

# ***Lernmaterialien***

# ***PhysikOlympiade***

## ***Themenblock: Stromkreise***



### **Reihen- und Parallelschaltung, Knoten- und Maschenregel, Strom- und Spannungsmessung und Fehlerschaltungen**

Dieses Vorbereitungsmodul richtet sich an alle Schüler/innen, die sich aktiv auf die PhysikOlympiade vorbereiten wollen oder auch einfach nur Spaß an physikalischen Themen haben. Der vorgestellte Stoff befasst sich zu einem Großteil mit schulischen Inhalten, kann diese aber in einigen Bereichen auch übersteigen, da dieses Modul an das Niveau der Aufgaben aus der 1. und 2. Runde der Olympiade angepasst ist. Das Modul umfasst einen Theorieteil mit Formeln, kurzen Kontrollfragen und Übungsaufgaben aus dem Wettbewerb um das gelernte Wissen anzuwenden.

Dieser Block befasst sich mit den grundlegenden Kenntnissen eines Stromkreises, der Reihen- und der Parallelschaltung, der Knoten- und Maschenregel, der Messung von Strom und Spannung sowie den Fehlerschaltungen. Viel Spaß beim Bearbeiten des Lernmaterials!

## Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Theorie und Formeln</b>	<b>3</b>
1.1	Erhaltungssatz; Elektrische Ladung . . . . .	3
1.1.1	Kontrollfrage; Knotenregel . . . . .	4
1.2	Widerstand . . . . .	4
1.3	Maschenregel . . . . .	5
1.3.1	Kontrollfrage: Maschenregel . . . . .	5
1.4	Reihenschaltung . . . . .	5
1.5	Parallelschaltung . . . . .	6
1.6	Stromkreise zusammenfassen . . . . .	7
1.6.1	Kontrollfrage: Reihenschaltung/Parallelschaltung . . . . .	8
1.7	Messen von Stromstärke oder Spannung . . . . .	8
1.8	Stromfehlerschaltung . . . . .	9
1.9	Spannungsfehlerschaltung . . . . .	9
1.10	Symbolik in Stromkreisskizzen . . . . .	10
<b>2</b>	<b>Aufgaben</b>	<b>11</b>
	<b>Aufgabe 1 Föhn (Kurzaufgabe)</b>	<b>11</b>
	<b>Aufgabe 2 Widerstandsnetz (Kurzaufgabe)</b>	<b>11</b>
	<b>Aufgabe 3 Stromkreispuzzle</b>	<b>12</b>
	<b>Aufgabe 4 Fünfeck aus Widerständen (MC-Aufgabe)</b>	<b>13</b>
	<b>Aufgabe 5 Diode und Widerstände (MC-Aufgabe)</b>	<b>14</b>
	<b>Aufgabe 6 Spannungsmessungen (Kurzaufgabe)</b>	<b>15</b>
	<b>Aufgabe 7 Junioraufgabe: zwei + drei = sechs?</b>	<b>15</b>
<b>8</b>	<b>Lösung Kontrollfrage 1</b>	<b>16</b>
<b>9</b>	<b>Lösung Kontrollfrage 2</b>	<b>17</b>
<b>10</b>	<b>Lösung Kontrollfrage 3</b>	<b>19</b>

## 1 Theorie und Formeln

Damit ein elektrischer Strom zustande kommt bedarf es einer Spannung zwischen zwei Polen, gegeben durch eine Spannungsquelle, beispielsweise eine Batterie. Wenn diese zwei Pole mit verschiedenen Potentialen, beispielsweise über ein Kabel, miteinander verbunden werden, fließt ein elektrischer Strom freier Elektronen von einem Pol zum anderen. Die SI-Einheit des elektrischen Stroms ist Coulomb pro Sekunde, das Ampere:

$$\text{Ampere} = 1 \text{ A} = 1 \text{ Coulomb pro Sekunde} = 1 \text{ C/s}$$

Die Stromstärke sagt aus, wie viele Elektronen in einer gewissen Zeit durch einen Leiter fließen.

Die SI-Einheit der Spannung ist Volt:

$$\text{Volt} = 1 \text{ V} = 1 \text{ Joule pro Coulomb} = 1 \text{ J/C}$$

Die Spannung ist der Antrieb, der die Elektronen dazu bringt sich durch einen Leiter, beispielsweise ein Kabel, zu bewegen.

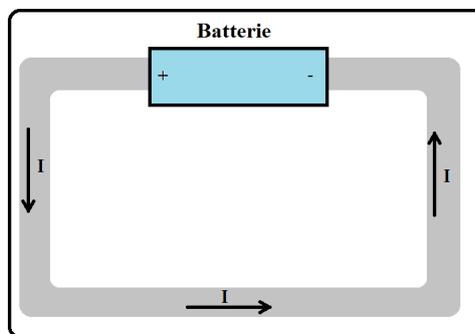


Abb. 1. Stromkreis, bestehend aus seiner Spannungsquelle, der Batterie, und einem Kabel, welches die beiden Pole miteinander verbindet.

### 1.1 Erhaltungssatz; Elektrische Ladung

Elektrische Ladung bleibt erhalten. Dies bedeutet im konkreten Fall, dass ein sich aufteilender elektrischer Strom, wie in Abbildung 2 zu sehen ist, in der Summe gleich bleiben muss. Die Summe der Teilströme  $I_2$  und  $I_3$  müssen den Ursprungsstrom  $I_1$  ergeben.

$$I_1 = I_2 + I_3$$

Die Pfeile zeigen an, in welche Richtung der Stromfluss stattfindet. Dies kann ein wenig verwirrend sein, da der konventionelle Weg (historisch begründet) dies zu tun darin besteht, den Stromfluss vom Pluspol einer Spannungsquelle hin zum Minuspol zu markieren (technische Stromrichtung), obwohl es ja die negativ geladenen Elektronen sind, die sich vom Minuspol zum Pluspol bewegen (physikalische Stromrichtung). Am besten beschreibt man in seinen Skizzen ganz genau, wie man die Richtung des Flusses definiert, damit es nachvollziehbar bleibt.

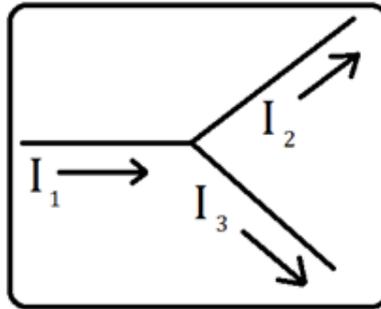


Abb. 2. Knotenregel: In jedem Knotenpunkt eines Stromkreises ist die Summe aller hinfließenden Ströme entsprechend der Summe aller abfließenden Ströme.

### 1.1.1 Kontrollfrage; Knotenregel

In Abbildung 3 ist ein Abschnitt eines verzweigten Stromkreises zu sehen. In welche Richtung verläuft der elektrische Strom und welchen Betrag hat er?

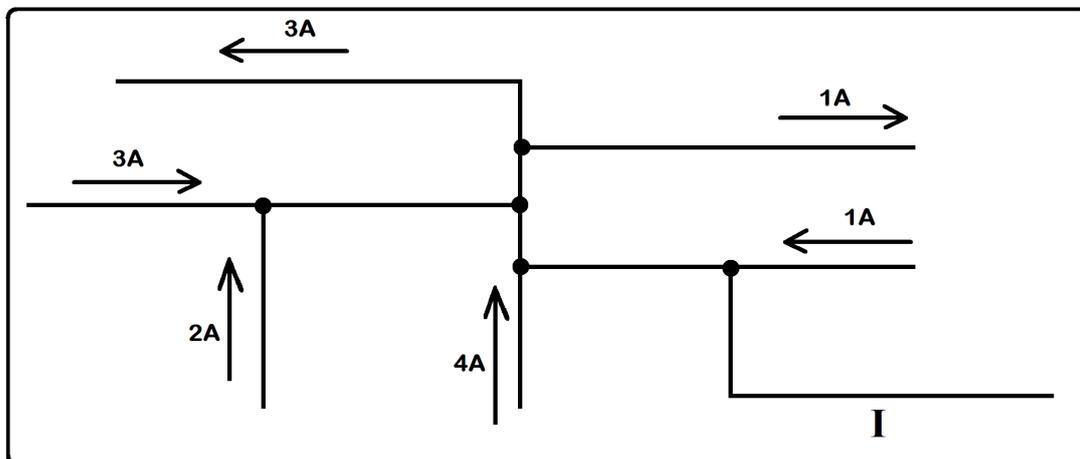


Abb. 3. Hier ist nur ein kleiner Teil eines verzweigten Stromkreises zu sehen. Der Stromfluss verläuft vom positiven Pol der Spannungsquelle zum negativen. Das A ist die Einheit des elektrischen Stroms, Ampere. Die Lösung der Kontrollfrage ist am Ende des Themenblocks zu finden.

### 1.2 Widerstand

Sicher hast du ein Gefühl dafür, dass Strom besonders gut durch Drähte läuft und nicht so gut durch Keramik, Kunststoffe oder Glas. Grob werden diese verschiedenen Stoffe in elektrische Leiter und in Nichtleiter (Isolatoren) unterteilt. Aber ganz so einfach ist das natürlich nicht. Es gibt außerdem auch noch alles Mögliche zwischen Leitern und Nichtleitern. Wenn an zwei verschiedenen Materialien, zum Beispiel an einen Draht aus Kupfer und einen Ast aus Holz, dieselbe Spannung angelegt wird, fließt der Strom unterschiedlich stark. Diesen Unterschied beschreibt man mithilfe des **elektrischen Widerstandes**. Dieser **Widerstand**  $R$  kann bestimmt werden über die **Spannung**  $U$  die angelegt wurde und den durch das Material fließenden **Strom**  $I$ .

$$R = \frac{U}{I} \text{ oder auch } U = R \cdot I \quad (1.1)$$

Besteht eine Proportionalität zwischen der Spannung  $U$  und dem Strom  $I$ , ist also der Widerstand

$R$  konstant gilt das **Ohmsche's Gesetz**. Dann handelt es sich um einen ohmschen Widerstand. Die SI-Einheit des Widerstandes ist Volt pro Ampere und wird Ohm genannt.

$$1 \text{ Ohm} = 1\Omega = 1 \text{ Volt durch ein Ampere} = 1 \text{ V/A}$$

Wenn Strom durch einen Widerstand fließt, wird er immer ein wenig abgebremst. Bei den im Alltag verwendeten Kupferkabeln ist der Widerstand sehr gering, und wird daher ideal in den meisten Fällen als 0 angenommen. Es gibt elektrische Bauelemente, welche einen wohldefinierten Widerstand besitzen. Darüber hinaus hat aber auch jedes weitere Bauelement wie Lampen, ein Kühlschranks, ein Föhn und so weiter einen Widerstand, welcher bestimmt werden kann.

### 1.3 Maschenregel

Eine Masche ist eine Schleife, oder auch eine Schlinge, was den meisten wohl eher vertraut sein dürfte, als das atdeutsche Wort Masche. Wie in Abbildung 4 zu sehen, kann ein Stromkreis aus einer, oder mehreren Maschen bestehen. Die Maschenregel besagt nun, dass die Summe aller Teilspannungen einer Masche, gleich der Spannung der Quelle ist. In der Abbildung 4 gilt für Masche A:  $U_{Ges} = U_1 + U_2 + U_3$  und für Masche B:  $U_{Ges} = U_4 + U_5$ .

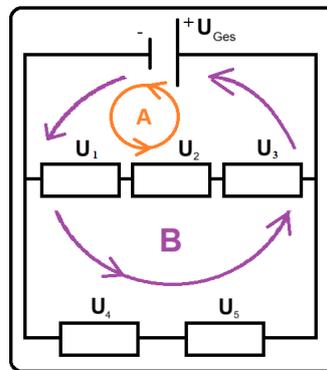


Abb. 4. Maschenregel

#### 1.3.1 Kontrollfrage: Maschenregel

In Abbildung 5 kann man einen Stromkreis mit mehreren Maschen sehen. Welchen Spannungsabfall haben die Widerstände  $U_1$  und  $U_2$ .

### 1.4 Reihenschaltung

Wenn man mehrere Widerstände hintereinander in einem Stromkreis hat (siehe Abbildung 6), lässt sich der Gesamtwiderstand  $R_{Ges}$  ganz leicht durch das Addieren der einzelnen Widerstände  $R_1, R_2, R_3$  bestimmen. Der elektrische Strom, welcher durch  $R_1$  fließt, ist gleich dem Fluss, welcher auch durch die anderen Widerstände fließen muss. Bei jedem Widerstand in einer Reihenschaltung gibt es einen Spannungsabfall. Die Spannungsdifferenz der Spannungsquelle ist gleich dem Spannungsverlust aller Widerstände.

Reihenschaltung:

$$I_{Ges} = I_1 = I_2 = I_3 \dots \quad (1.2)$$

$$R_{Ges} = R_1 + R_2 + R_3 \dots \quad (1.3)$$

$$U_{Ges} = U_1 + U_2 + U_3 \dots \quad (1.4)$$

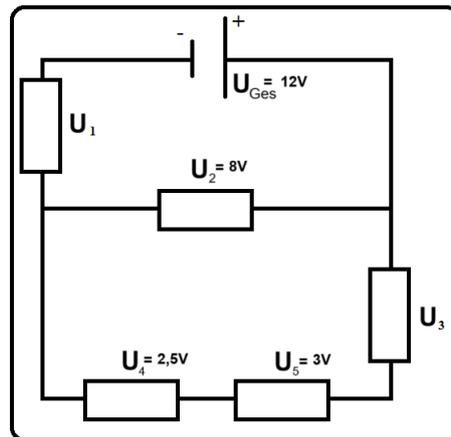


Abb. 5. Kontrollfrage zur Maschenregel. Die Lösung der Kontrollfrage ist am Ende des Themenblocks zu finden.

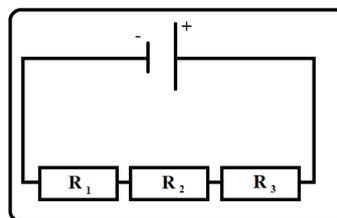


Abb. 6. Einfacher Stromkreis mit mehreren Widerständen in Reihe.

## 1.5 Parallelschaltung

Werden Widerstände parallel geschaltet, liegt an jedem Widerstand die gleiche Spannung an. Dies folgt aus der Maschenregel. Die Stromstärke teilt sich bei mehreren parallelen Strängen auf, wie die Knotenregel besagt (siehe Erhaltungssatz elektrische Ladung). Die gesamte Stromstärke ergibt sich also durch das Addieren der einzelnen Stromstärken. Um den Gesamtwiderstand von mehreren parallel angeschlossenen Widerständen zu berechnen, muss man mit den jeweiligen Kehrwerten rechnen.

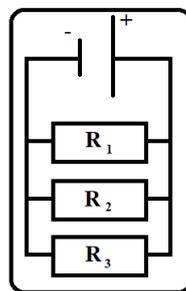


Abb. 7. Parallelschaltung

Parallelschaltung:

$$U_{Ges} = U_1 = U_2 = U_3 \dots \quad (1.5)$$

$$I_{Ges} = I_1 + I_2 + I_3 \dots \quad (1.6)$$

$$\frac{1}{R_{Ges}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \dots \quad (1.7)$$

Herleitung: Widerstand berechnen bei Parallelschaltung:

$$I_{Ges} = \frac{U_{Ges}}{R_1} + \frac{U_{Ges}}{R_2} + \frac{U_{Ges}}{R_3} \Rightarrow \frac{1}{R_{Ges}} + \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \quad (1.8)$$

Der Gesamtwiderstand ist kleiner als die einzelnen Widerstände. Man kann sich das vorstellen, wie das Ende eines Konzertes. Wenn es nur einen Ausweg gibt, dann müssen sich alle Zuschauer durch diesen einen Ausgang quetschen. Wenn man jetzt noch 2 weitere Türen öffnet, können die Zuschauer auch durch diese hinauslaufen. Es kommen also deutlich mehr Leute in derselben Zeit hinaus. Der Widerstand raus zu kommen ist insgesamt kleiner geworden.

### 1.6 Stromkreise zusammenfassen

Stromkreise lassen sich häufig vereinfachen. Mehrere Widerstände in Reihe, wie in Abbildung 8 zu sehen, lassen sich zu einem einzigen Widerstand zusammenfassen. Dieser ist dann so groß, wie die einzelnen zusammenaddiert.

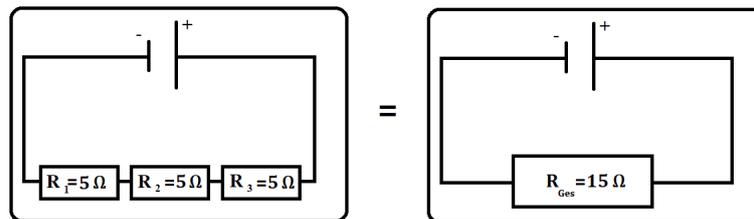


Abb. 8. Widerstände in Reihe können wie ein einziger Widerstand betrachtet werden.

$$R_{Ges} = R_1 + R_2 + R_3 \Rightarrow 15\Omega = 5\Omega + 5\Omega + 5\Omega \quad (1.9)$$

Auch parallel geschaltete Widerstände lassen sich zusammenfassen, siehe Abbildung 9.

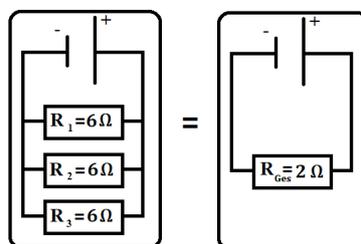


Abb. 9. Parallel geschaltete Widerstände können zu einem Gesamtwiderstand zusammengefasst werden.

$$\frac{1}{R_{Ges}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \Rightarrow \frac{1}{2}\Omega = \frac{1}{6}\Omega + \frac{1}{6}\Omega + \frac{1}{6}\Omega \quad (1.10)$$

Wenn man sowohl parallel geschaltete, als auch in Reihe geschaltete Widerstände in einem Stromkreislauf hat, kann man zunächst die in Reihe geschalteten zusammenfassen, und daraufhin die parallel geschalteten.

### 1.6.1 Kontrollfrage: Reihenschaltung/Parallelschaltung

In Abbildung 10 ist eine viel verzweigte Schaltung zu sehen. Fasse sie zu einem Gesamtwiderstand zusammen.

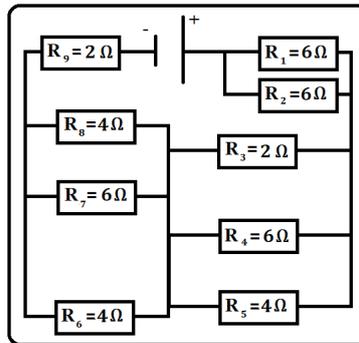


Abb. 10. Die Lösung kann am Ende des Themenblocks gefunden werden.

### 1.7 Messen von Stromstärke oder Spannung

Strommesser oder auch Amperemeter sind immer in Reihe zu dem elektrischen Gerät oder Bauteil zu schalten, bei dem die Stromstärke gemessen werden soll. Das ist notwendig, damit sie von jenem Strom durchflossen werden, dessen Stärke gemessen werden soll (siehe Abbildung 11). Damit die Strommessung nicht verfälscht wird, darf das Messgerät den fließenden Strom nicht hemmen. Der Widerstand sollte idealerweise  $0 \Omega$  betragen. In der Praxis muss das Amperemeter aber einen kleinen Innenwiderstand besitzen, damit der Strom an ihm einen Spannungsfall verursachen kann, über welchem im Anschluss der Stromfluss berechnet wird. Dabei werden für verschieden hohe Messbereiche verschiedene Widerstände verwendet. Diese sind immer so klein wie möglich, wobei sie jedoch auch so groß wie nötig sein müssen, um die entsprechende Stromstärke zu überstehen. Je grösser der Widerstand, desto grösser auch der Messfehler. Aus diesem Grund wird beim Strom messen immer darauf geachtet den kleinstmöglichen Bereich auszuwählen, welcher außerdem noch den Vorteil bietet, am präzisesten zu sein.

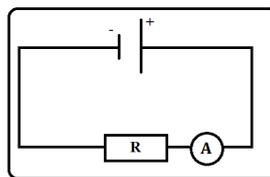


Abb. 11. Stromstärke messen

Spannungsmesser/Voltmeter sind immer parallel zu dem elektrischen Gerät oder dem Bauteil zu schalten, an dem die Spannung, bzw. der Spannungsabfall gemessen werden soll (Abbildung 12). Durch das Voltmeter sollte ein möglichst geringer Strom fließen. Daher ist der Innenwiderstand idealerweise unendlich hoch, was durch Widerstände im Bereich von  $10 \text{ M}\Omega$  umgesetzt wird. Man muss bei der Messung darauf achten, zwischen Gleich- und Wechselfeldspannung zu unterscheiden. Welches Symbol auf dem Multimeter was bedeutet, kann der Abbildung 15 werden.

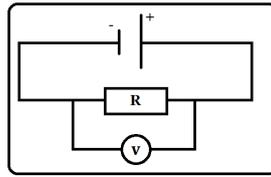


Abb. 12. Spannung messen

### 1.8 Stromfehlerschaltung

Wenn man in einem Stromkreis gleichzeitig Strom und Spannung messen will kommt es dazu, dass entweder die Strom- oder aber die Spannungsmessung fehlerhaft ist. Im Falle eines Aufbaus, wie er in Abbildung 13 zu sehen ist, würde man zwar den korrekten Spannungsabfall des Widerstandes bestimmen, aber die mithilfe des Amperemeters bestimmte Stromstärke wäre die Gesamtstromstärke, welche sich durch Addition der beiden Ströme  $I_R$  und  $I_V$  ergibt. Wie hoch der relative Fehler der Strommessung ist, hängt von der Größe des Widerstandes  $R$  ab. Je grösser dieser ist, desto mehr wird die Messung verfälscht. Die Stromfehlerschaltung eignet sich deshalb nur zur Widerstandsmessung an kleinen Widerständen, wo der Strom durch den großen Innenwiderstand des Voltmeters, die Messung sehr wenig beeinflusst.

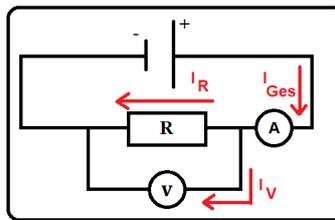


Abb. 13. Stromfehlerschaltung

### 1.9 Spannungsfehlerschaltung

Im Falle der Spannungsfehlermessung wird, wie in Abbildung 14 zu sehen ist, die korrekte Stromstärke gemessen, welche durch den Widerstand  $R$  fließt. Dafür wird hier der Spannungsabfall nicht nur über dem Widerstand  $R$ , sondern auch über dem Amperemeter bestimmt. Typischerweise ist der Innenwiderstand von Strommessern sehr klein. Die Spannungsfehlerschaltung eignet sich deshalb nur für Messungen an großen Widerständen, wo der Spannungsabfall am Innenwiderstand des Strommessers die Messung sehr wenig beeinflusst.

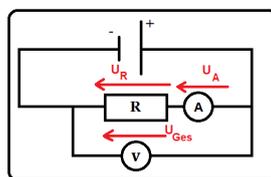


Abb. 14. Spannungsfehlerschaltung

### 1.10 Symbolik in Stromkreisskizzen

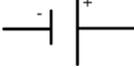
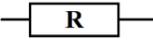
Kabel		Amperemeter	
Gleichspannungsquelle		Voltmeter	
Wechselspannungsquelle		Kondensator	
Wechselspannung Multimeter		Gleichspannung Multimeter	
Widerstand		Schalter	
Lampe		Spule	

Abb. 15. Symbolik in Stromkreisskizzen

## 2 Aufgaben

Die folgenden Aufgaben sind aus vergangenen Auswahlwettbewerben. Anhand der Aufgaben kannst du die Inhalte vertiefen und dich auf kommende Runden vorbereiten. Die Kreise oben rechts neben der Aufgabe geben den Schwierigkeitsgrad an. Je mehr Kreise ausgefüllt sind, desto schwieriger ist die Aufgabe. Die Lösungen der Aufgaben findest du im Anhang.

### Aufgabe 1 Föhn (Kurzaufgabe)



(1. Runde zur 45. IPhO 2014)

Die Amerikanerinnen Sofia und Grace tauschen Reiseerfahrungen aus: „Bei meiner Reise nach Paris ist mir letzten Monat mein Föhn durchgebrannt“, berichtet Grace. Sofia denkt, dass dies wohl an der höheren europäischen Netzspannung von 230 V gegenüber der in den USA üblichen Spannung von 120 V gelegen hat, und beschließt, für ihre bevorstehende Europareise vorzusorgen. Sie baut einen Vorwiderstand zwischen Steckdose und Föhn ein, so dass der Föhn zu Hause nur noch die Hälfte der Leistung aufnimmt. Kaum in Europa angekommen ...

Erläutere, wie die Geschichte mit dem Föhn wohl weitergehen wird und begründe dies physikalisch.

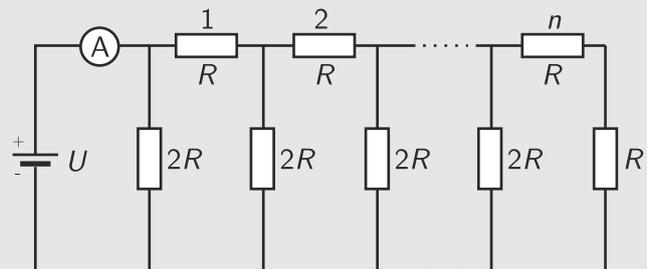
### Aufgabe 2 Widerstandsnetz (Kurzaufgabe)



(4. Runde zur 44. IPhO 2013)

Bestimme für das dargestellte Widerstandsnetzwerk die Stromstärke  $I$  des durch das Amperemeter fließenden Stroms als Funktion der Anzahl  $n$  der Glieder des Netzes.

Alle Bauteile können dabei als ideal angenommen werden.



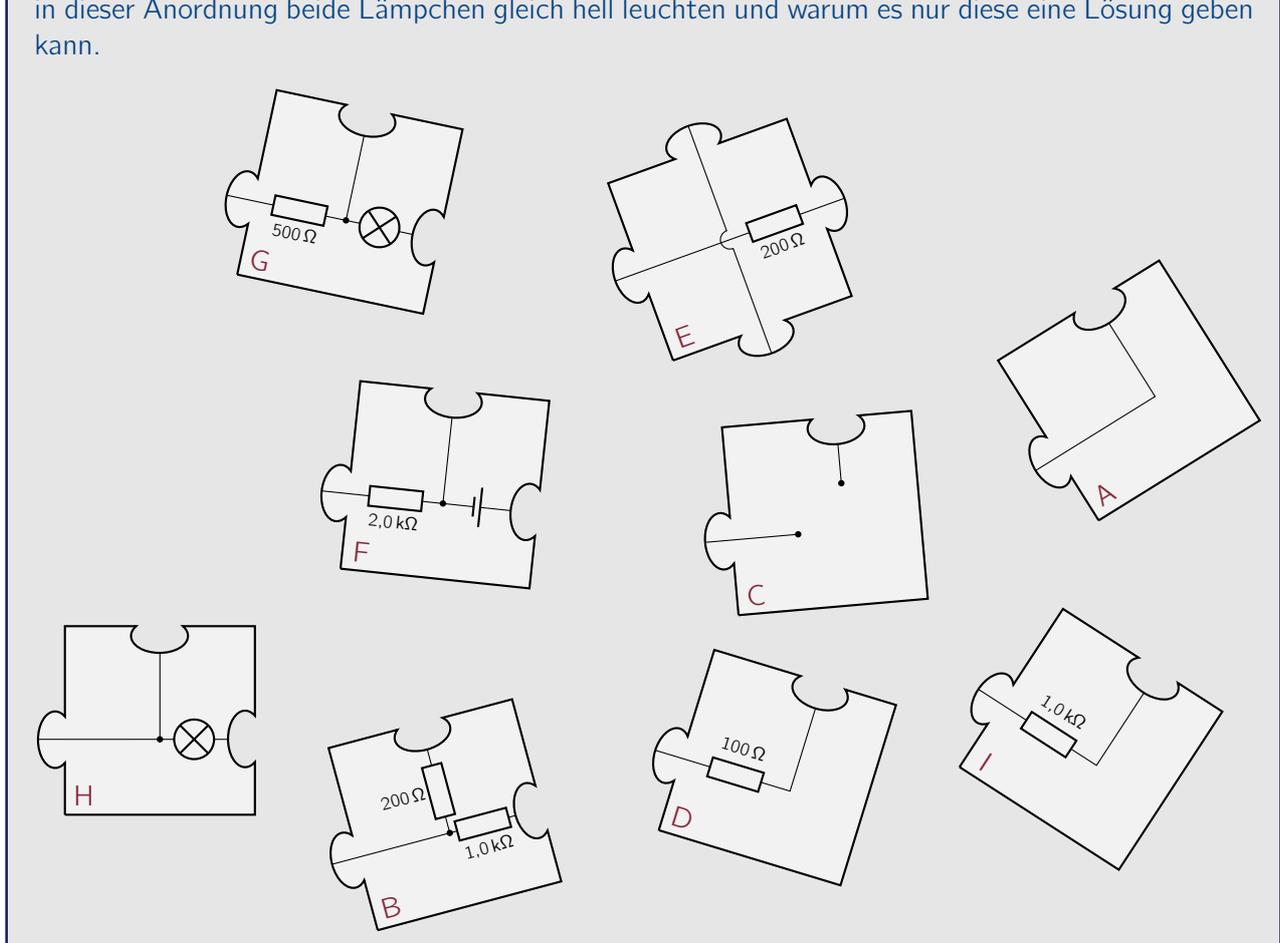
### Aufgabe 3 Stromkreispuzzle

(10 Pkt.)

(Idee: Martin Krebs)

Sophie hat mit zwei identischen Lämpchen, einer Batterie und einigen Widerständen einen Stromkreis aufgebaut, in dem beide Lämpchen gleich hell leuchten. Sie beschließt, ihrem Physiklehrer ein Rätsel zu stellen, malt den Schaltplan ihrer Schaltung auf ein Puzzle und gibt ihrem Lehrer die Einzelteile.

Hilf dem Lehrer und gib an, wie die Puzzleteile zusammengesetzt werden müssen. Begründe, warum in dieser Anordnung beide Lämpchen gleich hell leuchten und warum es nur diese eine Lösung geben kann.

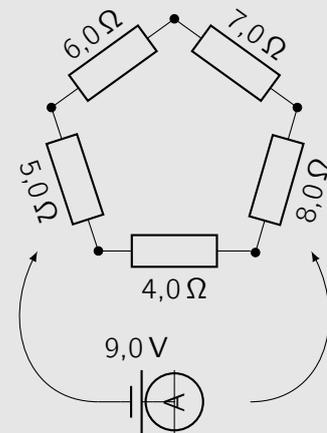


**Aufgabe 4 Fünfeck aus Widerständen (MC-Aufgabe)**
**(5.0 Pkt.)**

Eine Batterie mit einer Spannung von  $9,0\text{V}$  ist mit einem idealen Amperemeter in Reihe geschaltet. Die Reihenschaltung kann an zwei beliebige Ecken des abgebildeten Widerstandfünfecks angeschlossen werden.

Wie groß ist die betragsmäßig kleinste Stromstärke, die dabei durch das Amperemeter fließt?

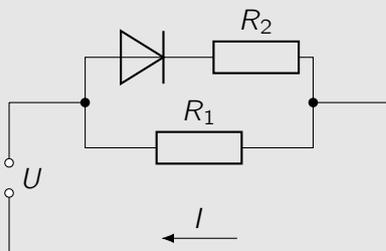
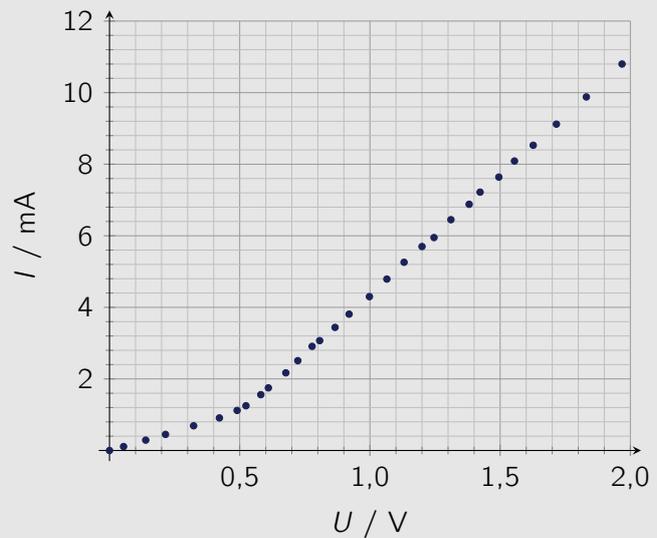
- A  $0,30\text{ A}$       B  $0,60\text{ A}$       C  $1,2\text{ A}$       D  $2,3\text{ A}$



**Aufgabe 5 Diode und Widerstände (MC-Aufgabe)**
**(5 Pkt.)**

Eine Diode ist ein elektronisches Bauelement, das vereinfacht in einer Richtung, der Sperrichtung, komplett isolierend wirkt. In umgekehrter Richtung, der Durchlassrichtung, lässt die Diode bis zu einer bestimmten Spannung auch kaum Strom passieren. Ab dieser Spannung verhält sie sich aber näherungsweise wie ein idealer Leiter.

In der nachfolgend abgebildeten Schaltung sind eine Diode ( $\rightarrow$ ) und zwei Widerstände mit Widerstandswerten  $R_1$  und  $R_2$  verbaut. In dem nebenstehenden Graphen sind Messwerte der Stromstärke  $I$  in der Schaltung als Funktion der angelegten Spannung  $U$  dargestellt.



Welche Widerstandswerte passen am besten zu den dargestellten Messwerten?

- A  $R_1 = 220 \Omega$  und  $R_2 = 670 \Omega$
- B  $R_1 = 220 \Omega$  und  $R_2 = 330 \Omega$
- C  $R_1 = 470 \Omega$  und  $R_2 = 220 \Omega$
- D  $R_1 = 470 \Omega$  und  $R_2 = 150 \Omega$

**Aufgabe 6 Spannungsmessungen (Kurzaufgabe)**
**(5.0 Pkt.)**

Die abgebildete Schaltung besteht aus einer Spannungsquelle sowie jeweils drei gleichen Widerständen und Spannungsmessgeräten.

Das erste Messgerät zeigt eine Spannung von  $U_1 = 8,0\text{V}$  an, das dritte eine Spannung von  $U_3 = 5,5\text{V}$ .

Berechne die von dem zweiten Messgerät angezeigte Spannung  $U_2$ .

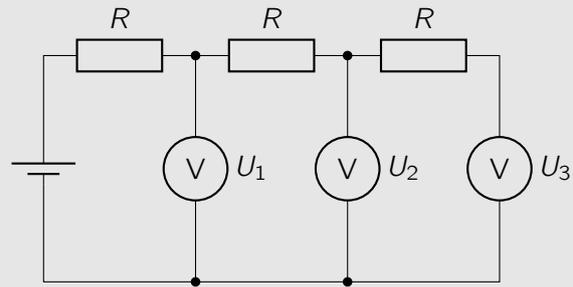


Abb. 16. Schaltskizze für Spannungsmessungen.

**Aufgabe 7 Junioraufgabe: zwei + drei = sechs?**
**(10 Pkt.)**

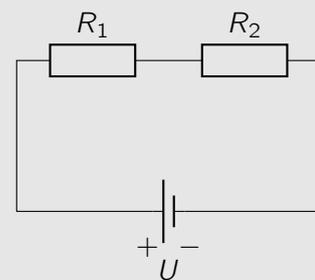
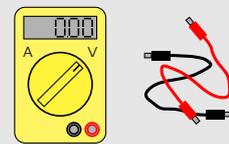
Der abgebildete Stromkreis besteht aus einer Spannungsquelle mit konstanter Spannung  $U = 6,0\text{V}$  und zwei Widerständen mit Widerstandswerten  $R_1 = 3,3\text{M}\Omega$  bzw.  $R_2 = 5,0\text{M}\Omega$ .

- a) Berechne, welche Spannungen über den einzelnen Widerständen in der Schaltung abfallen.

Wenn du die Spannungsabfälle an den einzelnen Widerständen nacheinander mit einem Voltmeter misst, weichen die gemessenen Spannungen von den theoretischen Ergebnissen ab. Nimm an, dass die gemessenen Spannungen  $2,0\text{V}$  über dem Widerstand  $R_1$ ,  $3,0\text{V}$  über dem Widerstand  $R_2$  und  $6,0\text{V}$  über der Spannungsquelle betragen.

- b) Finde heraus, wodurch sich ein ideales von einem realen Voltmeter unterscheidet, und erkläre, warum die Summe der gemessenen Spannungen über den Widerständen nicht der Spannung der Batterie entspricht.

Bestimme den Wert der charakteristischen Größe des Voltmeters, der zu den gegebenen Spannungswerten führt.



## 8 Lösung Kontrollfrage 1

Die Aufgabe war es, die Richtung und die Stromstärke des im Stromkreis eingezeichneten Stromes I zu bestimmen.

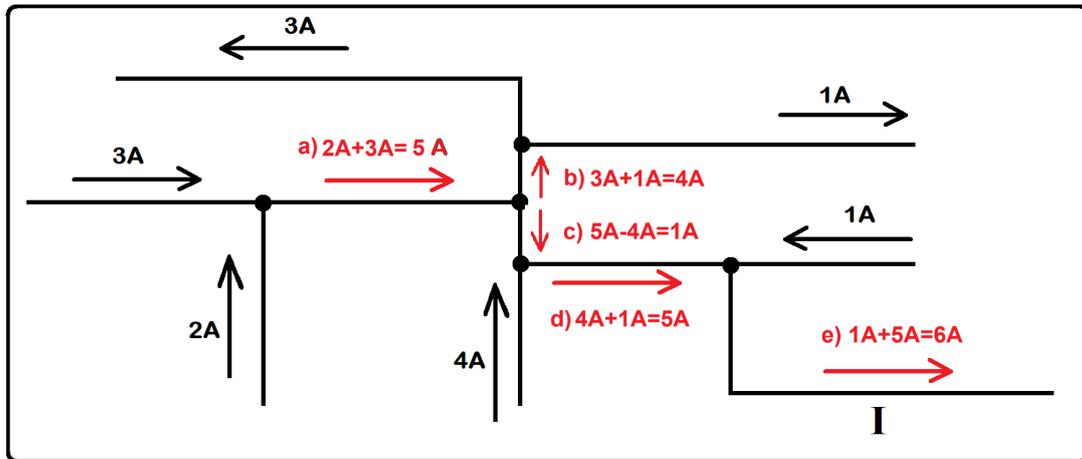


Abb. 17. Lösung Kontrollfrage 1, In Rot sind die einzelnen Schritte zur Lösung von a bis e festgehalten.

Die Knotenregel besagt, dass an einem Knotenpunkt eines Stromkreises, die Summe aller hinfließenden Ströme, gleich der Summe aller abfließenden Ströme sein muss. Das bedeutet, dass bei einem Knotenpunkt mit nur einer unbekanntem Größe, diese mithilfe der gegebenen Größen bestimmt werden kann. Sowohl die Ströme bei a) und bei b) lassen sich auf diese Weise mit den gegebenen Strömen bestimmen. In drei weiteren Schritten, lassen sich daraufhin in der Reihenfolge die Ströme c), d) und e) bestimmen.

## 9 Lösung Kontrollfrage 2

Aufgabe war es die Widerstände des links abgebildeten Stromkreises zusammenzufassen.

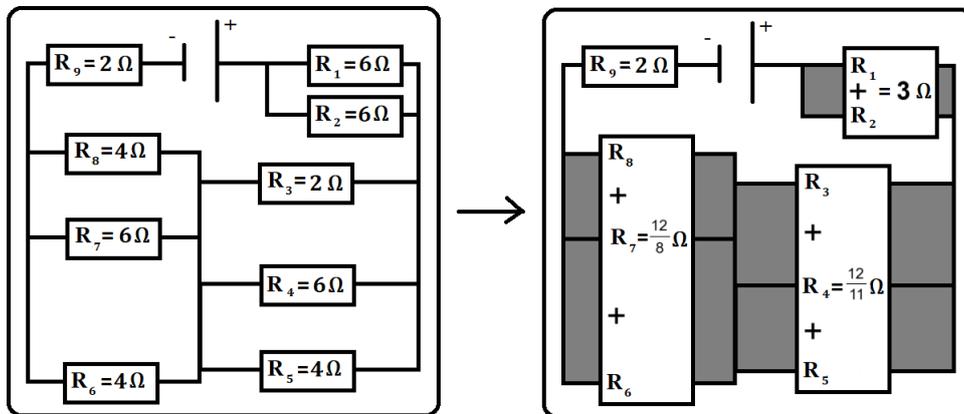


Abb. 18. Lösung Kontrollfrage 2, Zunächst einmal wurden hier alle parallel verlaufenden Widerstände zusammengefasst, sodass in einem weiteren Schritt nur noch die vier über gebliebenen in Reihe geschalteten Widerstände zusammengefasst werden müssen.

In einem ersten Schritt können alle parallel geschalteten Widerstände zusammen gefasst werden. Bei parallel geschalteten Widerständen lässt sich der Gesamtwiderstand der beteiligten Widerstände bestimmen über:

$$\frac{1}{R_{Ges}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \dots \quad (9.1)$$

Für die Widerstände  $R_1$  und  $R_2$  gilt somit:

$$\frac{1}{6\Omega} + \frac{1}{6\Omega} = \frac{2}{6} \cdot \frac{1}{\Omega} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{\Omega} \quad (9.2)$$

Da der Gesamtwiderstand der Kehrwert von  $\frac{1}{3}$  ist, ist er gleich  $3\Omega$ . Der Gesamtwiderstand von  $R_3$ ,  $R_4$  und  $R_5$  ist:

$$\frac{1}{2\Omega} + \frac{1}{4\Omega} + \frac{1}{6\Omega} = \frac{11}{12} \cdot \frac{1}{\Omega} \quad (9.3)$$

Der Gesamtwiderstand von  $R_3$ ,  $R_4$  und  $R_5$  ist also  $\frac{12}{11}\Omega$ . Und bei den Widerständen  $R_6$ ,  $R_7$  und  $R_8$

$$\frac{1}{4\Omega} + \frac{1}{4\Omega} + \frac{1}{6\Omega} = \frac{8}{12} \cdot \frac{1}{\Omega} \quad (9.4)$$

ist der Gesamtwiderstand  $\frac{12}{8}\Omega$ .

Nachdem nun alle parallelen Widerstände zusammengefasst wurden sind, können die vier über gebliebenen, in Reihe zusammengefasst werden. In Reihe geschaltete Widerstände können ganz einfach zusammenaddiert werden. So beträgt der Gesamtwiderstand des Stromkreises:

$$3\Omega + \frac{12}{11}\Omega + \frac{12}{8}\Omega + 2\Omega = \frac{167}{22}\Omega \approx 7,6\Omega . \quad (9.5)$$

## 10 Lösung Kontrollfrage 3

Die Aufgabe war es, mithilfe der Maschenregel des Spannungsabfall verschiedener Widerstände zu bestimmen.

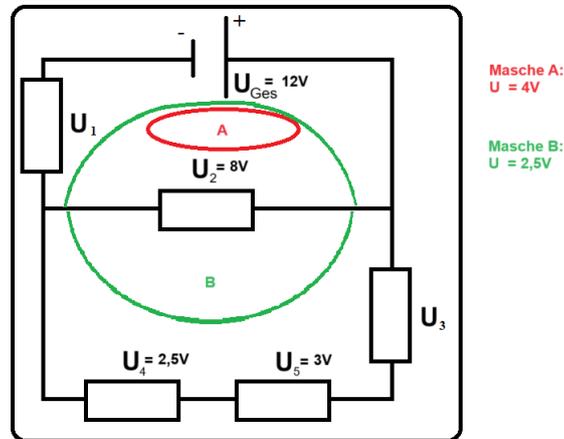


Abb. 19. Lösung Kontrollfrage 3: Zunächst wird die abfallende Spannung des einen unbekanntes Widerstandes in Masche A bestimmt. Mit deren Hilfe ist auch in Masche B nur noch eine abfallende Spannung unbekannt und kann leicht bestimmt werden.

Die Maschenregel besagt, dass die Summe aller Teilspannungen einer Masche, gleich der Gesamtspanne der Masche ist. Das bedeutet im Fall von Masche A:

$$U_1 + U_2 = U_{Ges} \quad (10.1)$$

Die Gleichung wird nach  $U_1$  umgestellt und  $U_2$  und  $U_{Ges}$  werden eingefügt.

$$U_1 = 12V - 8V = 4V \quad (10.2)$$

Nach der Bestimmung von  $U_1$  kann auch  $U_3$  bestimmt werden. Auch wieder mit der Maschenregel:

$$U_1 + U_3 + U_4 + U_5 = U_{Ges} \quad (10.3)$$

Wieder wird die Gleichung nach der gesuchten Variabel  $U_3$  umgestellt und der Rest wird eingefügt.

$$U_3 = 12V - 4V - 3V - 2,5V = 2,5V \quad (10.4)$$

# ***Lernmaterialien***

# ***PhysikOlympiade***

## ***Themenblock: Stromkreise***



### **Lösungen der Aufgaben**

#### **Inhaltsverzeichnis**

<b>Aufgabe 1 Föhn (Kurzaufgabe)</b>	<b>2</b>
<b>Aufgabe 2 Widerstandsnetz (Kurzaufgabe)</b>	<b>3</b>
<b>Aufgabe 3 Stromkreispuzzle</b>	<b>4</b>
<b>Aufgabe 4 Fünfeck aus Widerständen (MC-Aufgabe)</b>	<b>7</b>
<b>Aufgabe 5 Diode und Widerstände (MC-Aufgabe)</b>	<b>8</b>
<b>Aufgabe 6 Spannungsmessungen (Kurzaufgabe)</b>	<b>11</b>
<b>Aufgabe 7 Junioraufgabe: zwei + drei = sechs?</b>	<b>12</b>

## Aufgabe 1 Föhn (Kurzaufgabe)



(1. Runde zur 45. IPhO 2014)

Die Amerikanerinnen Sofia und Grace tauschen Reiseerfahrungen aus: „Bei meiner Reise nach Paris ist mir letzten Monat mein Föhn durchgebrannt“, berichtet Grace. Sofia denkt, dass dies wohl an der höheren europäischen Netzspannung von 230 V gegenüber der in den USA üblichen Spannung von 120 V gelegen hat, und beschließt, für ihre bevorstehende Europareise vorzusorgen. Sie baut einen Vorwiderstand zwischen Steckdose und Föhn ein, so dass der Föhn zu Hause nur noch die Hälfte der Leistung aufnimmt. Kaum in Europa angekommen . . .

Erläutere, wie die Geschichte mit dem Föhn wohl weitergehen wird und begründe dies physikalisch.

### Lösung

Leider wird der Föhn auch in diesem Fall sehr wahrscheinlich durchbrennen. Für die am Föhn bei einer Netzspannung  $U$  umgesetzte Leistung  $P$  gilt nämlich

$$P = U \cdot I = \frac{U^2}{R}, \quad (1.1)$$

wobei  $I$  die Stärke des durch den Föhn fließenden Stroms angibt, die sich mit der Definition des elektrischen Widerstandes ausdrücken lässt durch  $I = U/R$ . Der Widerstand des Föhns wird hier als konstanter Ohm'scher Widerstand angenommen.

Wenn der Föhn, wie angegeben, in den USA nur noch die Hälfte der ursprünglichen Leistung umsetzt, muss die über dem Föhn abfallende Spannung damit auf  $\frac{U}{\sqrt{2}}$  reduziert sein.

Die nahezu doppelt so hohe Spannung in Europa führt dazu, dass bei gleichem Widerstand auch über dem Föhn die doppelte Spannung, also etwa  $2 \cdot \frac{U}{\sqrt{2}} = \sqrt{2} U$  abfällt. Aufgrund des Zusammenhanges (1.1) ist damit die Leistungsaufnahme des Föhns immer noch etwa doppelt so hoch wie in den USA ohne Vorwiderstand, so dass der Föhn trotz des Vorwiderstandes überlastet wird.

Kurzaufgabe: Föhn	Punkte
Erkennen, dass der Föhn auch in diesem Fall durchbrennen wird	0,5
Angabe eines Ausdrucks für umgesetzte Leistung wie in (1.1)	0,5
Erkennen, wie groß die über dem Föhn abfallende Spannung bei Verwendung des Vorwiderstands sein muss	0,5
Erkennen, dass eine doppelte Spannung zu einer vierfachen Leistung führt	0,5
Angabe, dass trotz Vorwiderstandes etwa die doppelte Leistung umgesetzt wird	0,5
	<b>2,5</b>

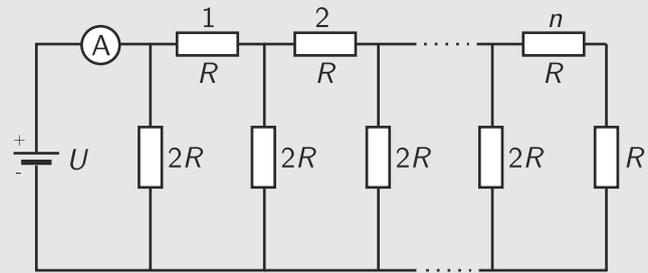
## Aufgabe 2 Widerstandsnetz (Kurzaufgabe)



(4. Runde zur 44. IPhO 2013)

Bestimme für das dargestellte Widerstandsnetzwerk die Stromstärke  $I$  des durch das Amperemeter fließenden Stroms als Funktion der Anzahl  $n$  der Glieder des Netzes.

Alle Bauteile können dabei als ideal angenommen werden.



### Lösung

Der Widerstand des eingekreisten letzten Teils des Netzwerkes beträgt

$$\frac{2R \cdot 2R}{2R + 2R} = R. \quad (2.1)$$

Der Widerstand des Netzes mit  $n$  Gliedern ist also der gleiche wie der des Netzes mit  $n - 1$  Gliedern. Damit ist der gesuchte Widerstand des Netzes

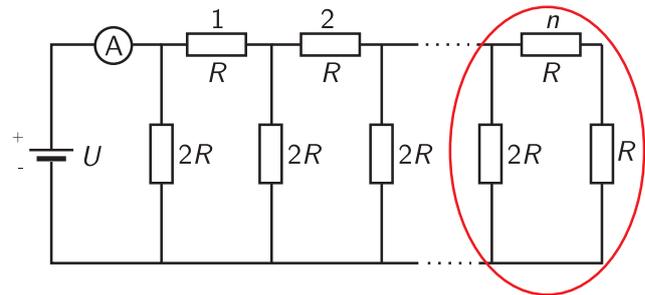


Abb. 1. Betrachteter Teil des Netzwerkes.

$$R_n = R_1 = R. \quad (2.2)$$

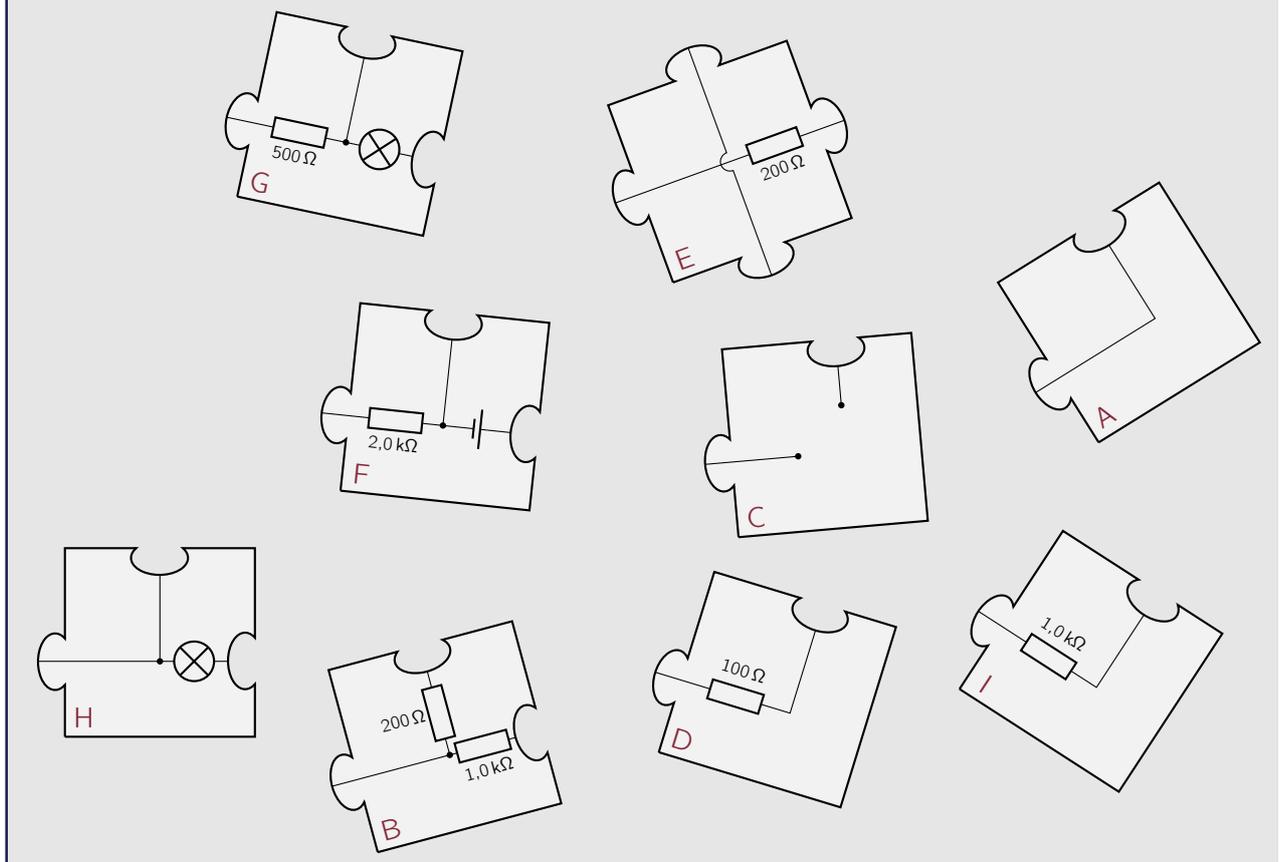
Damit gilt für den durch das Amperemeter fließenden Strom

$$I = \frac{U}{R}. \quad (2.3)$$

**Aufgabe 3 Stromkreispuzzle**
**(10 Pkt.)**
*(Idee: Martin Krebs)*

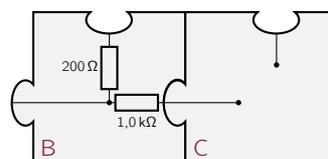
Sophie hat mit zwei identischen Lämpchen, einer Batterie und einigen Widerständen einen Stromkreis aufgebaut, in dem beide Lämpchen gleich hell leuchten. Sie beschließt, ihrem Physiklehrer ein Rätsel zu stellen, malt den Schaltplan ihrer Schaltung auf ein Puzzle und gibt ihrem Lehrer die Einzelteile.

Hilf dem Lehrer und gib an, wie die Puzzleteile zusammengesetzt werden müssen. Begründe, warum in dieser Anordnung beide Lämpchen gleich hell leuchten und warum es nur diese eine Lösung geben kann.


**Lösung**

An den Ausbuchtungen ist zu erkennen, dass es in dem Puzzle vier Eckteile, vier Seitenteile und ein Mittelteil gibt. Es handelt sich also um ein  $3 \times 3$  Puzzle.

Betrachte zunächst das Eckteil C mit den beiden offenen Enden. Damit die Lämpchen leuchten, dürfen weder sie noch die Batterie direkt an ein offenes Ende angeschlossen werden. Da die Batterie auf Teil F und beide Lämpchen auf den Teilen G und H alle an der gleichen Position auf einem Seitenteil liegen, kann nur Teil B folgendermaßen an C angehängt werden.



Dadurch ist der grobe Aufbau des Stromkreises festgelegt, wie nachfolgend in Abbildung 2 dargestellt:

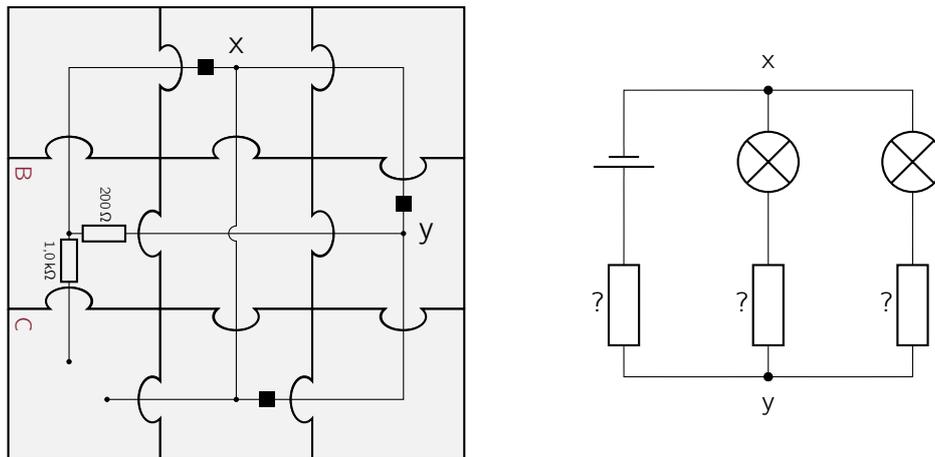
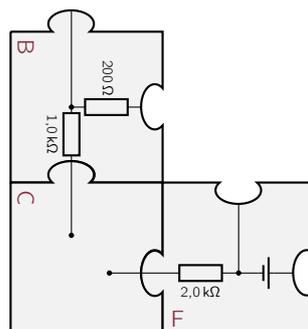


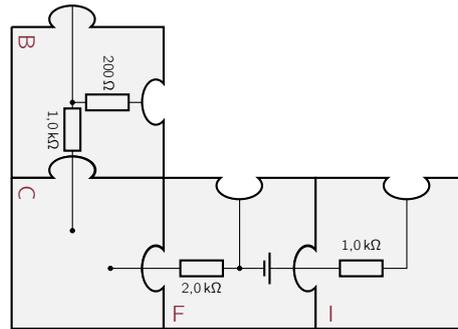
Abb. 2. Layout des Stromkreises (links) und Ersatzschaltbild für die Verbindung zwischen den Knotenpunkten x und y (rechts).

Die schwarzen Kästchen in der linken Skizze stehen dabei entweder für eines der Lämpchen oder die Batterie. Außerdem sind die in den Verbindungen verbauten Widerstände nicht eingezeichnet. Zwischen den Knotenpunkten x und y lässt sich die Schaltung wie in der linken Skizze gezeigt darstellen. Die konkreten Werte der Vorwiderstände hängen davon ab, wie die Puzzleteile verbaut sind.

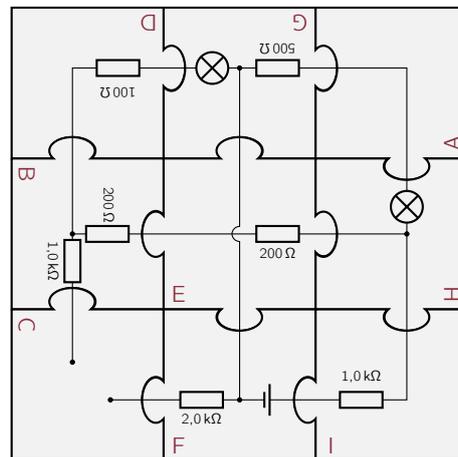
Die Lämpchen leuchten nur dann gleich hell, wenn die Vorwiderstände vor den Lämpchen gleich groß sind. Die Widerstände in Reihe zur Batterie spielen dabei keine Rolle, da sie für beide Lämpchen wirken. Prinzipiell gäbe es mehrere Möglichkeiten, die gleiche Summe aus den verbleibenden Widerständen ( $2,0\ \text{k}\Omega$ ,  $1,0\ \text{k}\Omega$ ,  $500\ \Omega$ ,  $200\ \Omega$ ,  $200\ \Omega$ ,  $100\ \Omega$ ) durch Reihenschaltungen zu bilden. Jedoch können die Ecken D und I nicht in Reihe geschaltet werden, so dass es keine Möglichkeit mehr gibt,  $2,0\ \text{k}\Omega$  als Summe zu konstruieren. Da der  $2,0\ \text{k}\Omega$  Widerstand auf dem gleichen Puzzleteil wie die Batterie ist, kann dieser auch nicht in Reihe mit der Batterie sein. Teil F muss daher mit dem anderen offenen Ende verbunden sein.



Außerdem können der  $500\ \Omega$  Widerstand auf dem Seitenteil G und der  $200\ \Omega$  Widerstand auf dem Seitenteil B nicht in Reihe geschaltet werden, so dass auch keine Reihenschaltung aus mehreren Widerständen gebaut werden kann, die einen Widerstandswert von  $1,0\ \text{k}\Omega$  ergibt. Folglich muss der  $1,0\ \text{k}\Omega$  Widerstand mit der Batterie in Reihe geschaltet werden.



Wenn G jetzt direkt oberhalb von I eingebaut wird, bleiben noch der  $100\ \Omega$  Widerstand auf der Ecke D und der  $200\ \Omega$  Widerstand auf der Seite B, die auf jeden Fall in Reihe mit einem Lämpchen geschaltet werden müssen, sowie der  $200\ \Omega$  Widerstand auf dem Mittelteil. Mit diesen drei Widerständen ist es nicht möglich, zwei Reihenschaltungen mit demselben Wert zu bauen, so dass G nicht oberhalb von I sein darf, sondern oben in der Mitte sein muss. Damit sind die Positionen der Puzzleteile mit den Lämpchen festgelegt und es gibt nur eine Möglichkeit, einen Vorwiderstand von  $500\ \Omega$  vor beiden Lämpchen zu erreichen. Dies ist die gesuchte Lösung.



Da sich alle Konstruktionschritte eindeutig ergeben, ist die gefundene Lösung die einzig mögliche.

Bewertung - Stromkreispuzzle		Punkte
3	Angeben der korrekten Schaltung	4
	Begründen, warum beide Lämpchen in der Schaltung gleich hell leuchten	2
	Nachweis der Eindeutigkeit z. B. durch Angeben der einzelnen Konstruktionschritte	4
		<b>10</b>

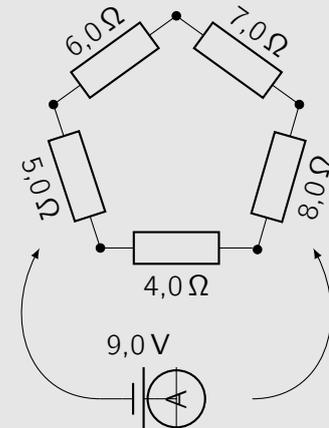
*Hinweis:* Die Punkte für das Angeben der korrekten Schaltung sollten unabhängig davon gegeben werden, wie die Lösung gefunden wurde. Es ist zu erwarten, dass die Teilnehmenden verschiedene Argumentationswege für die Konstruktion der Schaltung verwenden. Das sollte natürlich akzeptiert werden, solange die Argumentation physikalisch korrekt ist und die Eindeutigkeit der Lösung bewiesen wird.

**Aufgabe 4 Fünfeck aus Widerständen (MC-Aufgabe)**
**(5.0 Pkt.)**

Eine Batterie mit einer Spannung von  $9,0\text{V}$  ist mit einem idealen Amperemeter in Reihe geschaltet. Die Reihenschaltung kann an zwei beliebige Ecken des abgebildeten Widerstandsfünfecks angeschlossen werden.

Wie groß ist die betragsmäßig kleinste Stromstärke, die dabei durch das Amperemeter fließt?

- A  $0,30\text{ A}$       B  $0,60\text{ A}$       C  $1,2\text{ A}$       D  $2,3\text{ A}$


**Lösung**

Wenn die Batterie mit dem Amperemeter an zwei verschiedene Ecken des Widerstandsfünfecks angeschlossen wird, fließt der Strom durch eine Parallelschaltung mit zwei Zweigen, in denen jeweils bis zu vier Widerstände in Reihe geschaltet sind. Die Zusammensetzung der beiden Parallelzweige ist davon abhängig, an welchen Ecken die Batterie angeschlossen wird. Die Stromstärke  $I$ , die durch das Amperemeter fließt, ergibt sich aus der Batteriespannung  $U = 9,0\text{V}$  und dem Ersatzwiderstand  $R_{\text{Ersatz}}$  der Parallelschaltung zu  $\frac{U}{R_{\text{Ersatz}}}$ .

Bei einer Parallelschaltung zweier Widerstände mit Widerstandswerten  $R_1$  und  $R_2$  beträgt der Wert des Ersatzwiderstandes  $R_{\text{Ersatz}} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$  und ist damit immer kleiner als der kleinste Widerstandswert eines der Parallelzweige. Für einen möglichst geringen Strom muss daher die Batterie so angeschlossen werden, dass der Widerstandswert in dem Parallelzweig mit dem kleineren Widerstandswert möglichst groß wird. Die Summe der fünf Widerstände ist konstant. Daher ist diese Bedingung genau dann erfüllt, wenn beide Parallelzweige den gleichen Widerstandswert besitzen. Dies wird erreicht, wenn die Batterie mit dem Amperemeter an der Ecke zwischen dem  $6,0\ \Omega$  und  $7,0\ \Omega$  sowie zwischen dem  $4,0\ \Omega$  und  $8,0\ \Omega$  Widerstand angeschlossen wird.

In diesem Fall besitzen beide Parallelzweige einen Widerstandswert von  $15,0\ \Omega$  und der Ersatzwiderstand beträgt  $R_{\text{Ersatz}} = 7,5\ \Omega$ . Damit ist die Stromstärke:

$$I = \frac{U}{R_{\text{Ersatz}}} \approx 1,2\text{ A} \quad (4.1)$$

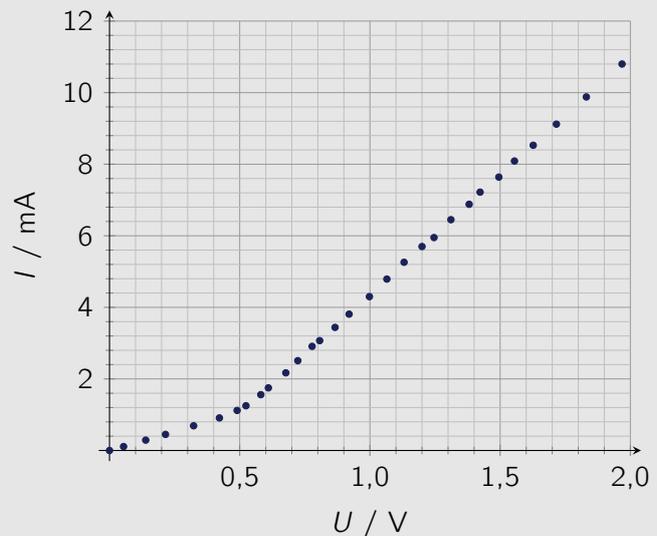
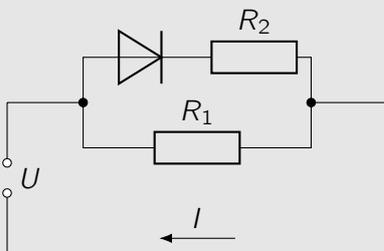
Korrekte Antwort: C

Bewertung - Fünfeck aus Widerständen (MC-Aufgabe)		Punkte
4	Erkennen der Parallelschaltung und Bedingung für minimale Stromstärke	1.0
	Verwenden, dass Widerstandsumme konstant ist und finden der Anschlusspunkte	1.0
	Berechnen des Ersatzwiderstandes und angeben einer Formel für die Stromstärke	1.0
	Angeben des korrekten Ergebnisses	2.0
		<b>5.0</b>

**Aufgabe 5 Diode und Widerstände (MC-Aufgabe)**
**(5 Pkt.)**

Eine Diode ist ein elektronisches Bauelement, das vereinfacht in einer Richtung, der Sperrichtung, komplett isolierend wirkt. In umgekehrter Richtung, der Durchlassrichtung, lässt die Diode bis zu einer bestimmten Spannung auch kaum Strom passieren. Ab dieser Spannung verhält sie sich aber näherungsweise wie ein idealer Leiter.

In der nachfolgend abgebildeten Schaltung sind eine Diode ( $\rightarrow$ ) und zwei Widerstände mit Widerstandswerten  $R_1$  und  $R_2$  verbaut. In dem nebenstehenden Graphen sind Messwerte der Stromstärke  $I$  in der Schaltung als Funktion der angelegten Spannung  $U$  dargestellt.



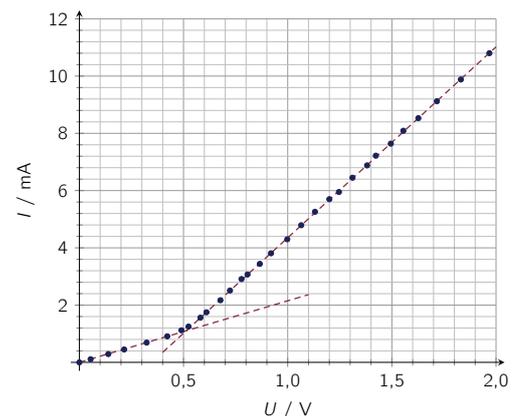
Welche Widerstandswerte passen am besten zu den dargestellten Messwerten?

- A  $R_1 = 220 \Omega$  und  $R_2 = 670 \Omega$
- B  $R_1 = 220 \Omega$  und  $R_2 = 330 \Omega$
- C  $R_1 = 470 \Omega$  und  $R_2 = 220 \Omega$
- D  $R_1 = 470 \Omega$  und  $R_2 = 150 \Omega$

**Lösung**

Rechnungen und Erläuterungen

Der Verlauf der Messwerte lässt sich in zwei Bereiche aufteilen. Solange die Spannung nicht groß genug ist, wirkt die Diode als Isolator und die Schaltung verhält sich so, als würde sie den oberen Parallelzweig gar nicht enthalten. Sobald die Spannung aber groß genug wird, ist die Diode sehr gut leitend und es fällt eine nahezu konstante Spannung über ihr ab. Daher wirkt sich eine weitere Erhöhung der Spannung auch direkt auf den Widerstand im oberen Parallelzweig aus. Die Strom-Spannungs-Kennlinie verläuft daher im Weiteren wie die einer Parallelschaltung der beiden Widerstände. In dem nebenstehenden Graphen ist der lineare Anstieg der Stromstärke mit der Spannung in den beiden Bereichen gekennzeichnet.



Aus den Steigungen  $b_1 \approx \frac{2,40 \text{ mA}}{1,10 \text{ V}} \approx 2,18 \cdot 10^{-3} \Omega^{-1}$  und  $b_2 \approx \frac{6,00 \text{ mA}}{0,90 \text{ V}} \approx 6,67 \cdot 10^{-3} \Omega^{-1}$  der

Ausgleichsgeraden lassen sich die Widerstandswerte bestimmen. Es ergeben sich:

$$R_1 = \frac{1}{b_1} \approx 459 \, \Omega \quad \text{und} \quad R_2 = \left( \frac{1}{R_{\text{parallel}}} - \frac{1}{R_1} \right)^{-1} = \frac{1}{b_2 - b_1} \approx 223 \, \Omega. \quad (5.1)$$

Damit passen die Widerstandswerte  $R_1 = 470 \, \Omega$  und  $R_2 = 220 \, \Omega$  am besten zu den dargestellten Messwerten.

Korrekte Antwort: C

<b>Bewertung - Diode und Widerstände (MC-Aufgabe)</b>		<b>Punkte</b>
5	Erkennen der beiden Bereiche der Strom-Spannungs-Kennlinie	1.0
	Beschreiben passender Schaltungen in beiden Bereichen	1.0
	Bestimmen der Widerstandswerte aus Steigungen	1.0
	Angeben des korrekten Ergebnisses	2.0
		<b>5.0</b>

**Aufgabe 6 Spannungsmessungen (Kurzaufgabe)**
**(5.0 Pkt.)**

Die abgebildete Schaltung besteht aus einer Spannungsquelle sowie jeweils drei gleichen Widerständen und Spannungsmessgeräten.

Das erste Messgerät zeigt eine Spannung von  $U_1 = 8,0\text{V}$  an, das dritte eine Spannung von  $U_3 = 5,5\text{V}$ .

Berechne die von dem zweiten Messgerät angezeigte Spannung  $U_2$ .

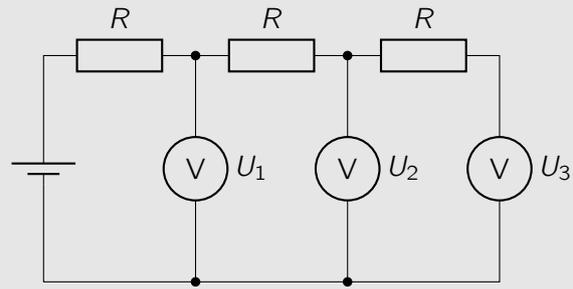


Abb. 3. Schaltskizze für Spannungsmessungen.

**Lösung**

Die realen Spannungsmessgeräte stellen eine Parallelschaltung aus einem idealen Voltmeter mit einem unendlich hohen Widerstand und einem endlichen internen Widerstand  $r$  dar. Da die Messgeräte identisch sind, kann der interne Widerstand für alle drei Messgeräte als gleich angenommen werden. Bezeichne mit  $I_1$ ,  $I_2$  und  $I_3$  die jeweils durch das entsprechende reale Messgerät fließenden Ströme. Die dazugehörige angezeigte Spannung  $U_i$  ist dann gegeben durch  $U_i = r I_i$  mit  $i \in \{1, 2, 3\}$ .

Aufgrund der Maschenregel ist

$$U_2 = U_3 + R I_3 = U_3 \left( 1 + \frac{R}{r} \right) \quad \text{und damit} \quad \frac{R}{r} = \frac{U_2 - U_3}{U_3}. \quad (6.1)$$

Für die nächste Masche gilt

$$U_1 = U_2 + R(I_2 + I_3) = U_2 + \frac{R}{r}(U_2 + U_3) = U_2 + \frac{U_2^2 - U_3^2}{U_3}. \quad (6.2)$$

Daraus ergibt sich für  $U_2$  die quadratische Gleichung

$$U_2^2 + U_2 U_3 - (U_1 + U_3) U_3 = 0 \quad (6.3)$$

mit der einzig positiven Lösung

$$U_2 = -\frac{U_3}{2} + \sqrt{\frac{U_3^2}{4} + (U_1 + U_3) U_3} \approx 6,3\text{V}. \quad (6.4)$$

Bewertung - Spannungsmessungen (Kurzaufgabe)		Punkte
6	Ersetzen des realen Messgeräten durch ideales Voltmeter und Innenwiderstand	1.0
	Nutzen der Maschenregel	1.0
	Aufstellen einer quadratischen Gleichung (6.3)	2.0
	Lösen der Gleichung und Berechnen des Wertes für Spannung (6.4)	1.0
		<b>5.0</b>

**Aufgabe 7 Junioraufgabe: zwei + drei = sechs?**
**(10 Pkt.)**

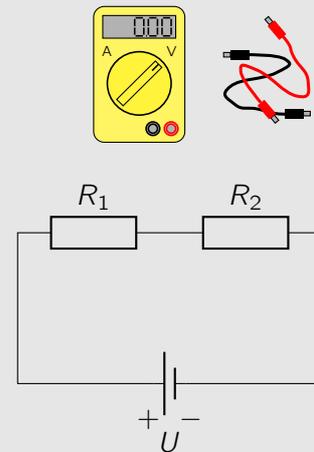
Der abgebildete Stromkreis besteht aus einer Spannungsquelle mit konstanter Spannung  $U = 6,0\text{V}$  und zwei Widerständen mit Widerstandswerten  $R_1 = 3,3\text{M}\Omega$  bzw.  $R_2 = 5,0\text{M}\Omega$ .

- a) Berechne, welche Spannungen über den einzelnen Widerständen in der Schaltung abfallen.

Wenn du die Spannungsabfälle an den einzelnen Widerständen nacheinander mit einem Voltmeter misst, weichen die gemessenen Spannungen von den theoretischen Ergebnissen ab. Nimm an, dass die gemessenen Spannungen  $2,0\text{V}$  über dem Widerstand  $R_1$ ,  $3,0\text{V}$  über dem Widerstand  $R_2$  und  $6,0\text{V}$  über der Spannungsquelle betragen.

- b) Finde heraus, wodurch sich ein ideales von einem realen Voltmeter unterscheidet, und erkläre, warum die Summe der gemessenen Spannungen über den Widerständen nicht der Spannung der Batterie entspricht.

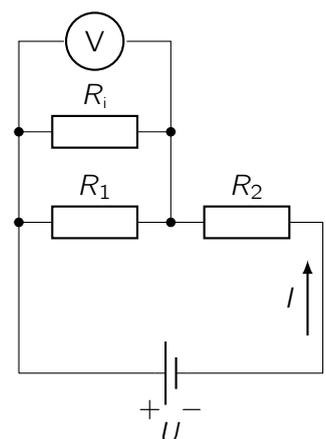
Bestimme den Wert der charakteristischen Größe des Voltmeters, der zu den gegebenen Spannungswerten führt.


**Lösung**

- a) Durch die beiden in Serie geschalteten Widerstände fließt die gleiche Stromstärke  $I$ , die nach dem ohmschen Gesetz gegeben ist durch  $I = \frac{U}{R_1 + R_2}$ . Für die über den einzelnen Widerständen abfallenden Spannungen  $U_{1,\text{ideal}}$  sowie  $U_{2,\text{ideal}}$  gilt damit

$$U_{1,\text{ideal}} = R_1 I = \frac{R_1}{R_1 + R_2} U \approx 2,4\text{V} \quad \text{und} \quad U_{2,\text{ideal}} = R_2 I = \frac{R_2}{R_1 + R_2} U \approx 3,6\text{V}. \quad (7.1)$$

- b) Die Summe der über den Widerständen gemessenen Spannungen entspricht nicht der Spannung der Spannungsquelle, da ein reales Voltmeter einen endlichen Innenwiderstand  $R_i$  besitzt, der für die Betrachtung mit berücksichtigt werden muss. Dieser wirkt jeweils parallel zu dem zu vermessenden Widerstand, so dass den beiden Messungen unterschiedliche Schaltungen zugrundeliegen, wie nebenstehend und auf der nächsten Seite gezeigt. In den Skizzen ist der Innenwiderstand getrennt eingezeichnet, so dass das Voltmeter selbst in den Schaltungen einen unendlich hohen Innenwiderstand besitzt, es verhält sich also wie ein ideales Voltmeter. Der Innenwiderstand des Voltmeters ist die charakteristische Größe, die zu den Spannungswerten führt.

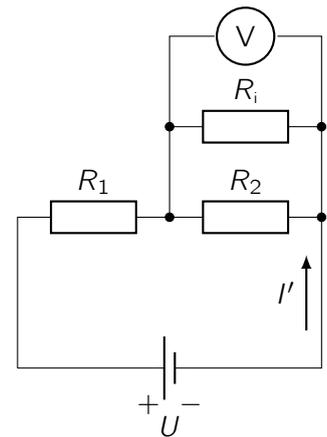


Der Spannungsabfall wird jeweils über der Parallelschaltung des Innenwiderstandes  $R_i$  mit dem Widerstand  $R_1$  bzw.  $R_2$  gemessen. Die Spannung  $U$  der Spannungsquelle fällt über der Gesamtschaltung ab. Für die mit dem Voltmeter gemessenen Spannungen  $U_1$  und  $U_2$  über den Widerständen  $R_1$  bzw.  $R_2$  gelten mit den Regeln für Reihen- und Parallelschaltungen sowie dem ohmschen Gesetz daher:

$$U_1 = \frac{R_1 R_i}{R_1 + R_i} I = \frac{\frac{R_1 R_i}{R_1 + R_i}}{\frac{R_1 R_i}{R_1 + R_i} + R_2} U = \frac{R_1 R_i}{R_i(R_1 + R_2) + R_1 R_2} U \quad (7.2)$$

und

$$U_2 = \frac{R_2 R_i}{R_2 + R_i} I' = \frac{\frac{R_2 R_i}{R_2 + R_i}}{\frac{R_2 R_i}{R_2 + R_i} + R_1} U = \frac{R_2 R_i}{R_i(R_1 + R_2) + R_1 R_2} U. \quad (7.3)$$



Betrachtet man die Summe  $U_1 + U_2$ , lässt sich die Gleichung nach dem Innenwiderstand  $R_i$  umformen, und es ergibt sich

$$R_i = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \frac{U_1 + U_2}{U - U_1 - U_2} \approx 9,9 \text{ M}\Omega. \quad (7.4)$$

Bewertung - Juniöraufgabe: zwei + drei = sechs?		Punkte
7.a)	Nutzen des ohmschen Gesetzes und der Serienschaltung	1
	Bestimmen der Spannungsabfälle über den Widerständen (7.1)	2
7.b)	Benennen des Voltmeterinnenwiderstandes als Ursache	1
	Erläutern, wie sich der Voltmeterinnenwiderstand auswirkt	1
	Verwenden korrekter Ersatzschaltungen (auch ohne Skizze)	1
	Angaben der Spannungen über Widerständen mit Innenwiderstand (7.2), (7.3)	2
	Umformen zu einem Ausdruck für den Innenwiderstand (7.4)	1
	Bestimmen des Wertes des Innenwiderstandes (7.4) mit $9,7 \text{ M}\Omega \leq R_i \leq 10,3 \text{ M}\Omega$	1
		<b>10</b>

*Hinweis:* Der Innenwiderstand des Voltmeters lässt sich auch direkt aus jeder der Gleichungen (7.2) und (7.3) bestimmen. Aus diesen ergeben sich

$$R_i = \frac{U_1 R_1 R_2}{U R_1 - U_1 (R_1 + R_2)} \approx 10,3 \text{ M}\Omega \quad \text{sowie} \quad R_i = \frac{U_2 R_1 R_2}{U R_2 - U_2 (R_1 + R_2)} \approx 9,7 \text{ M}\Omega. \quad (7.5)$$

Zur Berücksichtigung dieser numerischen Unsicherheiten ist in der Bewertungstabelle ein Bereich für den Wert von  $R_i$  angegeben.