeit zu berechnen, benötigt man also die Beschleunigung a und die Länge der schiefen Ebene l. Nach den zweiten Newton´schen Axiom gilt $F = m \cdot a$ und die resultierende Kraft F ergibt sich aus der Hangabtriebskraft F_{GH} und der Gleitreibung F_R.

$$\begin{aligned} m \cdot a = F &= F_{GH} - F_R \\ &= F_G \cdot \sin(\alpha) - \mu \cdot F_G \cdot \cos(\alpha) \\ &= F_G \cdot (\sin(\alpha) - \mu \cdot \cos(\alpha)) \end{aligned}$$

Für die Gewichtskraft F_G gilt $F_G = m \cdot g$ und somit folgt:

$$m \cdot a = m \cdot g \cdot (\sin(\alpha) - \mu \cdot \cos(\alpha)).$$

Nun kann man noch durch m auf beiden Seiten teilen:

$$a = g \cdot (\sin(\alpha) - \mu \cdot \cos(\alpha)).$$

Für die Länge l, die Höhe h und den Winkel α gilt im rechtwinkligen Dreieck:

$$\sin(\alpha) = \frac{h}{l} \qquad \Leftrightarrow \qquad l = \frac{h}{\sin(\alpha)}.$$

Damit folgt für die Geschwindigkeit v, indem a und l eingesetzt werden:

$$v = \sqrt{2 \cdot a \cdot l} = \sqrt{2 \cdot g \cdot (\sin(\alpha) - \mu \cdot \cos(\alpha)) \cdot \frac{h}{\sin(\alpha)}}$$

$$= \sqrt{2 \cdot 9,81\ \frac{m}{s^2} \cdot (\sin(30°) - 0,05 \cdot \cos(30°)) \cdot \frac{5\ m}{\sin(30°)}} \approx 9,5\ \frac{m}{s}.$$

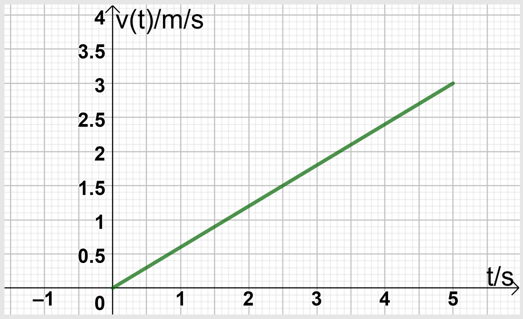
Die maximale Geschwindigkeit beträgt also 9,5 Meter pro Sekunde.

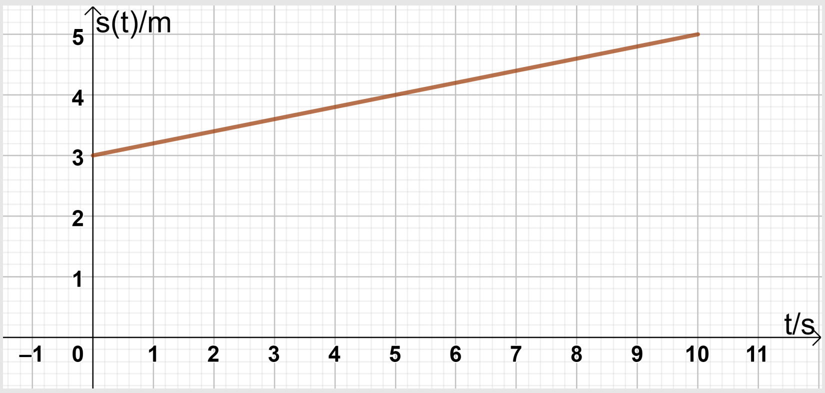
(2) Bewegungsdiagramme

Jedes der drei Diagramme beschreibt eine Bewegung.

Ordne jedem Bild eine der folgenden Aussagen zu.

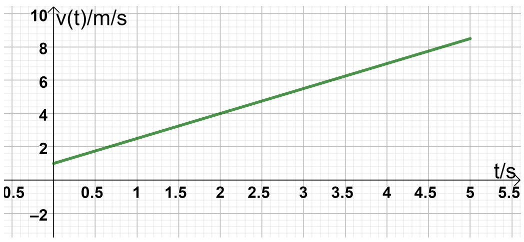
- Die Geschwindigkeit beträgt konstant 3 Meter pro Sekunde.
- Die Geschwindigkeit beträgt konstant 0,2 Meter pro Sekunde.
- Die Beschleunigung beträgt 1,5 Meter pro Quadratsekunde.
- Der zurückgelegte Weg beträgt 7,5 Meter.
- Der zurückgelegte Weg beträgt 3 Meter.
- Die Beschleunigung beträgt 1 Meter pro Quadratsekunde.



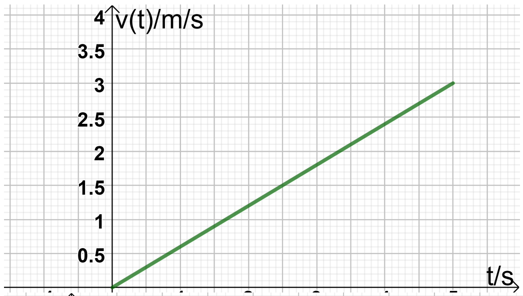


Lösung

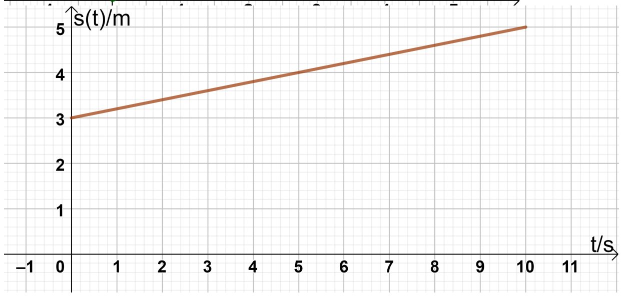
Die Beschleunigung beträgt 1,5 Meter pro Quadratsekunde. Dies entspricht der Steigung der Geraden im Zeit-Geschwindigkeits-Diagramm, das du rechts siehst.



Der zurückgelegte Weg beträgt 7,5 Meter. Dies entspricht der Fläche zwischen der Geraden und der x-Achse im Zeit-Geschwindigkeits-Diamgram im Intervall [0;5].



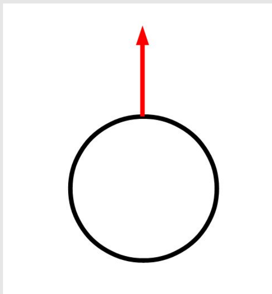
Die Geschwindigkeit beträgt konstant 0,2 Meter pro Sekunde. Dies entspricht der Steigung der Geraden im Zeit-Weg-Diagramm auf der rechten Seite.



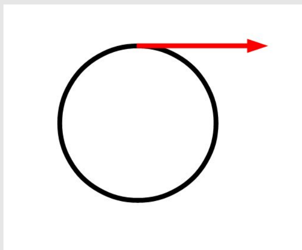
(3) Newton´sche Axiome

(3.1) Bewegung auf einer Kreisbahn

Eine Kugel wird an einem Faden im Kreis geschleudert. Was passiert wenn der Faden reißt?



- ☐ Die Kugel bewegt sich nach außen, da die Fliehkraft nicht mehr vom Faden kompensiert werden kann.
- ☐ Die Kugel bewegt sich nach außen, da nur noch die Zentrifugalkraft wirkt.
- ☐ Die Kugel bewegt sich tangential zur Kreisbahn, da keine äußere Kraft die Bewegungsrichtung ändert.
- ☐ Die Kugel bewegt sich tangential zur Kreisbahn, da sich Fliehkraft und Gewichtskraft überlagern.



Wähle die richtige Antwort aus. Achte auf die Begründung.

(3.2) Beschleunigter LKW

Ein LKW (40 t), wird mit einer Kraft von 20 000 N beschleunigt.

Berechne die Beschleunigung.

(3.3) Ein herumliegender Ball

Ein Ball liegt auf einem Tisch und bewegt sich nicht.

- ☐ Da der Ball sich nicht bewegt, wirkt keine Kraft auf ihn.
- ☐ Der Ball übt eine Kraft auf den Tisch aus.

☐ Der Tisch übt eine Kraft auf den Ball aus.

Kreuze alle richtigen Antworten an

Lösung

(3.1) Bewegung auf einer Kreisbahn

Wenn der Faden reißt, bewegt sich die Kugel tangential zur Kreisbahn, da keine äußere Kraft die Bewegungsrichtung ändert. Dies geht aus dem Trägheitssatz hervor. Ein Körper, der sich mit konstanter Geschwindigkeit auf einer Kreisbahn bewegt, übt eine beschleunigte Bewegung aus, auch wenn sich der Betrag der Geschwindigkeit nicht ändert. Die Beschleunigung ist notwendig, um ständig die Richtung der Bewegung zu ändern, damit der Körper auf der Kreisbahn bleibt. Ohne diese Beschleunigung, die zur Mitte der Kreisbahn gerichtet ist, bewegt sich der Körper geradeaus weiter, also tangential zur Kreisbahn. Dies kann man beim Funkenflug eines Tellerschleifers beobachten. Die Zentrifugalkraft ist eine Scheinkraft, die man wahrnimmt, wenn man sich im rotierenden Bezugssystem befindet. Dies kennt jeder, der schon einmal auf einem Karussell war.

(3.2) Beschleunigter LKW

Das zweite Newton´sche Axiom besagt: Um eine Masse m mit der Beschleunigung $\vec{a}$ zu beschleunigen, ist die Kraft $\vec{F}$ notwendig. Für die Beträge von Kraft und Beschleunigung gilt:

$$F = m \cdot a.$$

Nach der Beschleunigung a umgeformt ergibt sich dann mit den Zahlenwerten eingesetzt:

$$a = \frac{F}{m} = \frac{20\,000\,\mathrm{N}}{40\,000\,\mathrm{kg}} = 0{,}5\,\mathrm{m\,s^{-2}}.$$

Die Beschleunigung beträgt $0{,}5\,\mathrm{m\,s^{-2}}$.

(3.3) Ein herumliegender Ball

Auch wenn sich der Ball nicht bewegt, befindet er sich im Gravitationsfeld der Erde und es wirkt die Gewichtskraft. Es wirkt also eine Kraft auf den Ball zum Erdmittelpunkt hin gerichtet. Diese Kraft wirkt der Ball auf den Tisch aus. Das er nicht durch den Tisch fällt, liegt daran, dass der Tisch eine Kraft auf den Körper ausübt, die gleich groß und entgegengerichtet ist. Dies besagt das dritte Newton´sche Axiom. Diese Kraft wird Normalkraft genannt (siehe Informationen Schiefe Ebene). Richtig sind also die beiden Antworten:

☐ Der Ball übt eine Kraft auf den Tisch aus.

☐ Der Tisch übt eine Kraft auf den Ball aus.

(4) Kugel und Feder

Eine Kugel mit der Masse von $1{,}00\,\mathrm{kg}$ fällt auf eine senkrecht stehende Feder. In der Ausgangssituation befindet sich die Kugel 2,0 Meter über der Feder, die zu diesem Zeitpunkt nicht ausgelenkt ist. Die Federkonstante beträgt $500\,\mathrm{N\,m^{-1}}$.

Berechne die Strecke, um die die Feder maximal zusammengedrückt wird.

Lösung

In der Ausgangslage befindet sich die Kugel in der Höhe $h = 2{,}0\,\mathrm{m}$ über der Feder und besitzt potenzielle Energie. Die Feder ist nicht zusammengedrückt und es ist somit keine Energie in der Feder gespeichert. Die Gesamtenergie ergibt sich also aus der potenziellen Energie der Kugel

$$E_0 = m \cdot g \cdot h.$$

Der Nullpunkt ist somit die Spitze der Feder. Drückt nun die Kugel die Feder zusammen, ist in der Feder Energie gespeichert. Zu beachten ist jedoch, dass die Kugel sich nun um die Strecke Δx unter dem Nullpunkt befindet. Δx wird also negativ sein. Die Gesamtenergie ergibt sich nun aus der Spannenergie der Feder und der potenziellen Energie der Kugel. Die potenzielle Energie ist nicht null, da sich die Kugel unter dem Nullpunkt befindet.

$$E_1 = \frac{1}{2} \cdot k \cdot (\Delta x)^2 + m \cdot g \cdot \Delta x.$$

Da die Energie in der Ausgangssituation gleich der Energie zu dem Zeitpunkt sein muss, in dem die Feder maximal gestaucht ist, gilt:

$$E_1 = E_0$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2} \cdot k \cdot (\Delta x)^2 + m \cdot g \cdot \Delta x = m \cdot g \cdot h$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2} \cdot k \cdot (\Delta x)^2 + m \cdot g \cdot \Delta x - m \cdot g \cdot h = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2} \cdot 500\,\mathrm{N\,m^{-1}} \cdot (\Delta x)^2 + 1{,}00\,\mathrm{kg} \cdot 9{,}81\,\mathrm{m\,s^{-2}} \cdot \Delta x - 1{,}00\,\mathrm{kg} \cdot 9{,}81\,\mathrm{m\,s^{-2}} \cdot 2{,}0\,\mathrm{m} = 0\,.$$

$$\Leftrightarrow \quad \Delta x \approx -0,30 \qquad \text{bzw.} \qquad \Delta x \approx 0,26$$

Da die maximale Strecke berechnet werden soll, um die die Feder zusammengedrückt wird, ist nur die Lösung $\Delta x \approx -0,30$ von Interesse. Die Feder wird also maximal 30 cm zusammengedrückt.

(5) Pendel

(5.1) Berechnung der Fadenlänge

Eine Kugel hängt an einer dünnen Schnur und wird aus der Ruhelage um 10,0 Grad nach links ausgelenkt. Die Reibung wird zunächst vernachlässigt. Bis sie zum ersten Mal auf der rechten Seite um 10,0 Grad ausgelenkt ist, vergehen 1,5 Sekunden.

Berechne die Länge der Schnur.

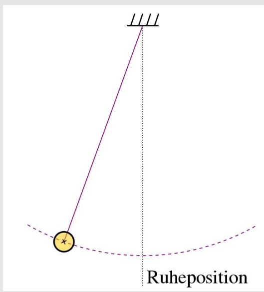


Abbildung 8: *„Pendelschwingung“ von Stündle, CC0*

(5.2) Energieumwandlung durch Reibung

Nun betrachte den realistischeren Fall, dass die Reibung nicht zu vernachlässigen ist. Ein Pendel wird in der Ausgangslage um 30,0 Grad nach links ausgelenkt und erreicht auf der anderen Seite nur noch einen Winkel von 29,0 Grad.

Bestimme den Anteil der Energie der Kugel, der während der ersten Schwingungsperiode in Wärme umgewandelt wird. Du kannst von einer Länge von 2 Metern und einer Masse der Kugel von 50 Gramm ausgehen. Die Aufgabe ist jedoch auch ohne diese beiden Angaben lösbar.

Lösung

(5.1) Berechnung der Fadenlänge

Für kleine Auslenkungen, unter der Annahme, dass die Bewegung reibungsfrei verläuft, gilt für die Schwingungsdauer T in Abhängigkeit der Länge des Fadens l:

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g}}.$$

Die angegebene Zeit von 1,5 Sekunden entspricht der halben Schwingungsdauer, also $\frac{T}{2} = 1{,}5\,\mathrm{s}$ bzw. $T = 3{,}0\,\mathrm{s}$. Damit folgt für die Länge l:

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g}}$$

$$\Leftrightarrow \frac{T}{2\pi} = \sqrt{\frac{l}{g}}$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{T}{2\pi}\right)^2 = \frac{l}{g}$$

$$\Leftrightarrow l = \left(\frac{T}{2\pi}\right)^2 \cdot g$$

Mit der Schwingungsdauer $T = 3{,}0\,\mathrm{s}$ folgt nun für die Länge:

$$l = \left(\frac{3\ s}{2\pi}\right)^2 \cdot 9,81\ \frac{m}{s^2} \approx 2{,}2\,\mathrm{m}.$$

Der Faden hat eine Länge von etwa zwei Metern.

(5.2) Energieumwandlung durch Reibung

Zu Beginn besitzt die Kugel potenzielle Energie. Diese wird dann in kinetische Energie umgewandelt und diese dann wieder in Potenzielle. Dieser Vorgang wiederholt sich, bis dass Pendel zur Ruhe kommt. Ein kleiner Teil der kinetischen Energie wird aufgrund der Reibung in Wärme umgewandelt. Diese Energie kann durch die Differenz von potenziellen Energien bestimmt werden. Dafür wird ein Höhenunterschied benötigt.

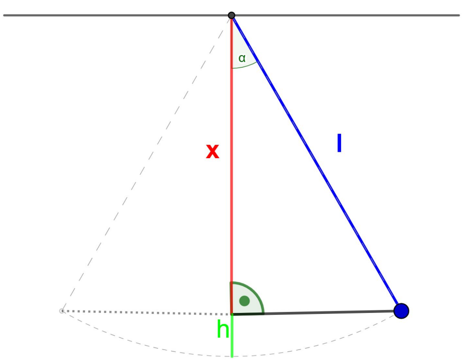


Abbildung 9: *Bestimmung des Höhenunterschieds*

Im rechtwinkligen Dreieck in Abbildung 9 gilt: $\cos(\alpha) = \frac{x}{l}$. Für die Strecke x gilt somit: $x = \cos(\alpha) \cdot l$. In der Ausgangssituation beträgt der Winkel $\alpha = 30°$ und nach einer halben Schwingungsperiode ist $\alpha = 29°$. Die Verkürzung der Höhe entspricht also der Verlängerung der Strecke x. Für die Höhendifferenz gilt somit:

$$\Delta h = \cos(30°) \cdot l - \cos(29°) \cdot l = (\cos(30°) - \cos(29°)) \cdot l. \tag{3.1}$$

Damit wird während der ersten halben Schwingungsperiode die Energie $m \cdot g \cdot \Delta h$ in Form von Wärme dem schwingenden System entzogen. In der ersten Schwingungsperiode beträgt diese Energie ungefähr:

$$\Delta E = 2 \cdot m \cdot g \cdot \Delta h. \tag{3.2}$$

Zu Beginn besitzt die Kugel nur potenzielle Energie. Für die Höhe gilt (siehe Abbildung 9):

$$h = l - x = l - \cos(30°) \cdot l = l \cdot (1 - \cos(30°)). \tag{3.3}$$

Also besitzt die Kugel zu Beginn die Energie:

$$E_0 = m \cdot g \cdot h \tag{3.4}$$

Der Anteil der Energie der Kugel, der während der ersten Schwingungsperiode in Wärme umgewandelt wird, beträgt $\frac{\Delta E}{E_0}$. Mit Gleichungen (3.2) und (3.4) folgt daraus:

$$\frac{\Delta E}{E_0} = \frac{2 \cdot m \cdot g \cdot \Delta h}{m \cdot g \cdot h} = \frac{2\Delta h}{h}.$$

Nun müssen noch Δh aus Gleichung (3.1) und h aus Gleichung (3.3) eingesetzt werden.

$$\frac{\Delta E}{E_0} = \frac{2 \cdot (\cos(30°) - \cos(29°)) \cdot l}{l \cdot (1 - \cos(30°))} = \frac{2 \cdot (\cos(30°) - \cos(29°))}{1 - \cos(30°)} \approx -0,128$$

Während der ersten Schwingungsperiode werden 13 Prozent der Energie der Kugel in Wärme umgewandelt. Das Ergebnis ist unabhängig von der Masse der Kugel und der Länge des Fadens.

Zusammenfassung physikalischer Inhalte zur Aufgabe 3 Schiefe Ebene:

(1) Schiefe Ebene

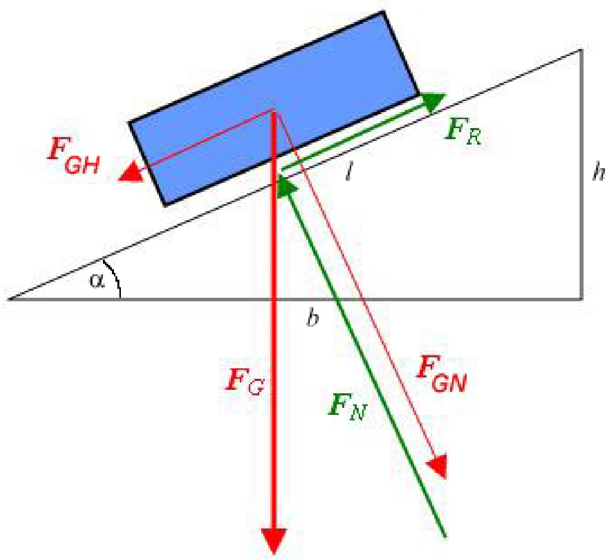


Abbildung 10: *„Kräfte an Körper auf schiefer Ebene" von studi111, Copyrighted free use*

Rutscht ein Klotz auf einer schiefen Ebene, wirkt auf ihn die Gewichtskraft $\vec{F}_{\text{G}}$. Diese Gewichtskraft bewirkt zwei Dinge:

1. Der Klotz wird entlang der schiefen Ebene gleichmäßig beschleunigt .
2. Der Klotz übt eine Kraft auf die Ebene aus.

Die Gewichtskraft $\vec{F}_{\text{G}}$ kann also in zwei Komponenten aufgeteilt werden.

$\vec{F}_{\text{GH}}$: Hangabtriebskraft parallel zur Ebene, diese Kraft bewirkt die Bewegung des Klotzes.
$\vec{F}_{\text{GN}}$: Normalkomponente der Gewichtskraft. Diese Kraftkomponente wirkt senkrecht zur Ebene.

Die Normalkraft $\vec{F}_{\text{N}}$ ist vom Betrag her genauso groß wie $\vec{F}_{\text{GN}}$, wirkt aber entgegengerichtet. Dies folgt aus den 3. Newton´schen Axiom: Jede Kraft hat eine Gegenkraft.

Die Gleitreibungskraft $\vec{F}_{\text{R}}$ wirkt der Hangabtriebskraft $\vec{F}_{\text{GH}}$ entgegen.

$$\text{Hangabtriebskraft: } F_{\text{GH}} = F_{\text{G}} \cdot \sin(\alpha)$$

$$\text{Normalkomponente der Gewichtskraft: } F_{\text{GN}} = F_{\text{G}} \cdot \cos(\alpha)$$

$$\text{Gleitreibungskraft: } F_{\text{R}} = \mu \cdot F_{\text{N}} = \mu \cdot F_{\text{GN}} = \mu \cdot F_{\text{G}} \cdot \cos(\alpha)$$

μ ist der Gleitreibungskoeffizient. Dieser ist abhängig vom Oberflächenmaterial der Ebene und des Klotzes.

Damit sich der Klotz überhaupt in Bewegung setzt, muss der Betrag der Hangabtriebskraft größer als der maximale Betrag der Haftreibungskraft F_{H} sein.

$$F_{\text{GH}} > F_{\text{H, max}} = \mu_{\text{H}} \cdot F_{\text{N}}$$

Der Haftreibungskoeffizient μ_{H} ist dabei in der Regel größer als der Gleitreibungskoeffizent μ.

(2) Zeit-Geschwindigkeits-Diagramm

(2.1) Gleichförmige Bewegung

Bei der gleichförmig gradlinigen Bewegung ist die Geschwindigkeit v konstant. Der Graph im t-v Diagramm ist eine Parallele zur t-Achse.

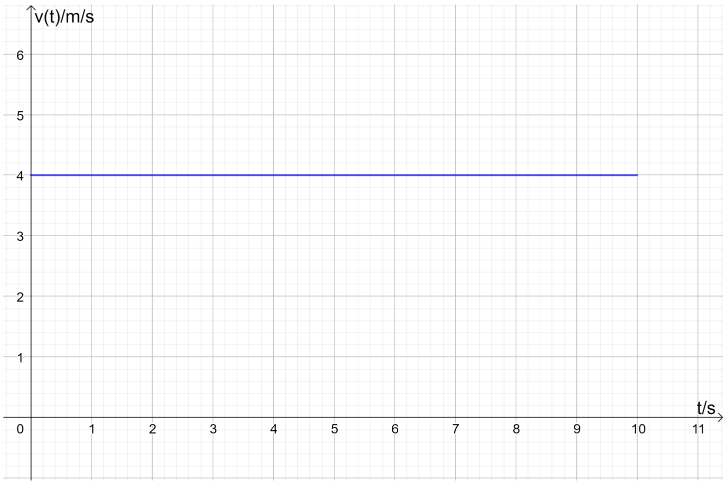


Abbildung 11: *gleichförmige Bewegung*

Die Geschwindigkeit dieser Bewegung beträgt 4 $\frac{m}{s}$.

(2.2) Beschleunigte Bewegung

Bei der gleichmäßig beschleunigten gradlinigen Bewegung verändert sich die Geschwindigkeit v linear. Der Graph im t-v Diagramm ist eine Gerade.

$$s(t) = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 + v_0 \cdot t + S_0$$
$$v(t) = a \cdot t + v_0$$

Beispiel:

$$s(t) = \frac{1}{2} \cdot 0,6\ \frac{m}{s^2} \cdot t^2 + 2\ \frac{m}{s} \cdot t$$
$$v(t) = 0,6\ \frac{m}{s^2} \cdot t + 2\ \frac{m}{s}$$

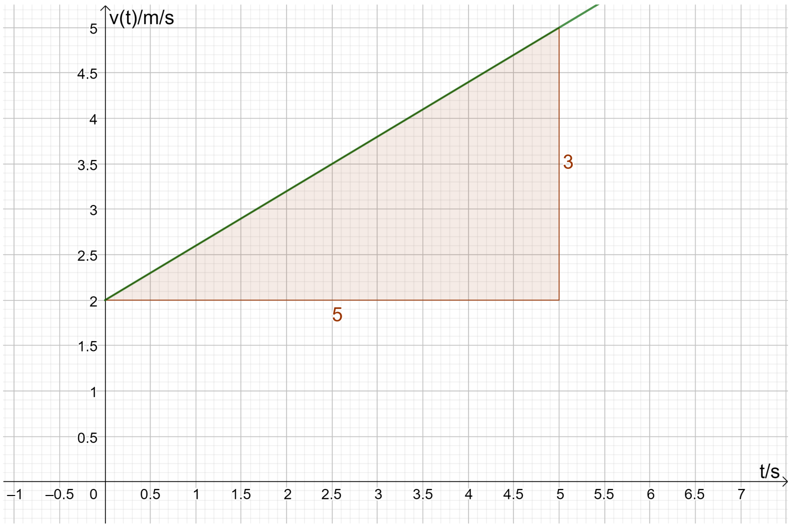


Abbildung 12: *beschleunigte Bewegung*

Die Beschleunigung entspricht der Steigung des Graphen und beträgt $0,6\ \frac{m}{s^2}$. Dies bedeutet, dass die Geschwindigkeit jede Sekunde um $0,6\ \frac{m}{s}$ ansteigt. Die Anfangsgeschwindigkeit beträgt $2\ \frac{m}{s}$.

(3) Die Newton´schen Axiome

(3.1) Trägheitssatz

Der Trägheitssatz besagt, wenn keine äußere resultierende Kraft wirkt, behält ein Körper seinen Bewegungszustand bei. Ist also die Summe der äußeren, auf einen Körper einwirkenden Kräfte null, bewegt er sich mit konstanter Geschwindigkeit ohne Änderung der Richtung weiter oder bleibt in Ruhe, je nach Ausgangszustand.

Beispiel: Wenn ein Auto gegen eine Wand fährt, behält eine nicht angeschnallte Person ihren Bewegungszustand bei und bewegt sich weiter nach vorne. Ein Anschnallgurt dagegen übt eine Kraft aus und bremst die Bewegung der Person ab.

(3.2) 2. Newton´sche Axiom

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

Wird eine Masse m mit der Beschleunigung $\vec{a}$ beschleunigt, wirkt auf die Masse die Kraft $\vec{F}$. Andersherum gilt: um eine Masse m mit der Beschleunigung $\vec{a}$ zu beschleunigen ist die Kraft $\vec{F}$ notwendig. Kraft und Beschleunigung sind gleichgerichtet.

(3.3) Wechselwirkungsgesetz

Jede Kraft hat eine Gegenkraft. Übt ein Körper A eine Kraft auf B aus, so übt B auch eine Kraft auf A aus. Die Kräfte sind gleich groß und entgegengerichtet. Dies wird bei der Fortbewegung genutzt. Wenn mein Fuß eine Kraft auf den Boden ausübt, übt der Boden auch eine Kraft auf mich aus. Daher bewege ich mich fort.

(4) Harmonische Schwingungen, Feder- und Fadenpendel, gedämpfte Schwingung

(4.1) Harmonische Schwingungen

Bei einer harmonischen Schwingung ist die rücktreibende Kraft proportional zur Auslenkung aus der Ruhelage. In diesem Fall kann die Auslenkung $y(t)$ in Abhängigkeit von der Zeit t mit einer Sinus- oder Kosinusfunktion beschrieben werden. Sowohl die Schwingung des Federpendels, wenn das Hook´sche Gesetz gilt, als auch die Schwingung des Fadenpendels für kleine Auslenkungen lassen sich mit einer harmonischen Schwingung modellieren.

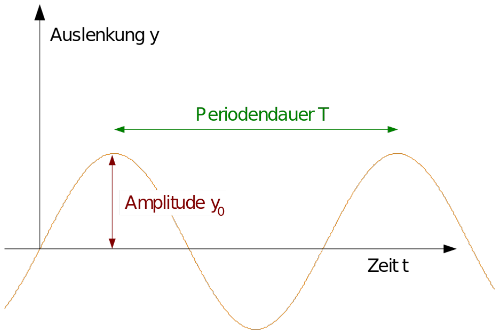


Abbildung 13: *Auslenkung y(t) aus der Ruhelage einer harmonischen Schwingung*

(4.2) Schwingungsgleichung einer harmonischen Schwingung

Die Auslenkung $y(t)$ aus der Ruhelage in Abhängigkeit von der Zeit t lässt sich bei einer harmonischen Schwingung durch eine Sinus- bzw. Kosinusfunktion beschreiben.

$$y(t) = y_0 \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi_0)$$

oder

$$y(t) = y_0 \cdot \cos\left(\omega \cdot t + \varphi_0 - \frac{\pi}{2}\right).$$

Dabei ist ω die Kreisfrequenz, t die Zeit und φ_0 der Phasenwinkel der Schwingung zu Beginn, also für $t = 0$.

Für die Sinus- und Kosinusfunktion gilt der Zusammenhang:

$$\sin(\alpha) = \cos(\alpha - 90°)$$

bzw.

$$\sin(\alpha) = \cos(\alpha - \frac{\pi}{2}).$$

Verschiebt man den Graph der Kosinusfunktion um 90 Grad bzw. um $\frac{\pi}{2}$ nach rechts, so erhält man den Graph der Sinusfunktion.

Die Bewegung eines harmonisch schwingenden Körpers entspricht der Projektion einer Kreisbewegung. Analog zur Kreisbewegung gilt bei der harmonischen Schwingung für die Frequenz f und die Kreisfrequenz ω :

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot f = \frac{2 \cdot \pi}{T}$$

bzw.

$$f = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2 \cdot \pi}.$$

(4.3) Fadenpendel

Bei einer periodischen Bewegung gibt die Periodendauer (hier die Schwingungsdauer) T an, nach welcher Zeit ein Körper den gleichen Bewegungszustand hat (siehe Abbildung 13). Die Schwingungsdauer beim Fadenpendel ist unabhängig von der Masse des Körpers.

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g}}$$

Die Schwingungsgleichung lautet:

$$y(t) = y_0 \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi_0)\,; \qquad \omega = \sqrt{\frac{g}{l}}$$

(4.4) Federpendel

Beim Federpendel ist die Schwingungsdauer T abhängig von der Masse des pendelnden Körpers m und der Federkonstanten k. Genauer betrachtet: Die Schwingungsdauer ist proportional zu $\sqrt{m}$ und $\frac{1}{\sqrt{k}}$.

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{m}{k}}$$

Die Bewegung lässt sich ähnlich wie beim Fadenpendel beschreiben.

Schwingungsgleichung: $y(t) = y_0 \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi_0)\,;$ $\qquad \omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$

(4.5) Gedämpfte Schwingung am Beispiel des Federpendels

Ungedämpft würde die Schwingung endlos andauern mit gleichbleibender Amplitude. In der Realität tritt jedoch Reibung auf, so dass dem schwingenden System Energie entzogen wird, die in Form von Wärme freigesetzt wird. Je nachdem wie groß die Dämpfungskonstante δ ist, wird zwischen drei Fällen unterschieden. Nur bei einer schwachen Dämpfung kommt es zu einer Schwingung. Eine schöne Animation, die alle drei Fälle veranschaulicht, findest du bei Wikipedia[4].

Schwache Dämpfung, Schwingfall

Dieser Fall liegt vor, wenn

$$\delta < \omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

gilt. Also die Dämpfung hinreichend schwach ist. Dann gilt für die Auslenkung $y(t)$:

$$y(t) = y_0 \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi_0) \cdot e^{-\delta \cdot t}.$$

Der erste Teil entspricht der Schwingungsgleichung im ungedämpften Fall. Der Term $e^{-\delta \cdot t}$ beschreibt die Dämpfung, die Amplitude nimmt exponentiell ab.

[4] de.wikipedia.org/wiki/Schwingung

Aperiodischer Grenzfall

Bei $\delta = \omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$ ist die Grenze erreicht, bei der keine Schwingung mehr möglich ist.

Kriechfall

Bei einer starken Dämpfung $\delta > \omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$ geht das schwingfähige Systeme sehr langsam in die Ruhelage zurück.

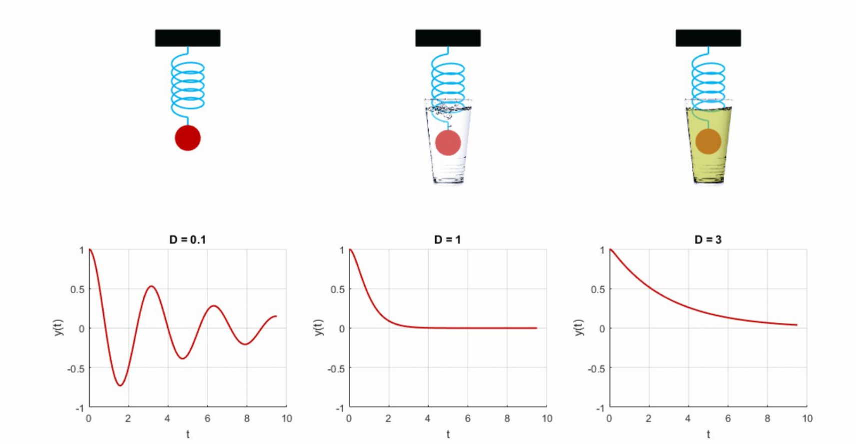


Abbildung 14: *Schwingfall (links), Aperiodischer Grenzfall (mittig) und Kriechfall (rechts); „Federpendel verschiedene Dämpfungen" von Eltos, CC BY-SA 4.0*

Aufgaben aus dem Auswahlwettbewerb mit thematischer Ähnlichkeit

- Metallplatte auf Dach (1. Runde zur IPhO 1996)

Diese Aufgabe mit Lösung finden Sie in unserem Moodle System.

- Bewegung! (2. Runde zur 50. IPhO 2019, Aufgabe 2)
- Schwingende Stäbchen, Aufgabenteile a, b, g, h (2. Runde zur 48. IPhO 2017, Aufgabe 3)

Die Aufgaben finden Sie auf www.ipho.de[5].

[5] www.scienceolympiaden.de/ipho/internationale-physik-olympiade-material-download/aufgaben/2-zweite-runde

Aufgabe 4 Leckere Linse

Physikalische Konzepte / Ideen: Eine bikonvexe Linse, auch Sammellinse genannt, bündelt das Licht. Sie findet in vielen optischen Geräten Anwendung. Die Brennweite einer Linse ist abhängig von der geometrischen Anordnung und dem Brechungsindex des Materials. Ziel dieser Aufgabe ist die experimentelle Bestimmung eines Brechungsindex.

Hierzu soll ein Experiment geplant, durchgeführt, dokumentiert und ausgewertet werden. Hinweise zum Experimentieren in der PhysikOlympiade sind in dem Lernblatt - Einführung ins Experimentieren[6] zusammengestellt.

Stichwörter: Brechungsindex, Linsengleichung, Abbildungsgleichung, Linsenschleiferformel, Linse

Aufgabe mit Lösung zur Vorbereitung auf die Inhalte der Aufgabe 4 Leckere Linse:

Das menschliche Auge

Die Linse des menschlichen Auges funktioniert ungefähr so wie eine optische Linse. Der große Vorteil der menschlichen Linse ist, dass die Muskeln im Auge die Linse unterschiedlich stark krümmen können und somit die Brennweite der Linse variiert (Akkommodation). Das menschliche Auge hat einen Durchmesser von etwa 24 mm.

Bestimme die notwendige Brennweite, wenn ein Gegenstand in 2,0 Meter Entfernung zum Auge scharf wahrgenommen wird.

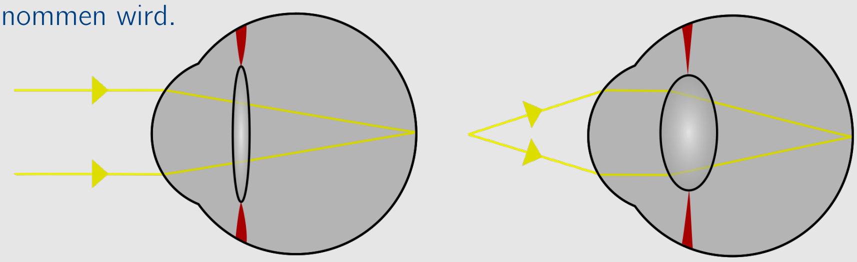


Abbildung 15: *Akkommodation Auge: Im Bild links ist die Entfernung groß, im rechten Bild dagegen klein (von Erin Silversmith, CC BY-SA 2.5)*

Lösung

Für die Bestimmung der Brennweite wird die Abbildungsgleichung benötigt.

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{b} + \frac{1}{g}$$

Gesucht ist hier die Brennweite f, gegeben ist die Gegenstandsweite $g = 2{,}0\,\text{m}$ und die Bildweite $b = 0{,}024\,\text{m}$. Der Durchmesser des Auges entspricht in etwa der Bildweite, da das Bild auf der Netzhaut abgebildet wird. Die Gleichung kann nun mit dem Taschenrechner mit der Solvefunktion gelöst werden oder es wird nach f aufgelöst.

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{b} + \frac{1}{g} = \frac{g+b}{b \cdot g}$$
$$\Leftrightarrow f = \frac{b \cdot g}{g+b}$$

Mit den Werten eingesetzt ergibt sich nun:

$$f = \frac{0,024\ m \cdot 2\ m}{2\ m + 0,024\ m} \approx 0,024\ m$$

[6] www.scienceolympiaden.de/media/1183/download/IPhO_lernblatt_experimentieren.pdf?v=1

Damit der Gegenstand aus 2 Meter Entfernung scharf wahrgenommen wird, muss die Brennweite der Linse im Auge etwa auf 24 mm eingestellt sein. Dies entspricht dem Durchmesser des Auges.

Wenn sich der Gegenstand in sehr kurzer Entfernung vor dem Auge befindet, wäre die mit der Abbildungsgleichung berechnete Brennweite viel kleiner als der Durchmesser des Auges und durch die Krümmung der Linse nicht mehr realisierbar. Die Folge ist, dass der Gegenstand nicht mehr scharf gesehen werden kann. Es gibt somit einen Minimalabstand, den ein Gegenstand vom Auge haben muss, damit er scharf gesehen werden kann.

Aufgaben aus dem Auswahlwettbewerb mit thematischer Ähnlichkeit

- Aufgabe 1 Aufgabenteil c (1. Runde zur 51. IPhO 2020)
- Verschobener Strohhalm (1. Runde zur 49. IPhO 2018, Aufgabe 4)
- Streichholzbildchen (1. Runde zur 46. IPhO 2015, Aufgabe 5 Junioraufgabe)

Die Aufgaben finden Sie auf www.ipho.info[7].

- Linsensammlung (2. Runde zur 50. IPhO 2019, Aufgabe 5)

Diese Aufgabe der zweiten Runde finden Sie auch auf www.ipho.info[8].

[7] www.scienceolympiaden.de/ipho/internationale-physik-olympiade-material-download/aufgaben/1-erste-runde
[8] www.scienceolympiaden.de/ipho/internationale-physik-olympiade-material-download/aufgaben/2-zweite-runde

Aufgabe 5 Junioraufgabe : Seltsame Spiegelung

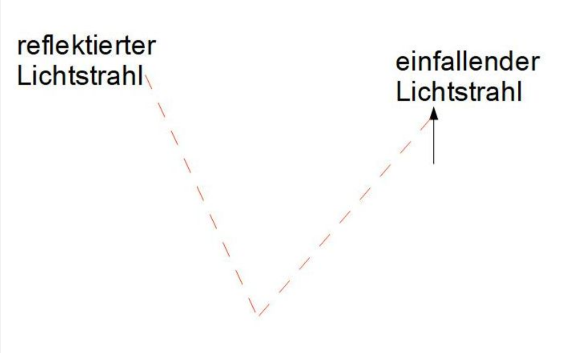
Physikalische Konzepte / Ideen: Gegenstand dieser Aufgabe ist ein Spiegelbild einer Hausfassade, das sich vom Original unterscheidet. An einem Fenster im zweiten Stock ist ein heller Fleck zu erkennen, der durch die Reflexion des Sonnenlichts entsteht. Im Spiegelbild ist dieser reflektierte Fleck jedoch im dritten Stockwerk zu sehen. Entscheidend für die Lösung dieser Aufgaben ist es, zu erkennen, dass einige Fenster gekippt sind und somit nicht von einer ebenen Hausfront ausgegangen werden kann.

Stichwörter: Reflexion, Einfallswinkel, Ausfallswinkel, Reflexionsgesetz

Aufgabe zur Vorbereitung mit Lösungen zu den Inhalten der Aufgabe 5 Seltsame Spiegelung:

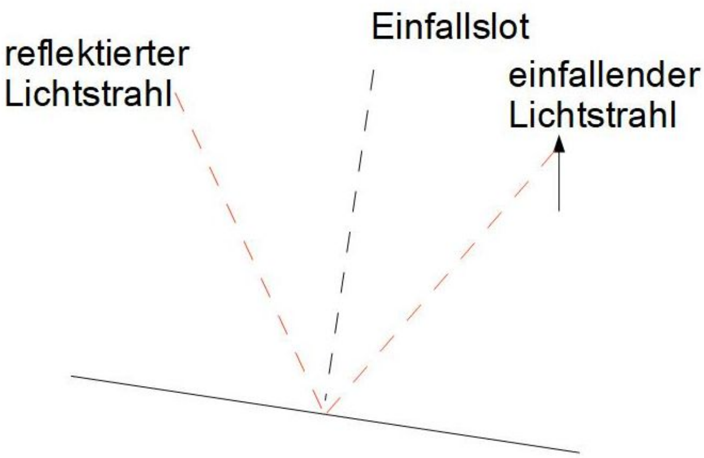
Wo ist der Spiegel?

Bestimme, welche Lage der Spiegel haben muss, damit das Licht, wie im Bild dargestellt, reflektiert werden kann.



Lösung

Das Lot ist so einzuzeichnen, dass es den Winkel zwischen einfallendem Lichtstrahl und reflektierten Lichtstrahl halbiert. Danach ist der Spiegel so einzuzeichnen, dass er senkrecht zum Lot liegt.



Zusammenfassung physikalischer Inhalte zur Aufgabe 5 Seltsame Spiegelung:

Reflexion

(1) Reflexionsgesetz

Der Einfallswinkel α (Winkel zwischen einfallendem Lichtstrahl und Einfallslot) und der Reflexionswinkel β (Winkel zwischen reflektiertem Lichtstrahl und Einfallslot) sind gleich groß. Das Lot steht dabei senkrecht auf der Spiegelebene.

(2) Entstehung Spiegelbild

Das Licht des Gegenstands (hier als Pfeil dargestellt) wird vom Spiegel gemäß dem Reflexionsgesetz (Einfallswinkel gleich Reflexionswinkel) reflektiert und fällt ins Auge des Betrachters. Für den Betrachter sieht es so aus, als ob sich das Spiegelbild seitenverkehrt unterhalb des Spiegels befindet.

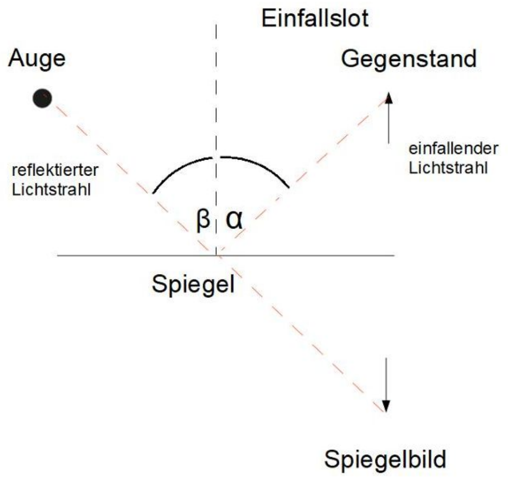


Abbildung 16: *Reflexionsgesetz, Entstehung Spiegelbild*

Aufgabe aus dem Auswahlwettbewerb mit thematischer Ähnlichkeit

- Physikerbillard (1. Runde zur 45. IPhO 2014, Aufgabe 1)

Die Aufgaben finden Sie auf www.ipho.de[9].

[9] www.scienceolympiaden.de/ipho/internationale-physik-olympiade-material-download/aufgaben/1-erste-runde