

Stand: 11. Juli 2025

Aufgabe - Rollen eines Betonrings (Kurzaufgabe)

(5.5 Pkt.)

(3. Rd. zur IPhO 2024)

Lucas will einen Betonring eine Rampe hinaufrollen. Die Rampe ist, wie nebenstehend skizziert, $\ell = 5,0\text{ m}$ lang und überwindet dabei eine Höhe von $h = 1,0\text{ m}$. Der Betonring besitzt eine Masse von $m = 300\text{ kg}$ sowie einen äußeren Radius von $r = 50\text{ cm}$. Der maximale Reibungskoeffizient zwischen den Händen und dem Betonring beträgt $0,8$.

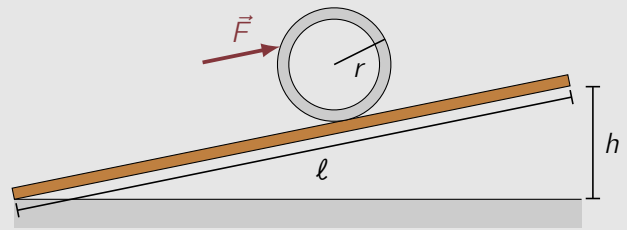


Abb. 1. Skizze zum Rollen des Betonrings.

Nimm an, dass der Ring ohne zu rutschen auf der Rampe rollt und dass die von Lucas auf den Ring ausgeübte Kraft stets parallel zur Rampe ist.

Bestimme die minimale Kraft, die Lucas aufwenden muss, um den Ring gleichmäßig und ohne zu rutschen die Rampe heraufzurollen.

Lösung

Betrachte das auf den Ring wirkende Drehmoment bezüglich des momentanen Kontaktpunktes mit der Rampe¹. Wenn der Ring mit konstanter Geschwindigkeit gerollt wird, muss dieses gleich Null sein. Daher gilt mit den Bezeichnungen in Abbildung 2

$$m g r \sin \alpha = F (r + x). \quad (1.1)$$

Je größer der Wert für x ist, also je höher die Kraft über dem Schwerpunkt angreift, desto kleiner ist die für das Gleichgewicht notwendige Kraft. Mit $x = r \sin \beta$ entspricht ein größerer Wert von x einem größeren Wert von β .

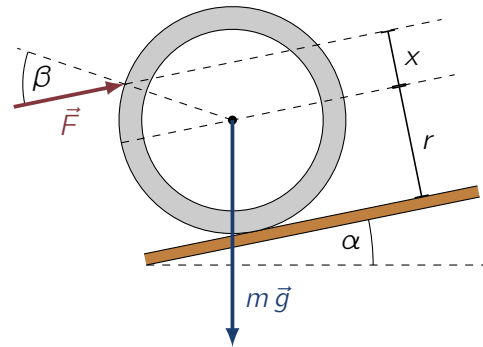


Abb. 2. Skizze zum Rollen des Betonrings.

Die Höhe des Angriffspunktes des Kraft $\vec{F}$ ist allerdings aufgrund der beschränkten Reibung nach oben begrenzt. Die Kraftkomponenten $F_{\perp}$ senkrecht auf die Ringoberfläche und $F_{\parallel}$ parallel zur Oberfläche gilt

$$F_{\perp} = F \cos \beta \quad \text{und} \quad F_{\parallel} = F \sin \beta. \quad (1.2)$$

Damit die Hände nicht an dem Ring abrutschen, muss $F_{\parallel} \leq \mu F_{\perp}$ gelten, wobei $\mu = 0,8$ der maximale Haftreibungskoeffizient zwischen den Händen und dem Betonring ist. Bei der maximalen Höhe vor dem Abrutschen sind die beiden Ausdrücke gleich und es ergibt sich für den maximalen Winkel $\beta_{\max}$

$$F \sin \beta_{\max} = F_{\parallel} = \mu F_{\perp} = \mu F \cos \beta_{\max} \quad \text{und damit} \quad \beta_{\max} = \arctan \mu \approx 38,7^\circ. \quad (1.3)$$

Die minimale Kraft ergibt sich daraus durch Einsetzen in (1.1) zu

$$F = \frac{m g r \sin \alpha}{r + x_{\max}} = \frac{m g \sin \alpha}{1 + \sin \beta_{\max}} \approx 360\text{ N}. \quad (1.4)$$

¹Alternativ kann auch das Drehmoment bezüglich eines anderen Punktes betrachtet werden, z.B. des Mittelpunktes des Betonrings. In diesem Fall muss dann zunächst die Kraft auf den Ring am Kontaktpunkt mit der Rampe über ein Kräftegleichgewicht bestimmt werden.

Bewertung - Rollen eines Betonrings (Kurzaufgabe)		Punkte
1	Idee des Drehmomentgleichgewichtes	1.0
	Aufstellen einer Drehmomentgleichung (1.1)	1.0
	Angeben der Formel für die Hangabtriebskraft	0.5
	Verständnis, dass der Angriffspunkt variabel ist	0.5
	Erkennen, dass die Kraft für möglichst hohen Angriffspunkt am kleinsten wird	0.5
	Erkennen, dass der maximale Reibungskoeffizient die Höhe begrenzt	0.5
	Zerlegen der Kraft in Komponenten parallel und senkrecht zur Ringoberfläche	0.5
	Bestimmen der maximalen Höhe bzw. des maximalen Winkels (1.3)	0.5
	Berechnen der minimal notwendigen Kraft (1.4)	0.5
		5.5