

Lernblatt - Thermodynamik

Mick Bredow / CC BY 4.0 / ipho@ipho.info

Einleitung

Die Thermodynamik beschäftigt sich mit Systemen aus vielen Teilchen (Atome, Moleküle). Bei diesen Systemen ist es im Allgemeinen nicht mehr möglich, die **mikroskopischen Eigenschaften** jedes einzelnen Teilchens explizit zu beschreiben. Stattdessen können sogenannte **makroskopische Zustandsgrößen** durch Mittelungen gewonnen werden. Aufgrund der Zeitumkehrinvarianz der Grundgleichungen der Mechanik ist eine Umkehrung der Zeitrichtung grundsätzlich auch für ein Vielteilchensystem möglich. Die Wahrscheinlichkeit für eine solche Umkehrung ist aber oftmals zu vernachlässigen. Daher sind bestimmte physikalische Vorgänge praktisch **irreversibel**.

Während die Mechanik und die Thermodynamik anfangs als unabhängige physikalische Gebiete angesehen wurden, hat die kinetische Gastheorie (Abschnitt 4) diese beiden Gebiete vereint und damit entscheidend zur Anerkennung der Atomhypothese beigetragen. Auch hat die Thermodynamik mit der Schwarzkörperstrahlung (Abschnitt 6.3.3) einen entscheidenden Ausgangspunkt für die Quantenmechanik geliefert.

1 Temperatur

Die Temperatur ist eine thermodynamische Zustandsgröße. Die mikroskopische Interpretation der Temperatur erfolgt später.

1.1 Einheiten der Temperatur

Temperaturen werden in verschiedenen Einheiten gemessen. Zu nennen sind hier das Grad Celsius, das Grad Fahrenheit und das Kelvin. Folgend schauen wir uns zunächst die Celsius-Skala und dann die Kelvin-Skala an. Interessierte Leser können sich im Internet über das Grad Fahrenheit informieren.

1.1.1 Grad Celsius

Die Celsius-Skala war ursprünglich dadurch definiert, dass man dem Gefrierpunkt des Wassers

$t_C = 0^\circ\text{C}$ und dem Siedepunkt des Wassers $t_C = 100^\circ\text{C}$ bei Normaldruck ($1,013 \cdot 10^5 \text{ Pa}$) zugeordnet hat. Zur präziseren Messung verwendet man heute oft Gefrierpunkt und Tripelpunkt verschiedener Stoffe. Die genaue Definition des Grad Celsius erfolgt heutzutage mittels einer Definitionsgleichung über das Kelvin. Siehe Abschnitt 1.1.2.

1.1.2 Kelvin

Der absolute Temperaturnullpunkt liegt bei $-273,15^\circ\text{C}$. Es liegt nahe eine absolute Temperaturskala zu definieren, so dass der Nullpunkt der Skala mit dem absoluten Temperaturnullpunkt zusammenfällt. Als zweiten Fixpunkt kann man den Tripelpunkt von Wasser bei $t_{\text{TPW}} = 273,16$ wählen. Dann folgt für die Umrechnung von der absoluten Temperatur T (gegeben in Kelvin) in die Celsius-Skala (gegeben in Grad Celsius):

$$\frac{T}{\text{K}} = \frac{t_C}{^\circ\text{C}} + 273,15 \quad (1.1)$$

Beispiel: Umrechnung von Grad in Kelvin

Bei Rechnungen sollten prinzipiell SI-Einheiten verwendet werden. Dadurch spart man sich lästige Umrechnungsfaktoren und macht meist weniger Fehler. Die SI Einheit für die Temperatur ist das Kelvin. Wir verwenden Gl. 1.1 um 20°C in Kelvin umzuwandeln:

$$\frac{T}{\text{K}} = \frac{20^\circ\text{C}}{^\circ\text{C}} + 273,15 = 293,15.$$

Formal können wir noch mit der Einheit K multiplizieren und erhalten $T = 293,15 \text{ K}$.

1.2 Temperaturabhängige Größen / Temperaturmessung

Zur Messung der Temperatur kann prinzipiell jede temperaturabhängige Größe verwendet werden. Einige sind im Folgenden zusammengetragen, wobei

jeweils angenommen wird, dass die Temperaturänderung klein gegenüber der Temperatur selbst ist ($\Delta T \ll T$):

Temperaturabhängigkeit der Länge von Festkörpern:

$$L(T + \Delta T) = L(T) \cdot (1 + \alpha \cdot \Delta T) \quad (1.2)$$

Wobei α der lineare Ausdehnungskoeffizient ist.

Temperaturabhängigkeit des Volumens von Festkörpern:

$$V(T + \Delta T) = V(T) \cdot (1 + \gamma \cdot \Delta T) \quad (1.3)$$

Wobei $\gamma \approx 3\alpha$ der räumliche Ausdehnungskoeffizient ist.

Temperaturabhängigkeit des ohmschen Widerstandes:

$$R(20^\circ\text{C} + \Delta T) = R(20^\circ\text{C}) \cdot (1 + \beta \cdot \Delta T) \quad (1.4)$$

Wobei β der lineare Temperaturkoeffizient ist.

Beispiel: Temperaturabhängigkeit der Länge von Festkörpern

Der Eiffelturm besteht hauptsächlich aus Eisen. Wir wollen in diesem Beispiel ausrechnen, wie viel größer der Eiffelturm im Sommer ist. Im Winter ist er ca. 330 m hoch. Wir verwenden Gl. (1.2) und modellieren den Eiffelturm durch eine einfache Eisenstange. Der lineare Ausdehnungskoeffizient von Eisen ist: $\alpha = 11,8 \cdot \frac{10^{-6}}{\text{K}}$. Als Temperaturen verwenden wir $T_{\text{Winter}} = 263,15 \text{ K}$ und $T_{\text{Sommer}} = 303,15 \text{ K}$. Um auf die Längenänderung zu kommen, formen wir die Gleichung um:

$$\begin{aligned} \Delta L &= L(T + \Delta T) - L(T) = L(T) \cdot \alpha \cdot \Delta T \\ &= 330 \text{ m} \cdot 11,8 \cdot \frac{10^{-6}}{\text{K}} \cdot 40 \text{ K} \approx 0,16 \text{ m}. \end{aligned}$$

2 Zustandsgleichung idealer Gase

Die Zustandsgleichung¹ idealer Gase vereint verschiedene experimentelle Ergebnisse. Zum einen das **Boyle-Marriotte'sche Gesetz** für konstant gehaltene Stoffmenge und Temperatur:

$$p \cdot V = \text{const.}$$

¹Wird auch oft ideale Gasgleichung genannt

Zum anderen das **Gay-Lussac'sche Gesetz** für konstanten Druck und Stoffmenge:

$$\frac{V}{T} = \text{const.}$$

Und schlussendlich das **Gesetz von Avogadro** für konstanten Druck und Temperatur:

$$\frac{V}{n} = \text{const.}$$

Hierbei ist zu beachten, dass die Teilchenzahl in einem bestimmten Volumen nur von Druck und Temperatur abhängt und damit insbesondere unabhängig von der Art des Gases ist.

Für die **Zustandsgleichung idealer Gase** folgt:

$$p \cdot V = n \cdot R \cdot T \quad (2.1)$$

Wobei $R \approx 8,3 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}$ die allgemeine Gaskonstante ist. Die Gleichung kann mittels $R = N_A \cdot k_B$ und $N = n \cdot N_A$ auch in folgender Form dargestellt werden:

$$p \cdot V = N \cdot k_B \cdot T \quad (2.2)$$

Beispiel: Berechnung der Loschmidt Konstante

Die Loschmidt Konstante gibt die Anzahl der Moleküle pro Volumeneinheit eines idealen Gases unter Normalbedingungen ($T_0 = 273,15 \text{ K}$, $p_0 = 101325 \text{ Pa}$) an. Wir verwenden Gl. 2.2 um den Wert zu bestimmen. Diese kann nun nach der gesuchten Größe aufgelöst werden:

$$\frac{N}{V} = \frac{p}{k_B \cdot T} = \frac{101325 \text{ Pa}}{k_B \cdot 273,15 \text{ K}} \approx 2,7 \cdot 10^{25} \frac{1}{\text{m}^3}$$

3 Wärme

Wärme ist die bei einem thermodynamischen Prozess übertragene Energie. Als Energieform kann sie in der Einheit Joule gemessen werden.

Experiment: Wärme als Energie nach Joule

Das Joule'sche Experiment (Abb. 1) dient dem Nachweis der Äquivalenz von Wärme und Energie. Dazu wird die potentielle Energie einer Masse über einen Faden in Rotationsenergie eines Rotors umgewandelt. Der Rotor dreht sich in einem Wasserbecken. Das Wasser erhitzt sich aufgrund der Reibung des Rotors. Die Wärmeänderung ist stets proportional zur verrichteten Arbeit des Massestücks. Die Proportionalitätskonstante ist nur von den gewählten Einheiten abhängig. Diese können so gewählt werden, dass die Konstante gleich eins ist.

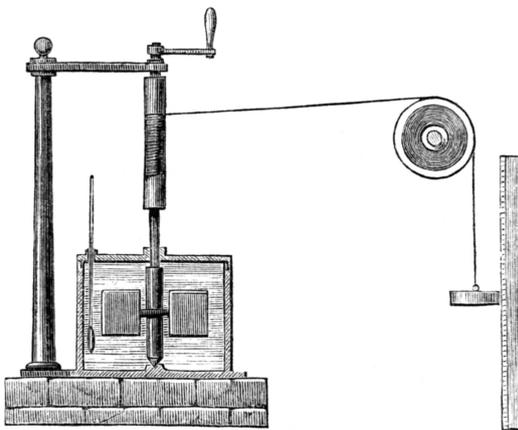


Abb. 1. Joule'scher Versuch
https://en.wikipedia.org/wiki/Mechanical_equivalent_of_heat

4 Kinetische Gastheorie

Die kinetische Gastheorie erklärt die makroskopischen Zustandsgrößen wie Wärme und Temperatur aufgrund von mikroskopischen Eigenschaften der Teilchen. Die Tatsache, dass man die Phänomene der Wärmelehre aufgrund der kinetischen Gastheorie auf das Zusammenspiel der mechanischen Eigenschaften vieler Teilchen reduzieren kann, hat maßgeblich zur Anerkennung der Atomhypothese beigetragen.

Die kinetische Gastheorie beruht auf folgenden **Annahmen**:

- i. Die Teilchen verhalten sich wie harte elastische Kugeln

- ii. Wechselwirkungen treten nur aufgrund von elastischen Stößen auf
- iii. Die Größe der Teilchen ist vernachlässigbar gegen den mittleren Abstand der Teilchen
- iv. Das Eigenvolumen der Teilchen ist vernachlässigbar gegenüber dem des Gesamtsystems

Bei der Betrachtung der kinetischen Gastheorie spielen insbesondere die **Freiheitsgrade** f der Teilchen und Moleküle eine wichtige Rolle. Die Freiheitsgrade beschreiben die unabhängigen Bewegungsmöglichkeiten eines Teilchens oder Moleküls. So gibt es prinzipiell drei *Freiheitsgrade der Translation* parallel zu den drei Raumkoordinaten. Des Weiteren kann es bei Molekülen auch bis zu drei *Freiheitsgrade der Rotation* und weitere durch *Molekülschwingungen* geben. Rotation und Schwingung von Molekülen setzen allerdings eine bestimmte Anregungsenergie voraus, so dass diese Freiheitsgrade nicht immer auftreten. Man setzt voraus, dass sich die Energie der Teilchen im Gleichgewichtszustand auf alle Freiheitsgrade gleichmäßig verteilt. Diese Annahme nennt man auch den **Gleichverteilungssatz**.

Folgend werden einige Ergebnisse der kinetischen Gastheorie angerissen. Für genauere Erklärungen und Herleitungen muss auf weitere Literatur verwiesen werden.

Die **Grundgleichung von Bernoulli** beschreibt den Druck, den ein ideales Gas auf die Wand eines Gefäßes ausübt. Dabei wird davon ausgegangen, dass die Teilchen nur die drei Freiheitsgrade der Translation besitzen:

$$p = \frac{1}{3} \cdot n \cdot m \cdot \langle v^2 \rangle \quad (4.1)$$

Wobei $n = \frac{N}{V}$ die Teilchendichte, also die Anzahl der Teilchen pro Volumeneinheit, und nicht die Stoffmenge, angibt! Zudem ist $\langle v^2 \rangle$ der Mittelwert von v^2 .

Mittels der kinetischen Gastheorie kann die **absolute Temperatur** aufgrund der mittleren kinetischen Energie eines Moleküls mit f Freiheitsgraden erklärt werden:

$$\langle E_{\text{kin}} \rangle = \frac{f}{2} \cdot k_B \cdot T \quad (4.2)$$

Wobei k_B für die Boltzmann-Konstante und $\langle E_{kin} \rangle$ für die mittlere kinetische Energie stehen.

Beispiel: Kinetische Energie in Luft

In diesem Beispiel wollen wir die kinetische Energie berechnen, die unter Normalbedingungen ($T_0 = 273,15K$, $p_0 = 101325Pa$) in 1kg Luft enthalten ist. Dafür verwenden wir Gl. 4.2. Da wir in dieser Gleichung die mittlere kinetische Energie pro Molekül haben, müssen wir die Gleichung noch mit N multiplizieren, um auf die Summe der kinetischen Energie aller Teilchen zu kommen:

$$E_{kin} = \frac{f}{2} \cdot k_B \cdot T \cdot N$$

Mittels der idealen Gasgleichung 2.2 kann die obige Gleichung umgeformt werden zu:

$$E_{kin} = \frac{f}{2} \cdot p \cdot V = \frac{5}{2} \cdot 101325Pa \cdot \frac{1kg}{1,293 \frac{kg}{m^3}} \approx 196 \cdot 10^3 J$$

Wobei wir im letzten Schritt $V = \frac{m}{\rho}$ verwendet und $f = 5$ gesetzt haben. Dies ist der Fall, da Luft hauptsächlich aus zweiatomigen Molekülen besteht. Diese haben 3 Freiheitsgrade der Translation und zwei der Rotation. Prinzipiell ist auch noch ein Freiheitsgrad der Schwingung möglich. Hierfür reicht die Energie aber nicht aus.

Die **Brown'sche Molekularbewegung**, also die unregelmäßige Zitterbewegung kleiner sich in Wasser befindlichen Teilchen, kann durch statistische Stöße dieser Teilchen mit den Molekülen interpretiert werden. Das mittlere **Verschiebungsquadrat** ergibt sich zu

$$\langle \vec{r}^2 \rangle = \frac{k_B \cdot T}{3\pi \cdot \eta \cdot a} \cdot t \quad (4.3)$$

wobei a den Radius des Teilchen bezeichnet.

Die **Maxwell-Boltzmann'sche Geschwindigkeitsverteilung** beschreibt den Betrag der Geschwindigkeitsverteilung der Teilchen in einem idealen Gas im thermodynamischen Gleichgewicht:

$$f(v)dv = 4\pi \left(\frac{m}{2\pi k_B T} \right)^{\frac{3}{2}} \cdot v^2 \cdot \exp\left(-\frac{mv^2}{2k_B T}\right) dv \quad (4.4)$$

Die Verteilung ist eine Wahrscheinlichkeitsdichte.

Zum Abschluss der kinetischen Gastheorie betrachten wir noch die **mittlere freie Weglänge**, die ein Teilchen in einem Gas zurücklegen kann, bevor es mit einem anderen Teilchen zusammenstößt:

$$\ell = \frac{1}{\sqrt{2} \cdot n \cdot \sigma} \quad (4.5)$$

Wobei σ den **Stoßquerschnitt** beschreibt, welcher den Querschnitt beschreibt, in denen zwei Teilchen mit Radius r_1, r_2 aneinander stoßen würden:

$$\sigma = \pi \cdot (r_1 + r_2)^2 \quad (4.6)$$

5 Wärmekapazität

$$\Delta Q = m \cdot c \cdot \Delta T \quad (5.1)$$

$$\Delta Q = n \cdot C \cdot \Delta T \quad (5.2)$$

Wobei wir c als **spezifische Wärmekapazität** und C als **molare Wärmekapazität** bezeichnen. Diese Gleichungen lassen sich mittels $C = M \cdot c$ einfach ineinander umformen, wobei M die Molare Masse bezeichnet.

Beispiel: Mischtemperatur

Wenn man Flüssigkeiten mit unterschiedlicher Temperatur mischt, dann hängt die Temperatur der gemischten Flüssigkeit von den Wärmekapazitäten der einzelnen Flüssigkeiten ab. Wir wollen im Folgenden die Mischtemperatur T_M von 10ml Alkohol mit einer Temperatur von 273,15K und 90ml Wasser mit einer Temperatur von 283,15K ausrechnen. Die spezifische Wärmekapazität von Wasser ist $c_W = 4200 \frac{J}{kg \cdot K}$ und die von Alkohol $c_A = 2400 \frac{J}{kg \cdot K}$. Wir verwenden Gl. 5.1. Da wir davon ausgehen, dass keine Wärme nach außen abgegeben oder von außen aufgenommen wird, gilt:

$$c_W \cdot m_W \cdot T_W + c_A \cdot m_A \cdot T_A = (c_W \cdot m_W + c_A \cdot m_A) \cdot T_M$$

Dies kann nach der gesuchten Mischtemperatur T_M umgestellt werden:

$$T_M = \frac{c_W \cdot m_W \cdot T_W + c_A \cdot m_A \cdot T_A}{c_W \cdot m_W + c_A \cdot m_A} \approx 282,6K$$

5.1 Wärmekapazität idealer Gase

Für ideale Gase gilt bei **konstantem Volumen**:

$$C_V = \frac{f}{2} \cdot R \quad (5.3)$$

und bei **konstantem Druck**:

$$C_P = \frac{f+2}{2} \cdot R \quad (5.4)$$

Aus (5.3) und (5.4) erhält man:

$$C_P - C_V = R \quad (5.5)$$

Eine weitere wichtige Größe ist der **Adiabatenindex** κ :

$$\kappa = \frac{C_P}{C_V} = \frac{f+2}{f} \quad (5.6)$$

5.2 Wärmekapazität fester Körper

Das Volumen fester Körper wird sich bei Wärmezufuhr nicht wesentlich ändern. Für die molare Wärmekapazität eines einatomigen festen Körpers mit 6 Freiheitsgraden gilt bei Temperaturen in der Nähe der Raumtemperatur:

$$C_V = 3 \cdot R \quad (5.7)$$

Dieses Gesetz ist auch als **Dulong-Petit'sche Regel** bekannt.

Dabei ordnet man den Schwingungen der Atome in eine der drei Raumrichtungen im Allgemeinen zwei Freiheitsgrade zu, um sowohl potentielle, als auch kinetische Energie zu berücksichtigen.

6 Transportvorgänge

Transportvorgänge treten auf, wenn sich ein System nicht im Gleichgewicht befindet.

6.1 Impulstransport

Die Impulsstromdichte \vec{j}_p gibt den Betrag des Impulses an, der pro Zeiteinheit durch eine zu j_p senkrechte Querschnittsfläche fließt. Für den Betrag der Impulsstromdichte gilt:

$$j_p = \eta \cdot \frac{\partial v}{\partial z} \quad (6.1)$$

Wobei η die Viskosität beschreibt.

Mittels der Impulsstromdichte kann die Kraft F auf

eine Platte mit Fläche A ausgerechnet werden, welche senkrecht zur z -Richtung auf einer ruhenden Flüssigkeit gezogen wird:

$$F = A \cdot j_p = A \cdot \eta \cdot \frac{\partial v}{\partial z} \quad (6.2)$$

Denn die Kraft ist ja gerade die Impulsänderung und die Impulsstromdichte gibt den Impuls an, der pro Flächeneinheit strömt.

6.2 Massentransport

Diffusion tritt bei räumlichen inhomogenen Fluiden auf. Dies geschieht, da sich alle Teilchen des Fluids ungerichtet in eine zufällige Richtung bewegen und es daher wahrscheinlicher ist, dass sich Teilchen aus einem Gebiet höherer Konzentration in ein Gebiet niedrigerer Konzentration bewegen. Das **Fick'sche Gesetz** beschreibt diesen Massentransport analog zum Impulstransport in Abschnitt 6.1:

$$j_m = -D \frac{\partial n}{\partial z} \quad (6.3)$$

Wobei D der Diffusionskoeffizient ist.

6.3 Wärmetransport

Wärme kann in ruhenden Medien durch Wärmeleitung aufgrund molekularer Stöße transportiert werden. In bewegten Medien kann Wärme durch Konvektion übertragen werden. Bei Abwesenheit von Materie kann Wärme durch Strahlung übertragen werden.

6.3.1 Wärmeleitung

Analog zu den Gleichungen zum Massen- und Impulstransport gibt das **Fourier'sche Gesetz** den Betrag der Wärmemenge an, welcher pro Zeiteinheit durch eine auf \vec{j} senkrechte Flächeneinheit hindurch tritt:

$$j = -\lambda \frac{dT}{dz} \quad (6.4)$$

Wobei λ die Wärmeleitfähigkeit beschreibt.

Das Gesetz kann für den Fall zweier paralleler Wandflächen eines festen Körpers ausgedrückt werden zu:

$$\frac{dQ}{dt} = -\lambda \cdot A \cdot \frac{dT}{dz} \quad (6.5)$$

6.3.2 Konvektion

Durch den Transport von Materie wird Wärme ebenfalls transportiert. Die Materie führt dabei die thermische Energie mit.

6.3.3 Wärmestrahlung

Aufgrund von thermischen Molekularbewegungen sendet jeder Körper elektromagnetische Strahlen aus. Wenn diese auf einen anderen Körper einfällt, wird ein Teil dieser Strahlung absorbiert. Der absorbierte Anteil wird als **Emissionsgrad** ϵ bezeichnet. Es gilt das **Kirchhoff'sche Gesetz**:

Im thermodynamischen Gleichgewicht entsprechen sich Absorption und Emission von Strahlung.

Ein Körper mit $\epsilon = 1$ wird als **schwarzer Körper** bezeichnet. In guter Näherung kann dieser durch einen Hohlraum mit kleiner Öffnung realisiert werden. Die Strahlung eines schwarzen Körpers wird daher oft auch als **Hohlraumstrahlung** bezeichnet. Eine klassische Rechnung für die **Energiedichte der Hohlraumstrahlung** ergibt das **Rayleigh-Jeans-Gesetz**:

$$\rho(f, T) \cdot df = \frac{8 \cdot \pi}{c^3} \cdot k_B \cdot T \cdot f^2 \cdot df \quad (6.6)$$

Für kleine Frequenzen stimmt dieses Gesetz mit experimentellen Ergebnissen gut überein. Die quadratische Abhängigkeit der Energiedichte von der Frequenz führt allerdings bei großen Frequenzen zu einer unendlich großen totalen Energie. Dieser Umstand wird als **Ultraviolett Katastrophe** bezeichnet. Um diese zu umgehen, hat Planck 1900 die **Quantenhypothese** eingeführt:

Ein elektromagnetischer Oszillator der Frequenz f kann nur mit einer Mindestenergie von $h \cdot f$ oder einem Vielfachen davon angeregt werden. Wobei h das Plancksche Wirkungsquantum bezeichnet.

Aufgrund dieser These folgt das **Planck'sche Strahlungsgesetz**:

$$\rho(f, T) df = \frac{8 \cdot \pi}{c^3} \cdot h \cdot f^3 \cdot \frac{1}{e^{\frac{h \cdot f}{k_B \cdot T}} - 1} \cdot df \quad (6.7)$$

Bei konstanter Temperatur besitzt die Energiedichte ein Maximum bei einer bestimmten Wellenlänge. Diese verschiebt sich bei niedrigeren Temperaturen zu höheren Frequenzen. Eine quantitative Beschreibung bietet das **Wien'sche Verschiebungsgesetz**:

$$\lambda_{max} = \frac{b}{T} \quad (6.8)$$

Wobei b die Wiensche Verschiebungskonstante ist. Die gesamte Strahlungsleistung erhält man durch Integration des Planck'schen Strahlungsgesetzes über alle Frequenzen. Es ergibt sich das **Stefan-Boltzmann-Gesetz**:

$$P = \epsilon \cdot \sigma \cdot A \cdot T^4 \quad (6.9)$$

Wobei σ die Stefan-Boltzmann-Konstante ist.

Beispiel: Anwendung des Stefan-Boltzmann-Gesetzes

Wir betrachten zwei als schwarze Körper angenommene Kugeln, die gut wärmeleitfähig sind. Die erste Kugel hat einen Radius von $r_1 = 2m$ und wird konstant auf $T_1 = 2000K$ gehalten. Die zweite Kugel hat einen Radius von $r_2 = 1m$ und befindet sich im Abstand von $R = 25m$ (Kugelmittelpunkte) von der ersten. Die zweite Kugel besitzt anfänglich eine Temperatur von $4K$. Im Folgenden wollen wir die sich einstellende Temperatur der zweiten Kugel bestimmen. Die zweite Kugel nimmt nur einen Teil der Strahlung auf, welche die erste Kugel emittiert. Dieser Anteil ist:

$$P_{in} = P \cdot \frac{\pi \cdot r_2^2}{4 \cdot \pi \cdot R^2}$$

Wir benutzen Gl. 6.9, um die Strahlungsleistung P zu bestimmen, die die erste Kugel emittiert:

$$P_{in} = \sigma \cdot 4 \cdot \pi \cdot \frac{r_1^2 \cdot r_2^2}{4 \cdot R^2} \cdot T_1^4$$

Ein schwarzer Körper absorbiert die gesamte auftreffende Strahlung. Nach einiger Zeit stellt sich für die zweite Kugel ein Gleichgewicht aus absorbiertem und emittierter Strahlung ein:

$$P_{in} = \sigma \cdot 4 \cdot \pi \cdot \frac{r_1^2 \cdot r_2^2}{4 \cdot R^2} \cdot T_1^4 = P_{out} = \sigma \cdot 4 \cdot \pi \cdot r_2^2 \cdot T_2^4$$

Durch Umformung folgt:

$$T_2 = T_1 \cdot \sqrt{\frac{r_1}{2 \cdot R}} \approx 400K$$

7 Hauptsätze der Thermodynamik

Folgend werden thermodynamische Systeme untersucht, die in Wechselwirkung mit ihrer Umgebung

stehen. Dabei kann ein Energieaustausch in Form von Wärme oder mechanischer Arbeit erfolgen. Die drei im folgenden erläuterten Hauptsätze der Thermodynamik bieten eine geschlossene Darstellung der Zustandsänderungen. Hierzu werden verschiedene **Zustandsgrößen** verwendet. Eine Zustandsgröße beschreibt den aktuellen Zustand des Systems und hängt nicht davon ab, auf welchem Weg sie erreicht wurde. Beispiele sind Druck, Temperatur, Volumen und Energie. **Prozessgrößen** dagegen beschreiben den Verlauf einer Zustandsänderung. Beispiele sind Wärme oder Arbeit.

Zustandsgrößen können weiter in **extensive Zustandsgrößen**, welche proportional zur Systemmasse sind, und **intensive Zustandsgrößen**, welche unabhängig von der Systemmasse sind, unterteilt werden.

Ein System befindet sich im **thermodynamischen Gleichgewicht**, wenn die Zustandgrößen konstant sind.

Eine **Zustandsgleichung** beschreibt eine Relation von Zustandsgrößen im Gleichgewicht.

Bei **Quasistatischen Zustandsänderungen** erfolgen die Zustandsänderung so langsam, dass sich das System während der gesamten Zeit nahezu im thermodynamischen Gleichgewicht befindet.

Bei thermodynamischen Prozessen benutzt man häufig den Begriff des **Wärmespeichers**. Dies ist ein System, dessen Temperaturänderung bei Wärmezufuhr oder Abfuhr vernachlässigbar ist.

Bei einem **mechanisch isoliertes System** ist keine Volumeänderung möglich und folglich ist keine Zufuhr oder Abfuhr von mechanischer Energie möglich.

Bei einem **thermisch isolierten System** ist dagegen keine Wärmezufuhr oder Abfuhr möglich.

7.1 Nullter Hauptsatz der Thermodynamik

Zwei Körper stehen im **thermischen Gleichgewicht**, wenn sie dieselbe Temperatur haben. Das thermische Gleichgewicht ist transitiv. Besitzt also ein Körper A die selbe Temperatur wie ein Körper B und Körper B dieselbe Temperatur wie Körper C, dann besitzen auch Körper A und Körper C dieselbe Temperatur.

7.2 Erster Hauptsatz der Thermodynamik

Es gilt:

$$\Delta U = \Delta Q + \Delta W \quad (7.1)$$

Ein **Perpetuum mobile 1. Art** ist eine Maschine welche Arbeit verrichtet, ohne dass ihr von außen Energie zugeführt wird und ohne Verringerung der inneren Energie. Damit lässt sich der erste Hauptsatz alternativ formulieren zu:

Es gibt keine Perpetuum mobile erster Art

Der erste Hauptsatz ist eine Erweiterung der mechanischen Energieerhaltung.

7.3 Spezielle Zustandsänderungen idealer Gase

Aufgrund der Volumenzunahme kann ein Gas bei konstantem Druck Arbeit verrichten:

$$-\Delta W = F \cdot \Delta s = p \cdot A \cdot \Delta s = p \cdot \Delta V$$

Man stelle sich dafür einen Kolben mit Fläche A vor, der um die Strecke Δs verschoben wird.

Damit folgt mit dem ersten Hauptsatz der Thermodynamik (7.1):

$$dU = \Delta Q - p \cdot dV$$

Folgend werden die isochore, die isobare, die isotherme und die adiabatische Zustandsänderung kurz angerissen. Für eine genauere Betrachtung wird auf weitere Lektüre verwiesen. Siehe hierfür auch 10.

7.3.1 Isochore Zustandsänderungen

Bei isochoren Zustandsänderungen gilt $V = \text{const.}$ und damit $dV = 0$. Die zugeführte Wärme wird nach 7.3 vollständig in innere Energie umgesetzt.

7.3.2 Isobare Zustandsänderungen

Bei isobaren Zustandsänderungen wird $p = \text{const.}$ und damit $dp = 0$. Die zugeführte Wärmemenge wird nach 7.3 teilweise in innere Energie und teilweise in mechanische Arbeit (Volumenzunahme) umgewandelt. Wir definieren die **Enthalpie**, um eine einfache Beschreibung zu bekommen:

$$H = U + p \cdot V \quad (7.2)$$

Die zugeführte Wärme wird vollständig in die Enthalpie umgesetzt.

7.3.3 Isotherme Zustandsänderungen

Bei isothermen Zustandsänderungen gilt $T = \text{const.}$ und damit $dT = 0$, da die innere Energie für ein ideales Gas proportional zur Temperatur des Gase ist. Die zugeführte Wärme wird also vollständig in mechanische Arbeit umgewandelt.

7.3.4 Adiabatische Zustandsänderungen

Bei adiabatischen Zustandsänderungen findet kein Wärmeaustausch mit der Umgebung statt. Daher gilt $dQ = 0$. Es gelten die **Adiabatengleichungen**:

$$T \cdot V^{\kappa-1} = \text{const.} \quad (7.3)$$

$$T \cdot p^{\frac{1}{\kappa}-1} = \text{const.} \quad (7.4)$$

$$p \cdot V^{\kappa} = \text{const.} \quad (7.5)$$

7.4 Zweiter Hauptsatz der Thermodynamik

Der zweite Hauptsatz der Thermodynamik kann in zwei äquivalenten Aussagen formuliert werden:

1. Clausius'sche Aussage:

Es gibt keine thermodynamische Zustandsänderung, deren einzige Wirkung darin besteht, dass Wärme einem kälteren Wärmespeicher entzogen wird und an einen wärmeren Speicher abgegeben wird.

2. Kelvin'sche Aussage:

Es gibt keine thermodynamische Zustandsänderung, deren einzige Wirkung darin besteht, dass einem Wärmespeicher Wärme entzogen und vollständig in mechanische Arbeit umgesetzt wird.

Ein **Perpetuum mobile 2. Art** ist eine periodisch arbeitende Maschine, deren einzige Wirkung darin besteht, einem Wärmespeicher Wärme zu entziehen und diese vollständig in mechanische Arbeit umzusetzen. Damit lässt sich der zweite Hauptsatz alternativ formulieren zu:

Es gibt kein Perpetuum mobile zweiter Art

Eine weitere Formulierung kann mittels der Entropie (7.8) gemacht werden:

In einem thermisch isolierten System wird die Entropie nie kleiner und bleibt nur für reversible Zustandsänderungen gleich.

Mit der statistischen Interpretation der Entropie (7.8) folgt:

In einem thermisch isolierten System kann die thermodynamische Wahrscheinlichkeit nicht abnehmen. Es erfolgt ein spontaner Übergang zu ungeordneten Systemen, da sich Makrozustände mit der

größtmöglichen Anzahl an Realisierungsmöglichkeiten einstellen.

Aufgrund dieses Satzes ist ein eindeutiger **Zeitpfeil** in der Physik definiert, obwohl die Grundgleichungen aller invariant gegen Zeitumkehr sind.

Beispiel: Der Carnot Prozess

Ein **Kreisprozess** ist eine Abfolge von thermodynamischen Zustandsänderungen, bei denen der Endzustand mit dem Anfangszustand übereinstimmt. Mithilfe von Kreisprozessen können Motoren (z.B. Otto-Motor, Diesel-Motor) beschrieben werden. Der **Carnot Prozess** ist ein idealisierter Kreisprozess, dessen **Wirkungsgrad** der maximal mögliche bei der Umwandlung von thermischer zu mechanischer Energie ist. Allgemein gilt für den Wirkungsgrad:

$$\eta = \frac{\Delta W}{\Delta Q_W} \quad (7.6)$$

Speziell für den Carnot'schen Prozess gilt:

$$\eta = 1 - \frac{T_K}{T_W} < 1 \quad (7.7)$$

Der Carnot Prozess besteht aus zwei isothermen und zwei adiabatischen Zustandsänderungen. Das dazugehörige PV-Diagramm ist in Abb. 2 zu sehen.

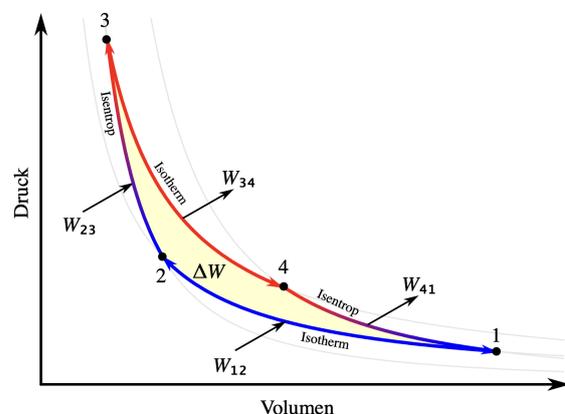


Abb. 2. Carnot Prozess

<https://de.wikipedia.org/wiki/Carnot-Prozess>

7.5 Entropie

Die Entropie ist eine weitere Zustandsgröße:

$$S_A = \int_0^A \frac{\partial Q}{T} \quad (7.8)$$

Wobei bei der Integration nur reversible Integrationswege verwendet werden dürfen.

Die Entropie kann auch statistisch interpretiert werden. Dazu verwendet man die **Bolmann'sche Gleichung**:

$$S = k_B \cdot \ln W \quad (7.9)$$

Wobei W die **thermodynamische Wahrscheinlichkeit** angibt:

Die thermodynamische Wahrscheinlichkeit gibt die Anzahl aller mikroskopischen Realisierungsmöglichkeiten an.

7.6 Dritter Hauptsatz der Thermodynamik

Der dritte Hauptsatz der Thermodynamik besagt, dass die Entropie (7.8) eines abgeschlossenen Systems für Temperaturen, die gegen Null gehen, gegen einen konstanten Wert strebt.

Daraus folgt insbesondere, dass der absolute Nullpunkt der Temperatur nicht durch eine endliche Anzahl von Zustandsänderungen erreichbar ist.

8 Reale Gase

Bei der Betrachtung der idealen Gasgleichung wurden verschiedene Annahmen getätigt. Zwei von ihnen werden wir im Folgenden fallen gelassen. Damit gelangt man zur **Van der Waals'schen Zustandsgleichung realer Gase**:

$$\left(p + \frac{a \cdot n^2}{V^2}\right) \cdot (V - b \cdot n) = n \cdot R \cdot T \quad (8.1)$$

Dabei bezeichnet b das **Kovolumen** und $\frac{a \cdot n^2}{V^2}$ den **Binnendruck**. Das Kovolumen berücksichtigt die endliche Ausdehnung der Teilchen und der Binnendruck die Tatsache, dass sich die Teilchen alle noch gegenseitig anziehen. Daher ist der messbare Druck auf eine Behälterwand kleiner, als der eigentliche Druck innerhalb eines Behälters.

Ein weiteres interessantes Thema realer Gase auf das hier nicht weiter eingegangen werden kann sind **Phasenübergänge**.

9 Fragen zum Nachdenken und Recherchieren

- i. Warum hat man beim Starten mit dem Flugzeug Druck auf den Ohren?
- ii. Wenn Energieerhaltung gilt, warum springt ein Ball, den man auf den Boden fallen lässt, nicht auf die gleiche Höhe zurück?
- iii. Warum verbrennt man sich, wenn man das Backblech ohne Schutz aus dem Ofen nimmt, aber nicht, wenn man die Brötchen schnell ohne Schutz aus dem Ofen holt?
- iv. Warum macht pusten die Suppe kälter?
- v. Warum steigt bei Klimaerwärmung der Meeresspiegel an?
- vi. Warum ist Eis rutschig?

10 Weitere Informationen und verwendete Quellen

- Wikipedia
Online Enzyklopädie, sollte bekannt sein.
- Wagner, Paul (2020), Einführung in die Physik, 4. Aufl., Wien.
Sehr gutes Lehrbuch für den Einstieg in die Universitätsphysik. Zentrale Quelle für dieses Lernblatt.
- Wagner, Paul, Einführungsvorlesung in die Physik auf YouTube
Vorlesung zum obigen Buch. Behandelt den Stoff der Experimentalphysik I und Experimentalphysik II.
- Feynman Lectures on Physics
Die wahrscheinlich weltweit bekannteste Lehrbuchreihe zur Physik. Online komplett kostenfrei abrufbar.
- Demtröder, Wolfgang (2018), Experimentalphysik 1, 8. Aufl., Berlin.
Eines der Standardlehrbücher zur Experimentalphysik im deutschsprachigen Raum. Etwas anspruchsvoller.
- LEIFphysik

Physik Lernportal mit zahlreichen Aufgaben. Hauptsächlich Schulstoff.

11 Aufgaben

Um die physikalischen Zusammenhänge wirklich zu verstehen muss man selber viele Aufgaben bearbeiten. Daher findest du auf den folgenden Seiten zu jedem Kapitel (bis auf K. 8) jeweils eine Aufgabe. Dabei wurde versucht die Aufgaben so auszuwählen, dass hauptsächlich der Stoff des jeweiligen Kapitels und ein paar mathematische Hilfsmittel benötigt werden². Die Aufgaben stammen aus alten IPhO Klausuren. Die Lösungen der Aufgaben findest du im Anhang. Natürlich kann mit einer Aufgabe nicht das gesamte Themengebiet abgedeckt werden. Unter <https://www.scienceolympiaden.de/iphointernationale-physik-olympiade-material-download/aufgaben> findest du viele weitere spannende Aufgaben aus den vergangenen Runden der Physik Olympiade. Dabei wird aber auch bei den Thermodynamik Aufgaben teilweise Wissen aus anderen Themengebieten vorausgesetzt. Schau dafür ggf. noch die anderen Lernblätter an.

²Hinweis: Für Aufgabe 3 werden einige Grundlagenkenntnisse zum elektrischen Strom benötigt.

Aufgabe 1 Temperatureinheiten (MC-Aufgabe)

Die fiktive Temperatureinheit Nups ist durch Festlegung von $0\text{ K} = 1000\text{ Nups}$, $0\text{ °C} = 400\text{ Nups}$ und eine lineare Änderung mit der Temperatur festgelegt.

Welcher Temperatur in °C entspricht am ehesten 0 Nups ?

- A 120 °C
- B 150 °C
- C 180 °C
- D 210 °C

Antwortteil

Rechnungen und Erläuterungen

Korrekte Antwort:

Aufgabe 2 Feuchte Badezimmerluft (MC-Aufgabe)


Nach einer ausgiebigen Dusche beträgt die Temperatur im Badezimmer $28\text{ }^\circ\text{C}$ und die relative Luftfeuchtigkeit liegt bei 80% .

In der nebenstehenden Abbildung ist die Sättigungsdampfdruckkurve für Wasserdampf dargestellt. Sie gibt den maximalen Wasserdampfdruck p_{sat} an, der bei einer Temperatur ϑ möglich ist, bevor der Wasserdampf in der Luft kondensiert.

Wie viel Wasserdampf (in g m^{-3}) befindet sich in der Luft im Badezimmer?

Verwende für die molare Masse von Wasser den Wert $M_{\text{Wasser}} = 18,0\text{ g mol}^{-1}$.

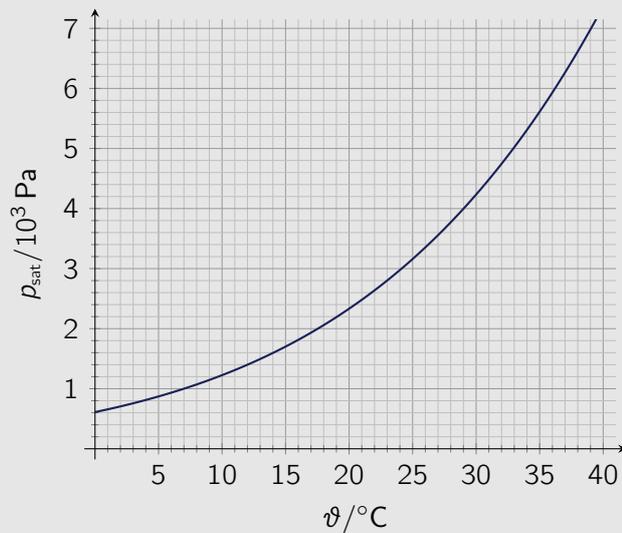


Abb. 3. Sättigungsdampfdruckkurve für Wasserdampf.

- A etwa 22 g m^{-3} B etwa 27 g m^{-3} C etwa $2,3 \cdot 10^2\text{ g m}^{-3}$ D etwa $3,0 \cdot 10^3\text{ g m}^{-3}$

Antwortteil

Rechnungen und Erläuterungen

Rechnungen und Erläuterungen (Fortsetzung)

Korrekte Antwort:

Aufgabe 3 Eis schmelzen (MC-Aufgabe)



An einem kalten Wintertag stehen drei identische, nicht isolierte Holzkisten vor dem Haus, die jeweils mit der gleichen Menge Eis der Temperatur $0,0\text{ }^{\circ}\text{C}$ befüllt werden. Um das Eis zu schmelzen, wird in jede der Boxen ein elektrisches Heizelement platziert. Die Heizelemente sind identisch, werden aber mit unterschiedlichen Spannungen betrieben.

In der ersten Kiste wird das Heizelement mit einer Spannung von 80 V betrieben. Das gesamte Eis in der Kiste schmilzt dann in $20,0\text{ Minuten}$. An das Heizelement der zweiten Kiste wird eine Spannung von 120 V angelegt, woraufhin das Eis in nur $4,0\text{ Minuten}$ vollständig schmilzt. In der dritten Kiste wird für das Heizelement eine Spannung von 40 V verwendet.

Die Heizelemente sind so konstruiert, dass sie die gesamte Eismasse in der jeweiligen Kiste gleichzeitig heizen. Nimm an, dass das Schmelzwasser nicht durch das Heizelement erwärmt wird.

Welche der folgenden Aussagen ist dann für das Schmelzen des Eises in der dritten Kiste zutreffend?

- A Zum Schmelzen des gesamten Eises in der dritten Kiste werden etwa 80 Minuten benötigt.
- B Zum Schmelzen des gesamten Eises in der dritten Kiste werden etwa 100 Minuten benötigt.
- C Zum Schmelzen des gesamten Eises in der dritten Kiste werden etwa 130 Minuten benötigt.
- D Mit der verwendeten Spannung ist es nicht möglich, das gesamte Eis zu schmelzen.

Antwortteil

Rechnungen und Erläuterungen

Korrekte Antwort:

Aufgabe 4 Druckbetrachtungen (Kurzaufgabe)

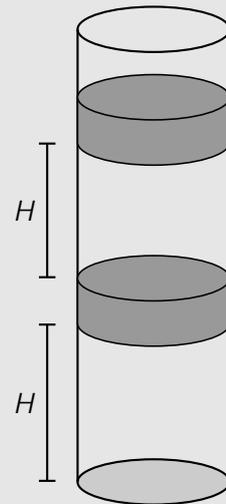


In einem mit Luft gefüllten, aufrechten Rohr befinden sich, wie nebenstehend gezeigt, zwei identische Scheiben. Das Rohr ist nach oben offen aber am unteren Ende verschlossen. Die Scheiben sind so dimensioniert, dass sie das Rohr luftdicht abschließen. Sie lassen sich aber vertikal verschieben.

Sowohl die Höhe des Luftvolumens zwischen der unteren Scheibe und dem Boden des Rohres als auch die des Luftraumes zwischen den Scheiben betragen in der anfänglichen Ruhelage $H = 30 \text{ cm}$. Der Luftdruck zwischen den Scheiben liegt dabei 10 % über dem Atmosphärendruck.

Berechne die Dicke der Scheiben für den Fall, dass sie aus Kupfer mit einer Dichte von $8,95 \cdot 10^3 \text{ kg m}^{-3}$ bestehen.

Bestimme, wie hoch die Luftsäule zwischen der unteren Scheibe und dem Boden des Rohres ist, wenn die obere Scheibe langsam an die ursprüngliche Stelle der unteren gedrückt wird.



Aufgabe 5 Junioraufgabe - Eisdät



„Was machst Du denn da?“ fragt Hanna ihren Nachbarn, der mit einem ganzen Karton Eis nach Hause kommt. „Ich mache ab heute eine Wassereisdät“, antwortet dieser. „Wie bitte?“

„Ganz einfach“, erklärt Tom und zeigt ihr die Verpackung. „Das Eis hat einen Energienährwert von ungefähr 350 kJ pro 100 g. Um das Eis beim Essen aufzuwärmen und zu schmelzen, muss mein Körper aber viel mehr Energie aufbringen. Damit kann ich so viel Eis essen wie ich möchte und nehme dabei sogar noch ab!“

Kann das wirklich funktionieren? Hanna bleibt skeptisch.

Beurteile mit Hilfe geeigneter Abschätzungen, ob Toms Diätplan Erfolg haben kann. Besorge dir dazu benötigte weitere Zahlenwerte aus einem Buch oder dem Internet.

Aufgabe 6 Erderwärmung stoppen (MC-Aufgabe)



Der verrückte Wissenschaftler Knox hat eine Methode gefunden, die Erderwärmung zu stoppen. Dazu will er den Radius r der als kreisförmig angenommenen Erdbahn um 1,0 % vergrößern.

Um wieviel könnte dabei die mittlere Temperatur T an der Erdoberfläche, die momentan etwa 15°C beträgt, ungefähr sinken?

A etwa 0,7 K

B etwa 1,4 K

C etwa 2,8 K

D etwa 5,6 K

Antwortteil

Rechnungen und Erläuterungen

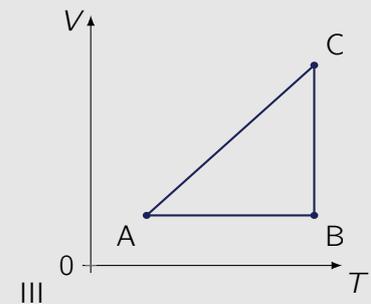
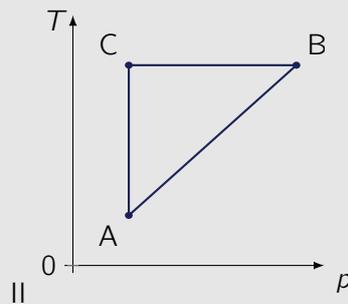
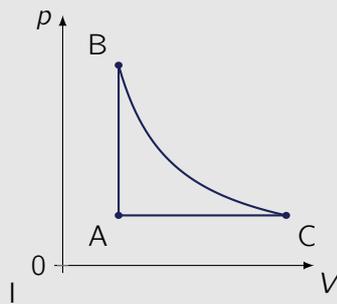
Korrekte Antwort:

Aufgabe 7 Kreisprozess (MC-Aufgabe)


Ein ideales Gas durchläuft einen Kreisprozess. Ausgehend von dem Zustand A wird es zunächst bei konstantem Volumen bis zu einem Zustand B erwärmt, anschließend expandiert es ohne Temperaturänderung bis zu einem Zustand C und wird schließlich isobar wieder zum Ausgangszustand A komprimiert.

Bezeichne mit p , V und T den Druck, das Volumen und die Temperatur des Gases.

Welche der nachfolgenden Graphen stellen den Kreisprozess korrekt dar?



- A Nur die Graphen I und II.
- B Nur die Graphen I und III.
- C Nur die Graphen II und III.
- D Alle drei Graphen.

Lernmaterialien PhysikOlympiade

Themenblock: Thermodynamik



Lösungen der Aufgaben

Inhaltsverzeichnis

Aufgabe 1	Temperatureinheiten (MC-Aufgabe)	2
Aufgabe 2	Feuchte Badezimmerluft (MC-Aufgabe)	3
Aufgabe 3	Eis schmelzen (MC-Aufgabe)	5
Aufgabe 4	Druckbetrachtungen (Kurzaufgabe)	7
Aufgabe 5	Junioraufgabe - Eisdübel	9
Aufgabe 6	Erderwärmung stoppen (MC-Aufgabe)	10
Aufgabe 7	Kreisprozess (MC-Aufgabe)	11

Aufgabe 1 Temperatureinheiten (MC-Aufgabe)


Die fiktive Temperatureinheit Nups ist durch Festlegung von $0\text{ K} = 1000\text{ Nups}$, $0^\circ\text{C} = 400\text{ Nups}$ und eine lineare Änderung mit der Temperatur festgelegt.

Welcher Temperatur in $^\circ\text{C}$ entspricht am ehesten 0 Nups?

- A 120°C
- B 150°C
- C 180°C
- D 210°C

Lösung

Rechnungen und Erläuterungen

Die Temperatur 0 Nups ist von 400 Nups $\frac{2}{3}$ so weit weg wie 400 Nups von 1000 Nups. Aufgrund der linearen Änderung mit der Temperatur ist damit die Temperaturdifferenz von 400 Nups zu 0 Nups gleich $\frac{2}{3}$ der Temperaturdifferenz zwischen 0 K und $0^\circ\text{C} \approx 273\text{ K}$. Die Temperatur 0 Nups entspricht also ungefähr

$$0^\circ\text{C} + \frac{2}{3} 273^\circ\text{C} \approx 180^\circ\text{C} . \quad (1.1)$$

Korrekte Antwort: **C**

Bewertung - Temperatureinheiten (MC-Aufgabe)		Punkte
1	Nutzen der linearen Abnahme der Temperatur in Nups	1.0
	Angeben der Parameter für Einheitenumrechnung (Wert für feste Temperatur + Steigung)	2.0
	Angeben der korrekten Lösung	2.0
		5.0

Aufgabe 2 Feuchte Badezimmerluft (MC-Aufgabe)


Nach einer ausgiebigen Dusche beträgt die Temperatur im Badezimmer 28°C und die relative Luftfeuchtigkeit liegt bei 80 %.

In der nebenstehenden Abbildung ist die Sättigungsdampfdruckkurve für Wasserdampf dargestellt. Sie gibt den maximalen Wasserdampfdruck p_{sat} an, der bei einer Temperatur ϑ möglich ist, bevor der Wasserdampf in der Luft kondensiert.

Wie viel Wasserdampf (in g m^{-3}) befindet sich in der Luft im Badezimmer?

Verwende für die molare Masse von Wasser den Wert $M_{\text{Wasser}} = 18,0 \text{ g mol}^{-1}$.

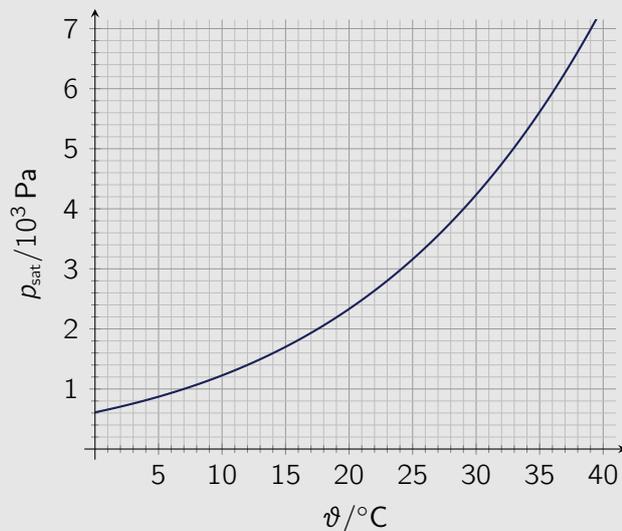


Abb. 1. Sättigungsdampfdruckkurve für Wasserdampf.

- A etwa 22 g m^{-3} B etwa 27 g m^{-3} C etwa $2,3 \cdot 10^2 \text{ g m}^{-3}$ D etwa $3,0 \cdot 10^3 \text{ g m}^{-3}$

Lösung

Rechnungen und Erläuterungen

Der Sättigungsdampfdruck im Badezimmer kann aus der Abbildung zu

$$p_{\text{sat}}(28^\circ\text{C}) \approx 3,8 \cdot 10^3 \text{ Pa} \quad (2.1)$$

abgelesen werden. Bei einer relativen Luftfeuchtigkeit von 80 % beträgt der Wasserdampfdruck in dem Raum daher $p = 0,80 \cdot p_{\text{sat}} \approx 3,0 \cdot 10^3 \text{ Pa}$.

Der Wasserdampf kann näherungsweise als ideales Gas behandelt werden. Daher lässt sich für den Druck p , das Volumen V , die Stoffmenge n und die thermodynamische Temperatur T des Gases die folgende Zustandsgleichung verwenden:

$$pV = nRT. \quad (2.2)$$

Dabei bezeichnet $R = 8,31446 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1}$ die universelle Gaskonstante. Die Stoffmenge kann über $n = m/M_{\text{Wasser}}$ durch die Masse m des Wasserdampfs und dessen molare Masse ausgedrückt werden. Damit lässt sich die Stoffmenge in der Zustandsgleichung durch die Dichte ρ ersetzen und es gilt:

$$pV = \frac{m}{M_{\text{Wasser}}} RT \quad \text{bzw.} \quad \rho = \frac{m}{V} = \frac{p M_{\text{Wasser}}}{RT}. \quad (2.3)$$

Mit den Werten $p \approx 3,0 \cdot 10^3 \text{ Pa}$, $M_{\text{Wasser}} = 18,0 \text{ g mol}^{-1}$ und $T \approx 301 \text{ K}$ ergibt sich die gesuchte Dichte zu

$$\rho \approx 22 \text{ g m}^{-3}. \quad (2.4)$$

Korrekte Antwort: **A**

Bewertung - Feuchte Badezimmerluft (MC-Aufgabe)		Punkte
2	Bestimmen des Wasserdampfdruckes im Bad mit Hilfe des Graphen	1.0
	Nutzen der Zustandsgleichung idealer Gase	1.0
	Umformen zu einem Ausdruck für die Dichte (2.3)	1.0
	Angeben der korrekten Lösung	2.0
		5.0

Hinweis: Alternativ kann die Dichte des Wasserdampfes auch aus der Sättigungsdichte $\rho_{\text{sat}} \approx 27 \text{ g m}^{-3}$ multipliziert mit 0,8 bestimmt werden.

Aufgabe 3 Eis schmelzen (MC-Aufgabe)



An einem kalten Wintertag stehen drei identische, nicht isolierte Holzkisten vor dem Haus, die jeweils mit der gleichen Menge Eis der Temperatur $0,0^\circ\text{C}$ befüllt werden. Um das Eis zu schmelzen, wird in jede der Boxen ein elektrisches Heizelement platziert. Die Heizelemente sind identisch, werden aber mit unterschiedlichen Spannungen betrieben.

In der ersten Kiste wird das Heizelement mit einer Spannung von 80V betrieben. Das gesamte Eis in der Kiste schmilzt dann in $20,0\text{Minuten}$. An das Heizelement der zweiten Kiste wird eine Spannung von 120V angelegt, woraufhin das Eis in nur $4,0\text{Minuten}$ vollständig schmilzt. In der dritten Kiste wird für das Heizelement eine Spannung von 40V verwendet.

Die Heizelemente sind so konstruiert, dass sie die gesamte Eismasse in der jeweiligen Kiste gleichzeitig heizen. Nimm an, dass das Schmelzwasser nicht durch das Heizelement erwärmt wird.

Welche der folgenden Aussagen ist dann für das Schmelzen des Eises in der dritten Kiste zutreffend?

- A Zum Schmelzen des gesamten Eises in der dritten Kiste werden etwa 80Minuten benötigt.
- B Zum Schmelzen des gesamten Eises in der dritten Kiste werden etwa 100Minuten benötigt.
- C Zum Schmelzen des gesamten Eises in der dritten Kiste werden etwa 130Minuten benötigt.
- D Mit der verwendeten Spannung ist es nicht möglich, das gesamte Eis zu schmelzen.

Lösung

Rechnungen und Erläuterungen

Dem Eis wird durch das Heizelement eine Wärmeleistung P_{zu} zugeführt. Gleichzeitig gibt die Kiste aber eine Wärmeleistung P_{ab} an die kalte Umgebung ab. Die elektrische Leistung der Heizung ist bei einem konstanten elektrischen Widerstand der Heizung proportional zum Quadrat der Spannung U , die an das Heizelement angelegt wird. Die an die Umgebung abgegebene Leistung ist proportional zur konstanten Temperaturdifferenz ΔT der Eistemperatur zur Umgebungstemperatur.

Um das Eis in einer Zeit t vollständig zu schmelzen, muss die dem Eis insgesamt zugeführte Wärme gleich der Schmelzwärme $Q = mh$ sein. Dabei bezeichnet m die Masse des Eises und h dessen spezifische Schmelzwärme oder Schmelzenthalpie. Es muss also gelten:

$$(P_{\text{zu}} - P_{\text{ab}}) t = Q \quad \text{bzw.} \quad (c_1 U^2 - c_2 \Delta T) t = mh \quad (3.1)$$

mit Proportionalitätskonstanten c_1 und c_2 . Mit den Abkürzungen $\alpha = \frac{c_1}{mh}$ und $\beta = \frac{c_2 \Delta T}{mh}$ lässt sich dieser Ausdruck umschreiben zu

$$\alpha U^2 - \beta = \frac{1}{t}. \quad (3.2)$$

Für zwei Werte von U sind die dazugehörigen Schmelzzeiten t bekannt. Daraus lassen sich die beiden Konstanten α und β bestimmen zu

$$\alpha = \frac{\frac{1}{t_2} - \frac{1}{t_1}}{U_2^2 - U_1^2} = \frac{\frac{1}{4,0\text{min}} - \frac{1}{20\text{min}}}{(120\text{V})^2 - (80\text{V})^2} \approx 2,5 \cdot 10^{-5} \text{min}^{-1} \text{V}^{-2}, \quad (3.3)$$

$$\beta = \frac{\frac{U_1^2}{t_2} - \frac{U_2^2}{t_1}}{U_2^2 - U_1^2} \approx 0,11 \text{min}^{-1}.$$

Mit den ermittelten Werten lässt sich die Zeit t_3 bestimmen, die für das Schmelzen des Eises in der dritten Kiste notwendig ist:

$$t_3 = \frac{1}{\alpha U_3^2 - \beta} \approx \frac{1}{2,5 \cdot 10^{-5} \text{ min}^{-1} \text{ V}^{-2} \cdot (40 \text{ V})^2 - 0,11 \text{ min}^{-1}} \approx -14 \text{ min} . \quad (3.4)$$

Das Ergebnis für die Zeit ist negativ, so dass es bei der gegebenen Heizspannung aufgrund der Wärmeabgabe an die Umgebung überhaupt nicht möglich ist, das Eis vollständig zu schmelzen.

Hinweis: Für die Lösung wäre es ausreichend gewesen zu erkennen, dass β größer ist als αU_3^2 .

Korrekte Antwort: *D*

Bewertung - Eis schmelzen (MC-Aufgabe)		Punkte
3	Aufstellen einer Leistungsbilanz (3.1)	1.0
	Verwenden der gegebenen Werte zur Parameterbestimmung	1.0
	Bestimmen der Schmelzzeit und/oder erkennen, dass Schmelzen unmöglich ist	1.0
	Angaben des korrekten Ergebnisses	2.0
		5.0

Aufgabe 4 Druckbetrachtungen (Kurzaufgabe)

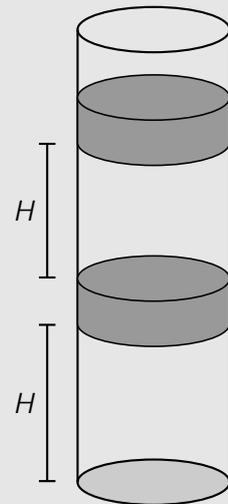


In einem mit Luft gefüllten, aufrechten Rohr befinden sich, wie nebenstehend gezeigt, zwei identische Scheiben. Das Rohr ist nach oben offen aber am unteren Ende verschlossen. Die Scheiben sind so dimensioniert, dass sie das Rohr luftdicht abschließen. Sie lassen sich aber vertikal verschieben.

Sowohl die Höhe des Luftvolumens zwischen der unteren Scheibe und dem Boden des Rohres als auch die des Luftraumes zwischen den Scheiben betragen in der anfänglichen Ruhelage $H = 30 \text{ cm}$. Der Luftdruck zwischen den Scheiben liegt dabei 10 % über dem Atmosphärendruck.

Berechne die Dicke der Scheiben für den Fall, dass sie aus Kupfer mit einer Dichte von $8,95 \cdot 10^3 \text{ kg m}^{-3}$ bestehen.

Bestimme, wie hoch die Luftsäule zwischen der unteren Scheibe und dem Boden des Rohres ist, wenn die obere Scheibe langsam an die ursprüngliche Stelle der unteren gedrückt wird.



Lösung

Die Scheiben befinden sich vor dem Verschieben in einer Gleichgewichtsposition. Bezeichne mit p_0 den Atmosphärendruck und mit p_1 bzw. p_2 die Drücke zwischen den Scheiben bzw. zwischen der unteren Scheibe und dem Boden. Dann gilt mit $\kappa := 0,10$:

$$p_1 = (1 + \kappa) p_0 = p_0 + \frac{m g}{A} \quad \text{sowie} \quad p_2 = p_1 + \frac{m g}{A} = (1 + 2 \kappa) p_0. \quad (4.1)$$

Dabei bezeichnet A die Querschnittsfläche einer Scheibe und $m = \rho d A$ ihre Masse. Aus (4.1) folgt für die Dicke d der Scheiben

$$\kappa p_0 = \frac{m g}{A} = \rho d g \quad \text{bzw.} \quad \boxed{d = \frac{\kappa p_0}{\rho g} \approx 11 \text{ cm}}. \quad (4.2)$$

Nimm im Folgenden an, dass sich Luft wie ein ideales Gas verhält. Die obere Scheibe wird durch eine Kraft F auf die ursprüngliche Position der unteren Scheibe geschoben. Die untere Scheibe verschiebt sich dadurch auf eine Höhe h über dem Boden der Röhre. Da die Verschiebung langsam erfolgt, kann davon ausgegangen werden, dass sich die Temperatur des Gases während des Prozesses nicht ändert. Die neuen Gleichgewichtsbedingungen und die ideale Gasgleichung ergeben daher

$$\begin{aligned} p'_1 &= (1 + \kappa) p_0 \frac{H A}{(H - h - d) A} = (1 + \kappa) p_0 + \frac{F}{A}, \\ p'_2 &= (1 + 2 \kappa) p_0 \frac{H A}{h A} = p'_1 + \frac{m g}{A} = (1 + 2 \kappa) p_0 + \frac{F}{A}. \end{aligned} \quad (4.3)$$

Aus den Gleichungen in (4.3) folgt

$$(1 + \kappa) \frac{H}{H - h - d} = (1 + 2 \kappa) \frac{H}{h} - \kappa, \quad (4.4)$$

beziehungsweise

$$h^2 - \left\{ \left(4 + \frac{2}{\kappa} \right) H - d \right\} h + \left(2 + \frac{1}{\kappa} \right) H (H - d) = 0. \quad (4.5)$$

Daraus ergibt sich als einzige Lösung mit $0 < h < H$ als Ergebnis für die sich einstellende Höhe der unteren Scheibe

$$h = H \left(2 + \frac{1}{\kappa} \right) - \frac{d}{2} - \sqrt{\left(H \left(2 + \frac{1}{\kappa} \right) - \frac{d}{2} \right)^2 - \left(2 + \frac{1}{\kappa} \right) H(H - d)} \approx 9,6 \text{ cm} . \quad (4.6)$$

Bewertung - Druckbetrachtungen (Kurzaufgabe)		Punkte
4	Verwenden einer Gleichgewichtsbedingung im Anfangszustand (4.1)	0.5
	Bestimmen der Scheibendicke (4.2)	1.0
	Verwenden des Gasgesetzes und Betrachten ohne Temperaturänderung	0.5
	Ableiten der Gleichgewichtsbedingung (4.3)	0.5
	Bestimmen der sich einstellenden Höhe (4.6)	1.5
		4.0

Aufgabe 5 Junioraufgabe - Eisdät



„Was machst Du denn da?“ fragt Hanna ihren Nachbarn, der mit einem ganzen Karton Eis nach Hause kommt. „Ich mache ab heute eine Wassereisdät“, antwortet dieser. „Wie bitte?“

„Ganz einfach“, erklärt Tom und zeigt ihr die Verpackung. „Das Eis hat einen Energienährwert von ungefähr 350 kJ pro 100 g. Um das Eis beim Essen aufzuwärmen und zu schmelzen, muss mein Körper aber viel mehr Energie aufbringen. Damit kann ich so viel Eis essen wie ich möchte und nehme dabei sogar noch ab!“

Kann das wirklich funktionieren? Hanna bleibt skeptisch.

Beurteile mit Hilfe geeigneter Abschätzungen, ob Toms Diätplan Erfolg haben kann. Besorge dir dazu benötigte weitere Zahlenwerte aus einem Buch oder dem Internet.

Lösung

Leider hat Toms Eisdät kaum Aussicht auf Erfolg. Gefriertruhen besitzen typischerweise eine Temperatur von etwa -18°C . Um $m = 100\text{ g}$ Eis beim Verzehr auf Körpertemperatur zu erwärmen, muss dieses zunächst bis zum Schmelzpunkt, also bis etwa 0°C erwärmt, dann zum Schmelzen gebracht und schließlich von 0°C bis auf ungefähr 37°C erwärmt werden. Die dazu benötigte Wärmemenge Q beträgt etwa

$$Q = c_{\text{Eis}} m \cdot 18\text{ K} + h_{\text{Schmelz}} m + c_{\text{Wasser}} m \cdot 37\text{ K} \approx 52\text{ kJ}. \quad (5.1)$$

Dabei wurde angenommen, dass sich das Wassereis wie Wasser verhält, und es wurden die folgenden Werte verwendet¹: spezifische Wärmekapazität von Eis $c_{\text{Eis}} = 2,1\text{ kJ kg}^{-1}\text{ K}^{-1}$, spezifische Wärmekapazität von Wasser $c_{\text{Wasser}} = 4,2\text{ kJ kg}^{-1}\text{ K}^{-1}$, spezifische Schmelzenthalpie oder Schmelzwärme von Eis $h_{\text{schmelz}} = 3,3 \cdot 10^2\text{ kJ kg}^{-1}$.

Die benötigte Wärme ist damit etwa um einen Faktor 7 geringer als der gegebene Energienährwert, also der physiologische Brennwert des Eises. Selbst wenn der Körper nicht den gesamten Brennwert verwerten kann, wird Tom durch diese Diät nicht abnehmen.

Bewertung - Junioraufgabe - Eisdät		Punkte
5	Formulieren der Idee einer energetischen Abschätzung zur Begründung	2
	Berücksichtigen der Wärmekapazitäten von Eis und Wasser	2
	Berücksichtigen der Schmelzenthalpie von Eis	2
	Ausrechnen der notwendigen Wärme (5.1) und Vergleich mit Energienährwert	2
	Erkennen, dass die Diät keinen Erfolg haben wird	2
		10

¹Siehe zum Beispiel de.wikipedia.org/wiki/Spezifische_Wärmekapazität für die spezifischen Wärmekapazitäten und https://en.wikipedia.org/wiki/Enthalpy_of_fusion für die Schmelzenthalpie von Eis.

Aufgabe 6 Erderwärmung stoppen (MC-Aufgabe)


Der verrückte Wissenschaftler Knox hat eine Methode gefunden, die Erderwärmung zu stoppen. Dazu will er den Radius r der als kreisförmig angenommenen Erdbahn um 1,0 % vergrößern.

Um wieviel könnte dabei die mittlere Temperatur T an der Erdoberfläche, die momentan etwa 15°C beträgt, ungefähr sinken?

A etwa 0,7 K

B etwa 1,4 K

C etwa 2,8 K

D etwa 5,6 K

Lösung

Rechnungen und Erläuterungen

Die von der Erde aufgenommene Sonnenstrahlungsleistung ist umgekehrt proportional zum Quadrat des Bahnradius r :

$$P_{\text{auf}} \sim \frac{1}{r^2} \quad (6.1)$$

Die von der Erde emittierte Strahlungsleistung ist nach dem Stefan-Boltzmann-Gesetz proportional zur vierten Potenz der Temperatur in Kelvin:

$$P_{\text{ab}} \sim T^4 \quad (6.2)$$

Im Gleichgewicht gilt $P_{\text{auf}} = P_{\text{ab}}$, woraus

$$\frac{1}{r^2} \sim T^4 \quad \text{und damit} \quad T = \frac{\kappa}{\sqrt{r}} \quad (6.3)$$

mit einer Konstanten κ folgt.

Bei Erhöhung von r auf $r' = 1,01 r$ sinkt T damit um den Betrag

$$\Delta T = \frac{\kappa}{\sqrt{r}} - \frac{\kappa}{\sqrt{1,01 r}} = \frac{\kappa}{\sqrt{r}} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{1,01}} \right) \approx 0,0050 T \approx 1,4 \text{ K}, \quad (6.4)$$

wobei $T \approx 288 \text{ K}$ verwendet wurde.

Korrekte Antwort: **B**

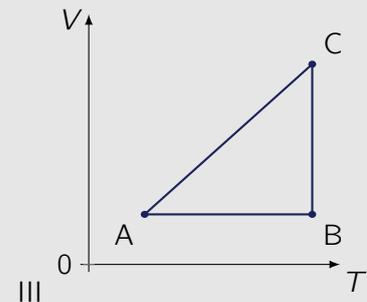
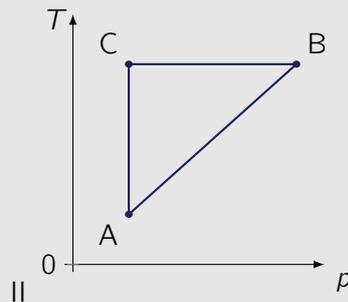
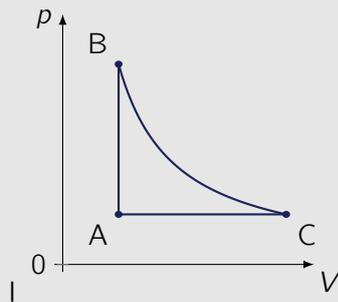
Bewertung - Erderwärmung stoppen (MC-Aufgabe)		Punkte
6	Erkennen, dass P_{auf} proportional zu $\frac{1}{r^2}$	1.0
	Erkennen, dass P_{ab} proportional zu T^4	1.0
	Verwenden des Strahlungsgleichgewichtes $P_{\text{auf}} = P_{\text{ab}}$	1.0
	Angaben der korrekten Lösung	2.0
		5.0

Aufgabe 7 Kreisprozess (MC-Aufgabe)


Ein ideales Gas durchläuft einen Kreisprozess. Ausgehend von dem Zustand A wird es zunächst bei konstantem Volumen bis zu einem Zustand B erwärmt, anschließend expandiert es ohne Temperaturänderung bis zu einem Zustand C und wird schließlich isobar wieder zum Ausgangszustand A komprimiert.

Bezeichne mit p , V und T den Druck, das Volumen und die Temperatur des Gases.

Welche der nachfolgenden Graphen stellen den Kreisprozess korrekt dar?



- A Nur die Graphen I und II.
- B Nur die Graphen I und III.
- C Nur die Graphen II und III.
- D Alle drei Graphen.

Lösung

Die Zustandsänderungen eines idealen Gases lassen sich mit der Zustandsgleichung

$$pV \sim T \quad (7.1)$$

beschreiben. Betrachte die einzelnen Abschnitte des Kreisprozesses.

Abschnitt A-B: In diesem Abschnitt ist das Volumen V konstant und damit $T \sim p$. Diese Abhängigkeiten finden sich in allen drei Graphen.

Abschnitt B-C: In diesem Abschnitt ist die Temperatur T konstant und damit $p \sim \frac{1}{V}$. Diese Abhängigkeiten finden sich ebenfalls in allen drei Graphen.

Abschnitt C-A: Bei einer isobaren Zustandsänderung ist der Druck p konstant und damit $V \sim T$. Auch diese Abhängigkeiten sind in allen drei Graphen zu finden.

Damit stellen alle drei Graphen den Kreisprozess richtig dar.

Korrekte Antwort: **D**

Bewertung - Kreisprozess (MC-Aufgabe)		Punkte
7	Verwenden der Zustandsgleichung (7.1)	1.5
	Diskussion des daraus folgenden Verhaltens für die drei Abschnitte	1.5
	Angeben des korrekten Ergebnisses	2.0
		5.0