

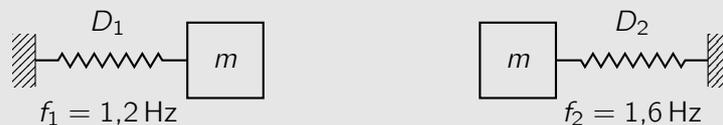
## Lösungen zu den Vorbereitungsaufgaben für die 2. Wettbewerbsrunde

### Aufgabe 1 Doppeltes Federpendel (MC-Aufgabe)

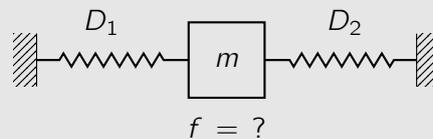
(5 Pkt.)

(2. Runde zur IPhO 2023, Idee: Aufgabengruppe der PhysikOlympiade - Thomas Hellerl)

In den beiden in der Abbildung gezeigten Federpendeln schwingt jeweils ein Körper der Masse  $m$  reibungsfrei. Die Federkonstanten  $D_1$  und  $D_2$  der beiden hookeschen Federn sind dabei jedoch unterschiedlich. Daher schwingen die Körper nach einer Auslenkung mit unterschiedlichen Frequenzen  $f_1$  und  $f_2$ .



Wie groß ist die Schwingungsfrequenz (Eigenfrequenz) des unten gezeigten Systems, in dem die Federn gekoppelt sind?



A 1,4 Hz

B 2,0 Hz

C 2,4 Hz

D 2,8 Hz

### Lösung

Rechnungen und Erläuterungen

Die Eigenfrequenzen der oberen Oszillatoren sind gegeben durch

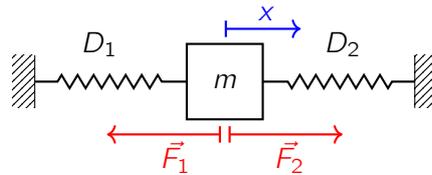
$$f_i = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{D_i}{m}}. \quad (1.1)$$

Für die Federkonstanten  $D_i$  folgt demnach

$$D_i = 4 \pi^2 m f_i^2. \quad (1.2)$$

Die einzelnen Federkonstanten  $D_1$  und  $D_2$  des unteren Systems addieren sich zur neuen Federkonstante  $D$  aufgrund folgender Überlegung.

\*Für die Ausrichtung der 54. IPhO im Juli 2024 ist entsprechend eines Beschlusses des International Board der IPhO aus 2011 der Iran vorgesehen. Eine Entscheidung über die Entsendung eines deutschen Teams ist noch nicht gefallen und wird unter Berücksichtigung der politischen Lage sowie der logistischen Gegebenheiten getroffen.



Im Gleichgewicht zieht jede Feder mit der Kraft  $F_0$ . Bei einer Auslenkung um  $x$  aus der Gleichgewichtslage üben die linke Feder den Kraftbetrag  $F_1 = F_0 + D_1x$  und die rechte Feder den Kraftbetrag  $F_2 = F_0 - D_2x$  auf  $m$  aus. Wir erhalten für die insgesamt auf die schwingende Masse  $m$  wirkende Kraft.

$$F(x) = -F_1 + F_2 = -(F_0 + D_1x) + (F_0 - D_2x) = -(D_1 + D_2)x \quad (1.3)$$

und damit ist für das System mit beiden Federn

$$D = D_1 + D_2 \quad (1.4)$$

Das neue System schwingt also mit der Frequenz

$$f = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{D}{m}} = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{D_1 + D_2}{m}} = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{4\pi^2 m (f_1^2 + f_2^2)}{m}} = \sqrt{f_1^2 + f_2^2}. \quad (1.5)$$

Mit den gegebenen Werten ergibt sich

$$f = \sqrt{f_1^2 + f_2^2} = \sqrt{1.2^2 + 1.6^2} \text{ Hz} \approx 2,0 \text{ Hz}. \quad (1.6)$$

Korrekte Antwort: *B*

## Aufgabe 2 Rohmilch im Glaskolben

(1. Runde zur 51. IPhO 2021)

Der nebenstehend abgebildete Glaskolben enthält Rohmilch. Wenn die Milch einige Zeit in Ruhe gelassen wird, setzt sich der Rahm der Milch ab, während die restliche Magermilch unten verbleibt. Du kannst annehmen, dass das Gesamtvolumen der Flüssigkeit dabei konstant bleibt.

Gib an, ob der Druck am Boden des Kolbens dabei abnimmt, zunimmt oder gleich bleibt. Begründe deine Antwort.

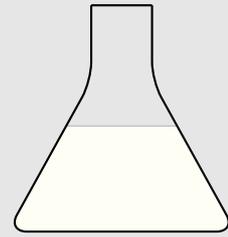


Abb. 1. Glaskolben mit Rohmilch.

### Lösung

Rechnungen und Erläuterungen

Der Druck am Boden nimmt bei dem Prozess ab. Dies kann folgendermaßen gezeigt werden.

Bezeichne mit  $\rho$  die Dichte der anfänglich vorliegenden Rohmilch. Nach dem Absetzen des Rahms liegt ein Volumen  $V_1$  an Rahm vor. Bezeichne dessen Dichte mit  $\rho_1$  und die Höhe der Rahmschicht in dem Kolben mit  $h_1$  (vgl. Abb. 2). Die entsprechenden Größen für die Magermilch werden mit 2 indiziert. Da sich das Volumen der Milch nicht ändert, gilt für die Massen vor und nach dem Absetzen des Rahms

$$m_{\text{vor}} = \rho (V_1 + V_2) = \rho_1 V_1 + \rho_2 V_2 = m_{\text{nach}} \quad \text{bzw.} \quad \frac{V_2}{V_1} = \frac{\rho - \rho_1}{\rho_2 - \rho}. \quad (2.1)$$

Bezeichne mit  $A$  den Flächeninhalt der horizontalen Grenzfläche zwischen dem Rahm und der Magermilch. Aufgrund der nach oben hin zulaufenden Form des Kolbens ist  $V_1 < A h_1$  und  $V_2 > A h_2$ . Damit gilt  $\frac{V_2}{h_2} > A > \frac{V_1}{h_1}$  bzw.

$$\frac{V_2}{V_1} > \frac{h_2}{h_1} \quad \text{sowie mit (2.1)} \quad \boxed{p_{\text{nach}} = (\rho_1 h_1 + \rho_2 h_2) g < \rho (h_1 + h_2) g = p_{\text{vor}}}. \quad (2.2)$$

Dabei wurde ausgenutzt, dass  $(\rho_1 h_1 + \rho_2 h_2) g$  der Schweredruck  $p_{\text{nach}}$  am Boden des Glaskolbens nach dem Absetzen des Rahms ist und  $\rho (h_1 + h_2) g$  dem anfänglichen Schweredruck  $p_{\text{vor}}$  entspricht. Dadurch ist gezeigt, dass der Druck durch die Separation abnimmt.

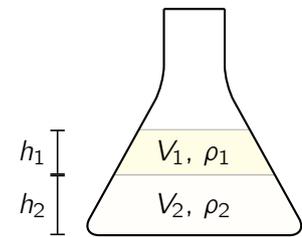


Abb. 2. Glaskolben mit Rohmilch nach Absetzen des Rahms.

### Aufgabe 3 Schwimmen und Sinken

(3. Runde zur 45. IPhO 2014)

In einer Flüssigkeit schwimmt ein Körper so, dass nur 3% seines Volumens über dem Flüssigkeitsspiegel sind. Der Volumenausdehnungskoeffizient der Flüssigkeit beträgt  $5,2 \cdot 10^{-4} \text{ K}^{-1}$  und der Längenausdehnungskoeffizient des Körpers  $3,9 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$ .

Bestimme, um wie viel sich die Temperatur des Systems ändern muss, damit der schwimmende Körper ganz untergeht.

#### Lösung

Rechnungen und Erläuterungen

Bezeichne mit  $m$  die Masse des Körpers, mit  $\alpha$  dessen Längenausdehnungskoeffizienten und mit  $\gamma$  den Volumenausdehnungskoeffizienten der Flüssigkeit.

Anfänglich befindet sich das System bei einer Temperatur  $T_0$  und das Volumen des Körpers bzw. die Dichte der Flüssigkeit betragen  $V_0$  sowie  $\rho_0$ . Da der Körper schwimmt ist in dieser Situation

$$m = p V_0 \rho_0, \quad (3.1)$$

mit  $p := 1 - 3\% = 0,97$ . Wenn der Körper untergehen soll, muss

$$m > V \rho, \quad (3.2)$$

gelten, wobei  $V$  das Volumen des Körpers  $T$  bzw. das verdrängte Flüssigkeitsvolumen und  $\rho$  die Dichte der Flüssigkeit bei der Temperatur  $T$  bezeichnen. Diese Größen lassen sich ausdrücken durch

$$V = V_0 (1 + 3 \Delta T \alpha) \quad \text{und} \quad \rho = \frac{\rho_0}{1 + \Delta T \gamma}. \quad (3.3)$$

Hierbei wurde  $\Delta T := T - T_0$  verwendet. Aus Gleichung (3.2) ergibt sich mit Hilfe von (3.1) und (3.3)

$$p V_0 \rho_0 > \frac{V_0 \rho_0 (1 + 3 \Delta T \alpha)}{1 + \Delta T \gamma}. \quad (3.4)$$

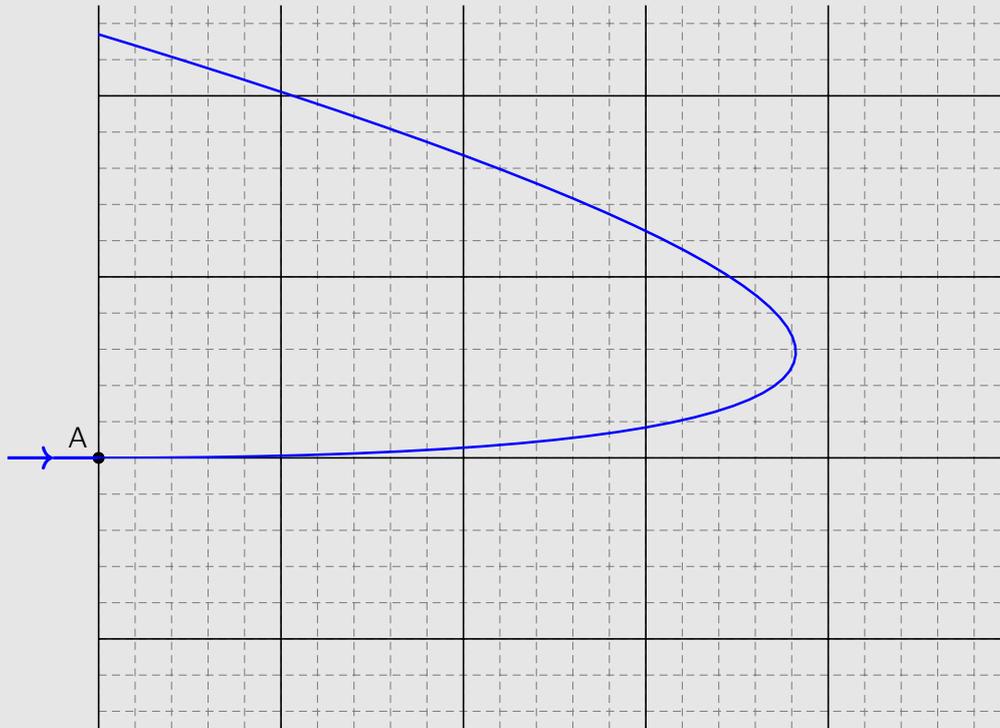
Damit folgt für die minimal notwendige Temperaturdifferenz  $\Delta T$  für das Sinken des Körpers im Grenzfall

$$\Delta T_{\min} = \frac{1 - p}{p \gamma - 3 \alpha} \approx 61 \text{ K}. \quad (3.5)$$

### Aufgabe 4 Abgelenkt

(1. Runde zur 47. IPhO 2016)

Ein zuvor mit einer Spannung von 100 V beschleunigtes Elektron tritt am Punkt A in ein homogenes elektrisches Feld ein. Die Bahn des Elektrons ist in der folgenden Abbildung dargestellt. Der Abstand der gestrichelten Linien in der Abbildung entspricht 4,0 mm und die Bewegung des Elektrons verläuft in der Zeichenebene.



Bestimme die Stärke und die Richtung des elektrischen Feldes, das zur Ablenkung des Elektrons führt.

### Lösung

Rechnungen und Erläuterungen

Das elektrische Feld führt zu einer konstanten Beschleunigung entgegengesetzt der Richtung des elektrischen Feldes. Definiere ein Koordinatensystem mit  $x$ -Achse in Richtung der ursprünglichen Bewegungsrichtung des Teilchens,  $y$ -Richtung in der Zeichenebene nach oben und Ursprung im Punkt A.

Die Bewegung in  $x$ -Richtung wird nach Eintritt in das Feld durch die Komponente  $E_x$  des elektrischen Feldes abgebremst. Am Umkehrpunkt entspricht die potentielle Energie des Teilchens im elektrischen Feld gerade dessen anfänglicher kinetischer Energie, die gleich dem Produkt aus Beschleunigungsspannung  $U = 100\text{ V}$  und Ladung  $q < 0$  des Teilchens ist. Es gilt am Umkehrpunkt also

$$Uq = qE_x x_{\max}. \quad (4.1)$$

Aus der Abbildung folgt mit  $x_{\max} \approx 19,2 \cdot 4,0 \text{ mm} \approx 76,8 \text{ mm}$

$$E_x = \frac{U}{x_{\max}} \approx 1,3 \cdot 10^3 \text{ V m}^{-1}. \quad (4.2)$$

Bezeichne  $t'$  die Zeit, die das Teilchen für das Durchlaufen der Bahn in dem elektrischen Feld benötigt. Da die Bewegung gleichmäßig beschleunigt ist, wird der Umkehrpunkt nach der Zeit  $t'/2$  erreicht und es gilt für dessen  $x$ -Koordinate

$$x_{\max} = x(t'/2) = v_0 \frac{t'}{2} + \frac{1}{2} \frac{q E_x}{m} \left( \frac{t'}{2} \right)^2. \quad (4.3)$$

Dabei sind  $m$  die Masse des Teilchens und  $v_0$  die Geschwindigkeit, mit der das Teilchen in das Feld eintritt. Letztere lässt sich über die Feldstärke ausdrücken durch

$$v_0 = - \frac{q E_x}{m} \frac{t'}{2}. \quad (4.4)$$

Eingesetzt in (4.3) führt dies auf

$$x_{\max} = - \frac{1}{2} \frac{q E_x}{m} \left( \frac{t'}{2} \right)^2. \quad (4.5)$$

Anfänglich besitzt das Teilchen keine Geschwindigkeit in  $y$ -Richtung. Daher schneidet die Teilchenbahn die  $y$ -Achse nach der Zeit  $t'$  bei

$$y_{\max} = y(t') = \frac{1}{2} \frac{q E_y}{m} t'^2. \quad (4.6)$$

Löst man die Gleichungen (4.5) und (4.6) nach  $t'$  auf, so lässt sich auch die  $y$ -Komponente des elektrischen Feldes aus dem Schnittpunkt  $y_{\max} \approx 11,8 \cdot 4,0 \text{ mm} \approx 47,2 \text{ mm}$  bestimmen zu

$$E_y = - \frac{y_{\max} E_x}{x_{\max}} \frac{1}{4} \approx -2,0 \cdot 10^2 \text{ V m}^{-1}. \quad (4.7)$$

Das Minuszeichen resultiert aus der Beschleunigung des negativ geladenen Teilchens in positive  $y$ -Richtung. Das elektrische Feld besitzt also insgesamt eine Größe

$$E = \sqrt{E_x^2 + E_y^2} \approx 1,3 \cdot 10^3 \text{ V m}^{-1} \quad (4.8)$$

und schließt einen Winkel

$$\varphi = \tan^{-1} \frac{E_y}{E_x} \approx -8,7^\circ \quad (4.9)$$

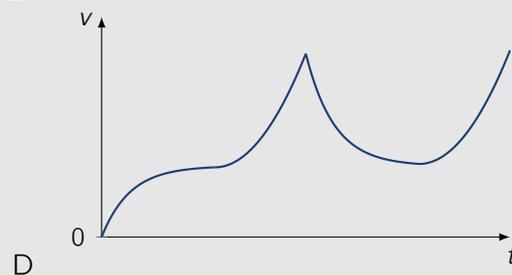
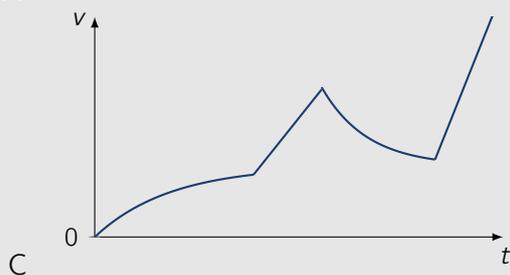
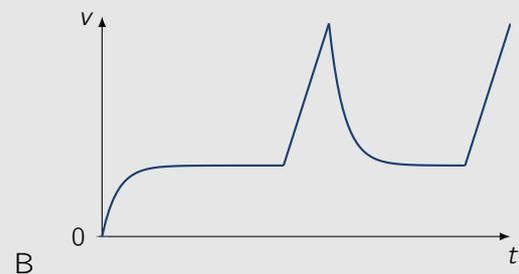
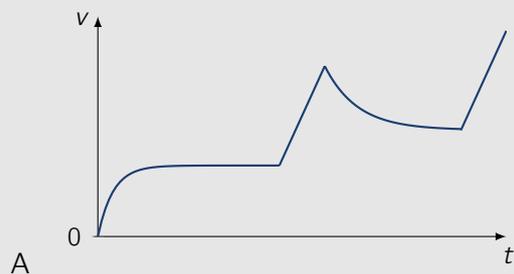
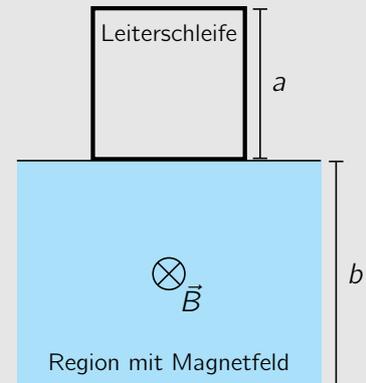
mit der ursprünglichen Bewegungsrichtung des Teilchens ein. Die Ergebnisse sind bis hierhin unabhängig von der Ladung des Teilchens und dessen Masse.

### Aufgabe 5 Fallende Leiterschleife im Magnetfeld (MC-Aufgabe)

(2. Runde zur IPhO 2020, Idee: Aufgabengruppe der PhysikOlympiade - Richard Reindl)

Eine quadratische Leiterschleife mit Kantenlänge  $a$ , Widerstand  $R$  und Masse  $m$  fällt, wie nebenstehend skizziert, aus der Ruhe heraus in eine scharf begrenzte Region der Breite  $b > a$  mit einem homogenen Magnetfeld der Flussdichte  $\vec{B}$ , das in die Zeichenebene hinein orientiert ist. Die Graphen A, B, C und D sollen den zeitlichen Verlauf der Geschwindigkeit der Leiterschleife für verschiedene Magnetfeldstärken darstellen.

Welcher der Graphen zeigt einen physikalisch möglichen Vorgang?



**Lösung**

Rechnungen und Erläuterungen

Der Fall der Leiterschleife kann in vier Phasen unterteilt werden, wie in der folgenden Abbildung gezeigt.

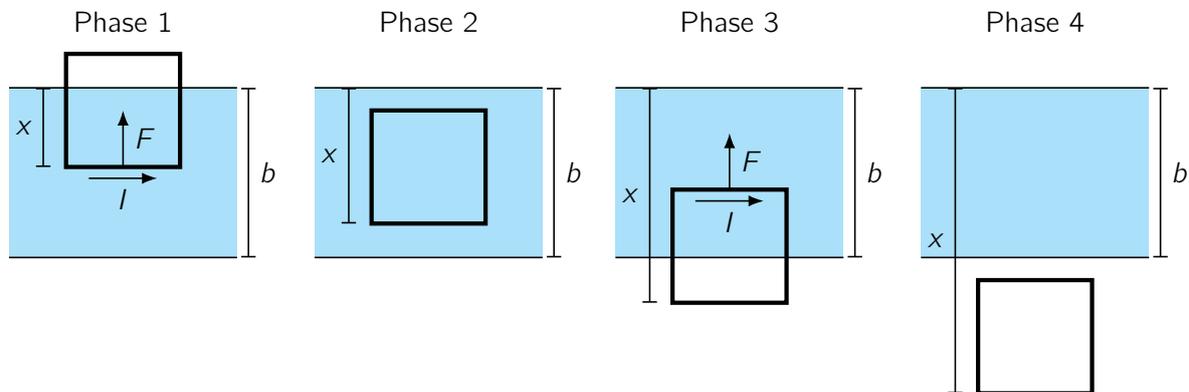


Abb. 3. Skizzen der vier Phasen des Falls der Leiterschleife.

**Phase 1:**  $0 < x < a$ 

Bezeichne mit  $v$  die vertikale Geschwindigkeit der Leiterschleife. Im unteren Stück der Leiterschleife wird die Spannung  $U = v B a$  induziert und es fließt ein Strom der Stromstärke  $I = \frac{v B a}{R}$  nach rechts. Dadurch wirkt auf das untere Leiterstück die nach oben gerichtete und damit bremsende Lorentzkraft

$$F = I B a = \frac{v B^2 a^2}{R}. \quad (5.1)$$

Die Beschleunigung der Leiterschleife ist also stets kleiner als die Erdbeschleunigung  $g$ . Die Geschwindigkeit  $v$  wächst, bis  $F$  gleich der Gewichtskraft  $m g$  der Leiterschleife wird.  $v$  nähert sich also an die stationäre Geschwindigkeit

$$v_s = \frac{m g R}{B^2 a^2} \quad (5.2)$$

an.

**Phase 2:**  $a < x < b$ 

In diesem Bereich ändert sich der magnetische Fluss durch die Leiterschleife nicht, so dass kein Strom induziert wird und keine Bremskraft wirkt. Die Leiterschleife fällt frei und die Geschwindigkeit ändert sich linear mit der Zeit.

**Phase 3:**  $b < x < b + a$ 

Der Induktionsstrom  $I = \frac{v B a}{R}$  fließt jetzt im oberen Leiterstück nach rechts. Dies führt erneut auf die Bremskraft (5.1) und die gleiche stationäre Geschwindigkeit (5.2) als Grenzwert wie in Phase 1.

**Phase 4:**  $b + a < x$ 

Auch hier ändert sich der magnetische Fluss durch die Leiterschleife nicht, so dass sich diese wieder im freien Fall befindet und die Geschwindigkeit linear mit der Zeit zunimmt. Die Steigung der Geschwindigkeitsgeraden muss die gleiche wie in Phase 2 sein.

**Analyse der Graphen**

In Graph A wird in Phase 1 und Phase 3 jeweils eine stationäre Geschwindigkeit erreicht, die aber nicht gleich ist. Damit stellt dieser Graph keinen physikalisch möglichen Verlauf dar.

In Graph B sind die in Phase 1 und 3 erreichten stationären Geschwindigkeiten identisch. Darüber hinaus sind die Geradensteigungen in Phase 2 und 4 gleich. Der Graph kann also einen physikalischen Vorgang darstellen.

In Graph C sind die Geradensteigungen in Phase 2 und 4 nicht gleich. Der Graph beschreibt also auch keinen physikalisch möglichen Vorgang.

In Graph D sind die Teilstücke in Phase 2 und 4 keine Geraden, so dass auch dieser Graph keinen physikalisch möglichen Vorgang beschreibt.

Damit beschreibt nur der Graph B einen physikalisch möglichen Vorgang.

Korrekte Antwort: *B*

*Hinweis:* Von den Teilnehmenden wird eine Angabe der Formeln (5.1) und (5.2) nicht erwartet. Es ist ausreichend, wenn erkannt und begründet wird, dass in Phase 1 und 3 eine gleiche stationäre Geschwindigkeit existiert.

## Aufgabe 6 Abbildung mit Spiegel und Linse

(3. Runde zur 49. IPhO 2018)

Eine dünne Linse erzeugt ein Bild eines Objektes. Direkt hinter die Linse wird nun ein flacher Spiegel auf die optische Achse gestellt. Die Spiegelfläche ist dabei senkrecht zur optischen Achse. Die übrige Konfiguration bleibt unverändert. In diesem Fall entsteht ein Bild des Objektes, das denselben Betrag für die Vergrößerung aufweist.

Bestimme die Vergrößerung.

### Lösung

Rechnungen und Erläuterungen

Der Spiegel reflektiert die einfallenden Strahlen, so dass die Situation äquivalent zu zwei dicht hintereinander stehenden, dünnen, identischen Linsen ist. Die Brennweite dieses Systems beträgt dann  $f/2$ , wobei  $f$  die Brennweite der einzelnen Linse bezeichnet. Damit gilt für die Vergrößerung ohne bzw. mit Spiegel:

$$V_1 = \frac{b_1}{g} = \pm \frac{b_2}{g} = V_2. \quad (6.1)$$

Das Vorzeichen muss positiv gewählt werden, wenn beide Bilder entweder reell oder imaginär sind und negativ, wenn genau eines der Bilder reell ist.

Die Bildweiten  $b_1$  und  $b_2$  lassen sich mit Hilfe der Abbildungsgleichung ausdrücken als

$$b_1 = \frac{gf}{g-f} \quad \text{sowie} \quad b_2 = \frac{gf}{2g-f}, \quad (6.2)$$

so dass sich obige Gleichung umformen lässt zu

$$\frac{f}{g-f} = \pm \frac{f}{2g-f}. \quad (6.3)$$

Daraus folgt für die Gegenstandsweite

$$g = 0 \quad \text{für} \quad + \quad \text{bzw.} \quad g = \frac{2f}{3} \quad \text{für} \quad -. \quad (6.4)$$

Das Vorzeichen in (6.1) muss also negativ sein, da sonst die Gegenstandsweite gleich Null wäre und kein Bild entstehen würde. Damit ist das von der Linse ohne Spiegel erzeugte Bild virtuell und die Vergrößerung ergibt sich nach (6.3) zu

$$V = \frac{f}{g-f} = -3. \quad (6.5)$$

## Aufgabe 7 Ein unscharfes Bild

(1. Runde zur 47. IPhO 2016)

Ein Lineal wird fotografiert. Weit hinter dem Lineal befindet sich eine Lichterkette, deren kleine Lämpchen auf dem Foto unscharf erscheinen.

Vereinfachend kann angenommen werden, dass die Abbildung durch eine einzelne, dünne Linse erzeugt wird.

Bestimme mit Hilfe des Fotos den Durchmesser der Kameralinse.



Abb. 4. Unscharfes Foto einer Lichterkette.

## Lösung

Rechnungen und Erläuterungen

Da die Lichterkette weit weg ist, treffen nahezu parallele Lichtstrahlen auf die Linse, deren Durchmesser  $L$  betrage. Die als Punktquellen annehmbaren Lichter erzeugen auf dem Bildsensor Kreise mit einem Durchmesser  $D$ . Die folgende Skizze veranschaulicht den Strahlenverlauf bei der Abbildung.

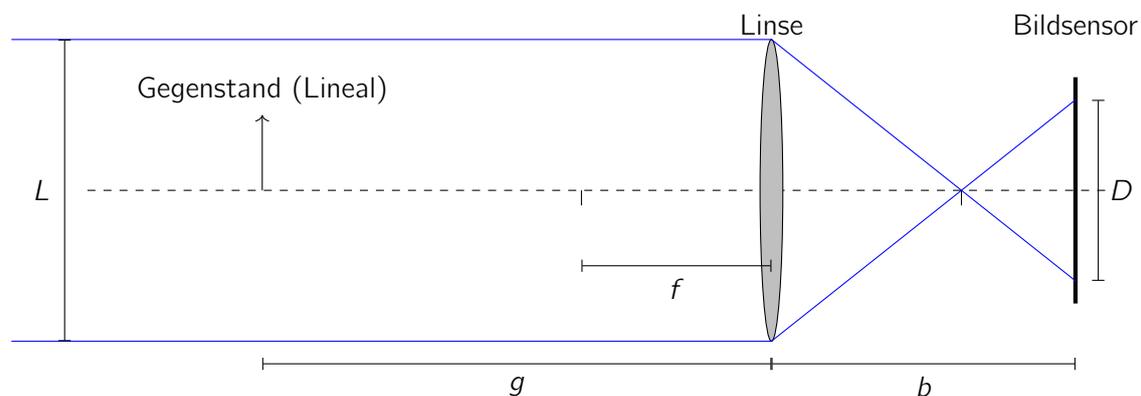


Abb. 5. Strahlenverlauf bei der Abbildung einer Lampe der Lichterkette.

Der Abstand des Lineals zur Linse wird dabei mit  $g$  und der Abstand des Bildes des Lineals auf dem Bildsensor zur Linse mit  $b$  bezeichnet. Außerdem werden die Gegenstandsgröße des Lineals (cm-Maßstab) mit  $G$  und die entsprechende Bildgröße mit  $B$  bezeichnet.

Mit diesen Bezeichnungen gilt aufgrund des Strahlensatzes

$$\frac{L}{f} = \frac{D}{b-f} \quad (7.1)$$

und außerdem für die Abbildung des Lineals

$$\frac{1}{g} = \frac{1}{b} \frac{B}{G}. \quad (7.2)$$

Dies lässt sich in der Abbildungsgleichung für dünne Linsen nutzen, um diese umzuschreiben zu

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{g} + \frac{1}{b} = \frac{1}{b} \left( \frac{B}{G} + 1 \right) \quad \text{bzw.} \quad b = f \left( 1 + \frac{B}{G} \right). \quad (7.3)$$

Eingesetzt in (7.1) ergibt sich damit für den Linsendurchmesser

$$L = \frac{G}{B} D. \quad (7.4)$$

Vermisst man also die Kreise mit dem scharf abgebildeten Lineal, erhält man den Linsendurchmesser.

Im vorliegenden Fall lässt sich der Durchmesser der Kreise zu etwa  $(36,0 \pm 0,5)$  mm auf der Skala des Lineals bestimmen. Damit besitzt die Linse einen Durchmesser von

$$L = (36,0 \pm 0,5) \text{ mm}. \quad (7.5)$$

*Hinweis:* Der ermittelte Linsendurchmesser stimmt bei dem verwendeten Objektiv nicht sehr gut mit dem aus Brennweite (85 mm) und Blendenzahl (1,8) zu berechnenden Wert von  $L = 85 \text{ mm}/1,8 \approx 47 \text{ mm}$  überein. Die Annahme einer einfachen dünnen Linse scheint in diesem Fall also keine gute Näherung zu sein.

## Aufgabe 8 Dicke einer Seifenblase (Kurzaufgabe)

(4. Runde zur 46. IPhO 2015)

Eine senkrechte Seifenblasenschicht wird horizontal mit einer Natriumlampe (Wellenlänge 589 nm) bestrahlt, und die Reflektion des Lichtes wird beobachtet. Das obere Ende der Schicht ist so dünn, dass kein Licht reflektiert wird und die Schicht dort schwarz erscheint. Unterhalb des oberen Endes erscheinen fünf helle Streifen, der fünfte am unteren Ende der Schicht.

Bestimme die Dicke der Seifenblasenschicht am unteren Ende.

Verwende für den Brechungsindex von Wasser den Wert 1,33.

### Lösung

Rechnungen und Erläuterungen

Die hellen Streifen entstehen dort, wo das an der Eintrittsseite der Seifenblasenschicht und das an der Rückseite der Schicht reflektierte Licht konstruktiv interferieren. Für die Phasendifferenz  $\delta$  dieser beiden Lichtstrahlen gilt

$$\delta = \pi + 2\pi \frac{2nd}{\lambda}, \quad (8.1)$$

wobei  $n$  den Brechungsindex der Flüssigkeitsschicht,  $d$  dessen Dicke und  $\lambda$  die Wellenlänge des Lichtes in Luft angibt. Der zusätzliche Summand  $\pi$  resultiert aus dem Phasensprung bei Reflexion bei dem Übergang zu einem optisch dichteren Medium, also an der Eintrittsseite. Bei der fünften konstruktiven Interferenz muss  $\delta = 10\pi$  sein. Mit den gegebenen Werten folgt damit für die Dicke der Seifenblasenschicht am unteren Ende:

$$d = \frac{9\lambda}{4n} \approx 9,96 \cdot 10^{-7} \text{ m}. \quad (8.2)$$

## Aufgabe 9 Eisdät

(1. Runde zur 49. IPhO 2018)

„Was machst Du denn da?“ fragt Hanna ihren Nachbarn, der mit einem ganzen Karton Eis nach Hause kommt. „Ich mache ab heute eine Wassereisdät“, antwortet dieser. „Wie bitte?“

„Ganz einfach“, erklärt Tom und zeigt ihr die Verpackung. „Das Eis hat einen Energienährwert von ungefähr 350 kJ pro 100 g. Um das Eis beim Essen aufzuwärmen und zu schmelzen, muss mein Körper aber viel mehr Energie aufbringen. Damit kann ich so viel Eis essen wie ich möchte und nehme dabei sogar noch ab!“

Kann das wirklich funktionieren? Hanna bleibt skeptisch.

Beurteile mit Hilfe geeigneter Abschätzungen, ob Toms Diätplan Erfolg haben kann. Besorge dir dazu benötigte weitere Zahlenwerte aus einem Buch oder dem Internet.

## Lösung

Rechnungen und Erläuterungen

Leider hat Toms Eisdät kaum Aussicht auf Erfolg. Gefriertruhen besitzen typischerweise eine Temperatur von etwa  $-18\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Um  $m = 100\text{ g}$  Eis beim Verzehr auf Körpertemperatur zu erwärmen, muss dieses zunächst bis zum Schmelzpunkt, also bis etwa  $0\text{ }^{\circ}\text{C}$  erwärmt, dann zum Schmelzen gebracht und schließlich von  $0\text{ }^{\circ}\text{C}$  bis auf ungefähr  $37\text{ }^{\circ}\text{C}$  erwärmt werden. Die dazu benötigte Wärmemenge  $Q$  beträgt etwa

$$Q = c_{\text{Eis}} m \cdot 18\text{ K} + h_{\text{Schmelz}} m + c_{\text{Wasser}} m \cdot 37\text{ K} \approx 52\text{ kJ} . \quad (9.1)$$

Dabei wurde angenommen, dass sich das Wassereis wie Wasser verhält, und es wurden die folgenden Werte verwendet<sup>a</sup>: spezifische Wärmekapazität von Eis  $c_{\text{Eis}} = 2,1\text{ kJ kg}^{-1}\text{ K}^{-1}$ , spezifische Wärmekapazität von Wasser  $c_{\text{Wasser}} = 4,2\text{ kJ kg}^{-1}\text{ K}^{-1}$ , spezifische Schmelzenthalpie oder Schmelzwärme von Eis  $h_{\text{schmelz}} = 3,3 \cdot 10^2\text{ kJ kg}^{-1}$ .

Die benötigte Wärme ist damit etwa um einen Faktor 7 geringer als der gegebene Energienährwert, also der physiologische Brennwert des Eises. Selbst wenn der Körper nicht den gesamten Brennwert verwerten kann, wird Tom durch diese Diät nicht abnehmen.

<sup>a</sup>Siehe zum Beispiel [de.wikipedia.org/wiki/Spezifische\\_Wärmekapazität](https://de.wikipedia.org/wiki/Spezifische_Wärmekapazität) für die spezifischen Wärmekapazitäten und [https://en.wikipedia.org/wiki/Enthalpy\\_of\\_fusion](https://en.wikipedia.org/wiki/Enthalpy_of_fusion) für die Schmelzenthalpie von Eis.

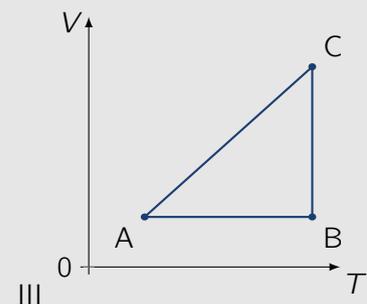
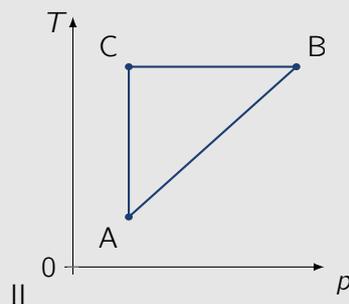
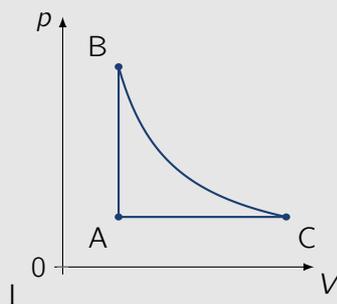
## Aufgabe 10 Kreisprozess (MC-Aufgabe)

(2. Runde zur IPhO 2019)

Ein ideales Gas durchläuft einen Kreisprozess. Ausgehend von dem Zustand A wird es zunächst bei konstantem Volumen bis zu einem Zustand B erwärmt, anschließend expandiert es ohne Temperaturänderung bis zu einem Zustand C und wird schließlich isobar wieder zum Ausgangszustand A komprimiert.

Bezeichne mit  $p$ ,  $V$  und  $T$  den Druck, das Volumen und die Temperatur des Gases.

Welche der nachfolgenden Graphen stellen den Kreisprozess korrekt dar?



- A Nur die Graphen I und II.
- B Nur die Graphen I und III.
- C Nur die Graphen II und III.
- D Alle drei Graphen.

### Lösung

Rechnungen und Erläuterungen

Die Zustandsänderungen eines idealen Gases lassen sich mit der Zustandsgleichung

$$pV \sim T \quad (10.1)$$

beschreiben. Betrachte die einzelnen Abschnitte des Kreisprozesses.

**Abschnitt A-B:** In diesem Abschnitt ist das Volumen  $V$  konstant und damit  $T \sim p$ . Diese Abhängigkeiten finden sich in allen drei Graphen.

**Abschnitt B-C:** In diesem Abschnitt ist die Temperatur  $T$  konstant und damit  $p \sim \frac{1}{V}$ . Diese Abhängigkeiten finden sich ebenfalls in allen drei Graphen.

**Abschnitt C-A:** Bei einer isobaren Zustandsänderung ist der Druck  $p$  konstant und damit  $V \sim T$ . Auch diese Abhängigkeiten sind in allen drei Graphen zu finden.

Damit stellen alle drei Graphen den Kreisprozess richtig dar.

Korrekte Antwort: **D**

## Aufgabe 11 Druckbetrachtungen

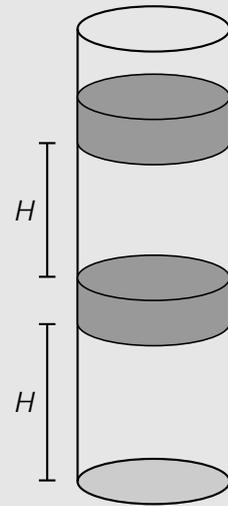
(3. Runde zur IPhO 2018 & 1. Runde zur IPhO 2009)

In einem mit Luft gefüllten, aufrechten Rohr befinden sich, wie nebenstehend gezeigt, zwei identische Scheiben. Das Rohr ist nach oben offen aber am unteren Ende verschlossen. Die Scheiben sind so dimensioniert, dass sie das Rohr luftdicht abschließen. Sie lassen sich aber vertikal verschieben.

Sowohl die Höhe des Luftvolumens zwischen der unteren Scheibe und dem Boden des Rohres als auch die des Luftraumes zwischen den Scheiben betragen in der anfänglichen Ruhelage  $H = 30\text{ cm}$ . Der Luftdruck zwischen den Scheiben liegt dabei 10 % über dem Atmosphärendruck.

Berechne die Dicke der Scheiben für den Fall, dass sie aus Kupfer mit einer Dichte von  $8,95 \cdot 10^3\text{ kg m}^{-3}$  bestehen.

Bestimme, wie hoch die Luftsäule zwischen der unteren Scheibe und dem Boden des Rohres ist, wenn die obere Scheibe langsam an die ursprüngliche Stelle der unteren gedrückt wird.



### Lösung

Rechnungen und Erläuterungen

Die Scheiben befinden sich vor dem Verschieben in einer Gleichgewichtsposition. Bezeichne mit  $p_0$  den Atmosphärendruck und mit  $p_1$  bzw.  $p_2$  die Drücke zwischen den Scheiben bzw. zwischen der unteren Scheibe und dem Boden. Dann gilt mit  $\kappa := 0,10$ :

$$p_1 = (1 + \kappa) p_0 = p_0 + \frac{mg}{A} \quad \text{sowie} \quad p_2 = p_1 + \frac{mg}{A} = (1 + 2\kappa) p_0. \quad (11.1)$$

Dabei bezeichnet  $A$  die Querschnittsfläche einer Scheibe und  $m = \rho d A$  ihre Masse. Aus (11.1) folgt für die Dicke  $d$  der Scheiben

$$\kappa p_0 = \frac{mg}{A} = \rho d g \quad \text{bzw.} \quad \boxed{d = \frac{\kappa p_0}{\rho g} \approx 11\text{ cm}}. \quad (11.2)$$

Nimm im Folgenden an, dass sich Luft wie ein ideales Gas verhält. Die obere Scheibe wird durch eine Kraft  $F$  auf die ursprüngliche Position der unteren Scheibe geschoben. Die untere Scheibe verschiebt sich dadurch auf eine Höhe  $h$  über dem Boden der Röhre. Da die Verschiebung langsam erfolgt, kann davon ausgegangen werden, dass sich die Temperatur des Gases während des Prozesses nicht ändert. Die neuen Gleichgewichtsbedingungen und die ideale Gasgleichung ergeben daher

$$\begin{aligned} p'_1 &= (1 + \kappa) p_0 \frac{HA}{(H - h - d)A} = (1 + \kappa) p_0 + \frac{F}{A}, \\ p'_2 &= (1 + 2\kappa) p_0 \frac{HA}{hA} = p'_1 + \frac{mg}{A} = (1 + 2\kappa) p_0 + \frac{F}{A}. \end{aligned} \quad (11.3)$$

Aus den Gleichungen in (11.3) folgt

$$(1 + \kappa) \frac{H}{H - h - d} = (1 + 2\kappa) \frac{H}{h} - \kappa, \quad (11.4)$$

beziehungsweise

$$h^2 - \left\{ \left( 4 + \frac{2}{\kappa} \right) H - d \right\} h + \left( 2 + \frac{1}{\kappa} \right) H (H - d) = 0. \quad (11.5)$$

Daraus ergibt sich als einzige Lösung mit  $0 < h < H$  als Ergebnis für die sich einstellende Höhe der unteren Scheibe

$$h = H \left( 2 + \frac{1}{\kappa} \right) - \frac{d}{2} - \sqrt{\left( H \left( 2 + \frac{1}{\kappa} \right) - \frac{d}{2} \right)^2 - \left( 2 + \frac{1}{\kappa} \right) H (H - d)} \approx 9,6 \text{ cm}. \quad (11.6)$$

## Aufgabe 12 Fadenpendel

(Begleitheft der 1. Runde zur 50. IPhO 2019)

Aus einem dünnen Faden und einem kleinen Gewicht, wie zum Beispiel einer Schraube oder Mutter, lässt sich ein einfaches Fadenpendel bauen. Wenn die Ausdehnung des Gewichtes sehr klein gegenüber der Fadenlänge  $\ell$  ist, gilt für die Schwingungsdauer  $T$  des Pendels bei kleinen Auslenkungen

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g}}$$

Dabei bezeichnet  $g$  die Schwerebeschleunigung auf der Erde. Theoretisch sollte damit  $T^2$  eine lineare Funktion der Fadenlänge  $\ell$  sein.

Die folgende Tabelle stellt in einem Experiment gemessene Werte der Schwingungsperioden  $T$  zusammen mit der gemittelten Schwingungsperiode  $\bar{T}$  und dem Quadrat dieser Größe dar.

Fadenlänge	Zeit für 10 Schwingungsperioden					Mittelwert	
$\ell / \text{cm}$	$10 T / \text{s}$					$\bar{T} / \text{s}$	$\bar{T}^2 / \text{s}^2$
67,2	16,62	16,87	15,43	17,50	17,61	1,68	2,82
55,5	15,12	13,94	16,18	15,04	15,53	1,51	2,29
47,0	13,79	12,60	13,37	14,41	14,80	1,38	1,90
34,5	11,93	13,02	10,77	12,18	11,72	1,19	1,42
22,0	9,50	11,44	9,24	9,59	8,73	0,97	0,94
13,4	7,91	6,38	8,32	8,91	7,89	0,79	0,62

Überprüfe mit Hilfe eines geeigneten Graphen, ob die experimentellen Daten zu dem theoretisch erwarteten Verlauf passen und bestimme den Wert der Schwerebeschleunigung  $g$ .

## Lösung

Rechnungen und Erläuterungen

Abbildung 6 zeigt die quadrierte mittlere Schwingungsdauer  $\bar{T}^2$  in Abhängigkeit von der Fadenlänge. Da die Ausgleichsgerade die Messwerte sehr gut approximieren, passen die Messergebnisse zu der theoretisch erwarteten linearen Abhängigkeit. Allerdings verläuft die Ausgleichsgerade nicht durch den Ursprung. Die lässt sich durch die endliche Ausdehnung der Mutter und eine daraus resultierende

Abweichung zwischen Fadenlänge und Pendellänge erklären.

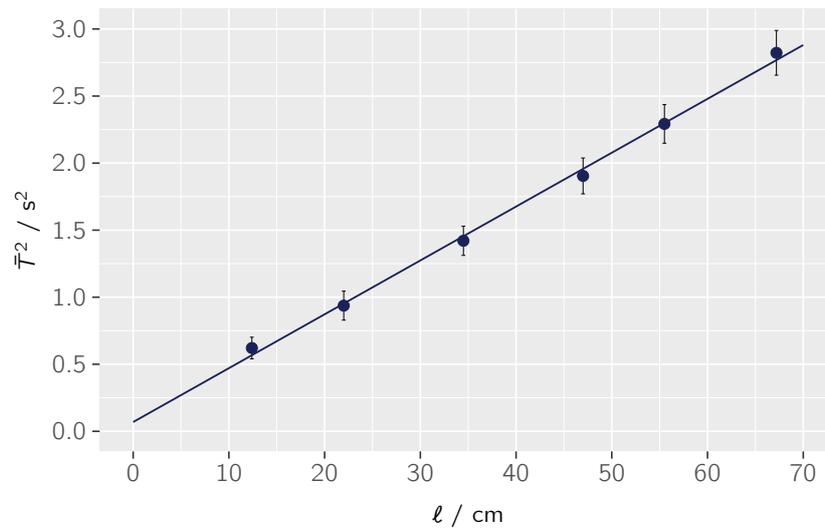


Abb. 6. Graph der quadrierten mittleren Schwingungsdauer  $\bar{T}^2$  des Fadenpendels als Funktion der Fadenlänge  $\ell$  mit Ausgleichsgerade. Die Unsicherheiten bei der Fadenlänge sind sehr gering und wurden nicht mit eingezeichnet.

Aus der Steigung  $b \approx (4,0 \pm 0,2) \text{ s}^2 \text{ m}^{-1}$  der Ausgleichsgeraden lässt sich mit der in der Aufgabenstellung angegebenen Formel die Schwerebeschleunigung auf der Erde bestimmen zu

$$g = \frac{4\pi^2}{b} \approx (9,9 \pm 0,5) \text{ m s}^{-2}. \quad (12.1)$$

Dieser Wert stimmt gut mit dem gemeinhin benutzten Wert von  $g = 9,81 \text{ m s}^{-2}$  überein. Der Fehler in der Steigung wurde dabei über andere, mit den Fehlern der Messwerte vereinbare, Ausgleichsgeraden abgeschätzt.