

SPEZIELLE RELATIVITÄTSTHEORIE (SRT) –

VORBEREITUNG: IPhO 2. RUNDE

Vortrag: Tiago Luis Camisón Grimbach

30. Oktober und 07. November 2025

IPhO Deutschland

Warum Relativität?

Relativistische Kinematik

Relativistische Dynamik

Lösungsstrategien

Übungsaufgaben

WARUM RELATIVITÄT?

WARUM SPEZIELLE RELATIVITÄTSTHEORIE?

Die klassische Mechanik beschreibt Bewegungen mit den Galilei-Transformationen:

$$\vec{v}' = \vec{v} - \vec{u}.$$

Sie erlaubt keine ausgezeichneten Bezugssysteme — alle Inertialsysteme sind gleichberechtigt.

WARUM SPEZIELLE RELATIVITÄTSTHEORIE?

Die klassische Mechanik beschreibt Bewegungen mit den Galilei-Transformationen:

$$\vec{v}' = \vec{v} - \vec{u}.$$

Sie erlaubt keine ausgezeichneten Bezugssysteme — alle Inertialsysteme sind gleichberechtigt.

In der Elektrodynamik hingegen erscheinen in den Maxwell-Gleichungen die Konstanten

$$\varepsilon_0, \quad \mu_0,$$

und daraus folgt unmittelbar eine feste Geschwindigkeit:

$$c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} \approx 3.00 \times 10^8 \text{ m/s}.$$

WARUM SPEZIELLE RELATIVITÄTSTHEORIE?

Die klassische Mechanik beschreibt Bewegungen mit den Galilei-Transformationen:

$$\vec{v}' = \vec{v} - \vec{u}.$$

Sie erlaubt keine ausgezeichneten Bezugssysteme — alle Inertialsysteme sind gleichberechtigt.

In der Elektrodynamik hingegen erscheinen in den Maxwell-Gleichungen die Konstanten

$$\varepsilon_0, \quad \mu_0,$$

und daraus folgt unmittelbar eine feste Geschwindigkeit:

$$c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} \approx 3.00 \times 10^8 \text{ m/s}.$$

In welchem Bezugssystem ist diese Geschwindigkeit definiert?

Setzt man das klassische Transformationsgesetz an:

$$c' = c - u,$$

dann wäre die Lichtgeschwindigkeit für einen bewegten Beobachter verschieden.

Setzt man das klassische Transformationsgesetz an:

$$c' = c - u,$$

dann wäre die Lichtgeschwindigkeit für einen bewegten Beobachter verschieden.

Die Maxwell-Gleichungen sagen jedoch:
Licht breitet sich isotrop mit c aus

BEISPIEL: ELEKTROSTATIK

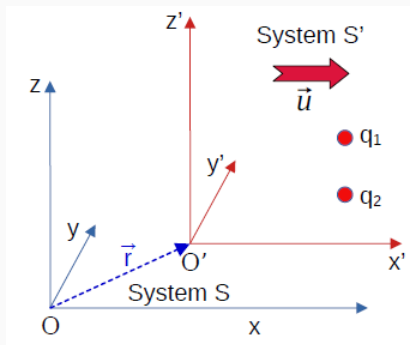


Abbildung: Abbildung nach Experimentalphysik II, Prof. Schöning, Universität Heidelberg

$$\text{In System } S': \vec{F}_{12} = q_2 \vec{E}_{12}$$

$$\text{System } S: \vec{F}_{12} = q_2 \left(\vec{E}_{12} + \vec{u} \times \vec{B}_1 \right)$$

Idee des 19. Jh.: Licht breitet sich als Welle aus — also braucht es ein Medium.

→ *Lichtäther*: hypothetisches Bezugssystem für elektromagnetische Wellen.

DAS ÄTHER-KONZEPT

Idee des 19. Jh.: Licht breitet sich als Welle aus — also braucht es ein Medium.

→ *Lichtäther*: hypothetisches Bezugssystem für elektromagnetische Wellen.

Erwartung: Relativ zur Erde sollte der Ätherwind messbar sein.

Michelson–Morley-Experiment (1887):

- Interferometer misst Laufzeitunterschied Δt zwischen senkrechten Lichtwegen.
- Erwartetes Signal: $\Delta t/t \sim (v_{\text{Erde}}/c)^2 \approx 10^{-8}$.
- **Ergebnis:** Null – kein Ätherwind.

Idee des 19. Jh.: Licht breitet sich als Welle aus — also braucht es ein Medium.

→ *Lichtäther*: hypothetisches Bezugssystem für elektromagnetische Wellen.

Erwartung: Relativ zur Erde sollte der Ätherwind messbar sein.

Michelson–Morley-Experiment (1887):

- Interferometer misst Laufzeitunterschied Δt zwischen senkrechten Lichtwegen.
- Erwartetes Signal: $\Delta t/t \sim (v_{\text{Erde}}/c)^2 \approx 10^{-8}$.
- **Ergebnis:** Null – kein Ätherwind.

⇒ Kein Nachweis eines bevorzugten Systems ⇒ klassische Physik in der Krise.

WAS STIMMT NICHT?

Zwei Annahmen widersprechen sich:

1. **Galilei-Relativitätsprinzip:**

Alle Inertialsysteme sind gleichberechtigt, Gesetze der Mechanik sind invariant.

2. **Elektrodynamik:**

Lichtgeschwindigkeit c konstant in allen Systemen.

WAS STIMMT NICHT?

Zwei Annahmen widersprechen sich:

1. **Galilei-Relativitätsprinzip:**

Alle Inertialsysteme sind gleichberechtigt, Gesetze der Mechanik sind invariant.

2. **Elektrodynamik:**

Lichtgeschwindigkeit c konstant in allen Systemen.

Klassische Addition von Geschwindigkeiten:

$$c' = c - v \rightarrow \text{verletzt Konstanz von } c.$$

WAS STIMMT NICHT?

Zwei Annahmen widersprechen sich:

1. **Galilei-Relativitätsprinzip:**

Alle Inertialsysteme sind gleichberechtigt, Gesetze der Mechanik sind invariant.

2. **Elektrodynamik:**

Lichtgeschwindigkeit c konstant in allen Systemen.

Klassische Addition von Geschwindigkeiten:

$$c' = c - v \rightarrow \text{verletzt Konstanz von } c.$$

Schlussfolgerung: Entweder Maxwell falsch, oder Galilei falsch.

→ Einstein 1905: *Beides bleibt richtig, aber Raum und Zeit ändern sich.*

1. Relativitätsprinzip:

Die Gesetze der Physik sind in allen Inertialsystemen gleich.

1. Relativitätsprinzip:

Die Gesetze der Physik sind in allen Inertialsystemen gleich.

2. Konstanz der Lichtgeschwindigkeit:

Licht breitet sich in allen Inertialsystemen mit derselben Geschwindigkeit c aus,
unabhängig von Bewegung der Quelle oder des Beobachters.

1. Relativitätsprinzip:

Die Gesetze der Physik sind in allen Inertialsystemen gleich.

2. Konstanz der Lichtgeschwindigkeit:

Licht breitet sich in allen Inertialsystemen mit derselben Geschwindigkeit c aus,
unabhängig von Bewegung der Quelle oder des Beobachters.

Konsequenz: Raum und Zeit sind nicht absolut, sondern miteinander verknüpft.

→ *Raumzeit statt Raum und Zeit.*

GEDANKENEXPERIMENT: DAS LICHTSIGNAL IM ZUG

Beobachter A steht am Bahnsteig, B fährt im Zug.

In der Zugmitte wird ein Lichtblitz ausgesendet, der die Wände erreicht.

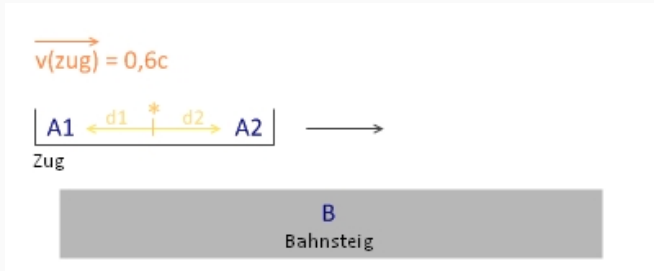


Abbildung: Nach: Wikipedia - Von Benutzer:Garak76 - Selbst erstellt, Bild-frei, <https://de.wikipedia.org/w/index.php?curid=3611342>

Nach klassischer Mechanik:

- A sieht: das vordere Licht legt längeren Weg zurück → trifft später ein.

$$t_l = \frac{d}{c + v}, \quad t_r = \frac{d}{c - v}$$

- B sieht: beide Wände gleich weit entfernt → gleichzeitig.

⇒ **Simultaneität ist relativ!**

→ Zeit und Raum hängen vom Beobachter ab.

- Elektrodynamik und klassische Mechanik widersprechen sich bei Geschwindigkeiten nahe c .
- Äther-Hypothese scheitert experimentell.
- Einstein ersetzt den Äther durch zwei Postulate:
 1. Relativitätsprinzip,
 2. Konstanz der Lichtgeschwindigkeit.
- Konsequenz: neue Struktur von Raum und Zeit nötig.

Nächster Schritt: Wie müssen Raum und Zeit transformiert werden, damit c in allen Systemen konstant bleibt?

RELATIVISTISCHE KINEMATIK

SANDUHR-GEDANKENEXPERIMENT

Betrachte ein Photon, das zwischen zwei Spiegeln senkrecht zur Bewegung eines Zuges reflektiert wird.

Beobachter im Zug (B) misst die Zeit Δt_0 für einen Hin- und Rückweg:

$$\Delta t_0 = \frac{2h}{c}$$

wobei h der Abstand zwischen den Spiegeln ist.

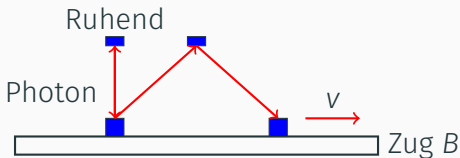


Abbildung: Photon zwischen zwei Spiegeln im Zug

Beobachter am Bahnsteig (A) sieht, dass der Photonweg diagonal verläuft:

$$\text{Weg} = \sqrt{(v\Delta t/2)^2 + h^2}.$$

Lichtgeschwindigkeit bleibt $c \Rightarrow$ Bahnsteig misst Zeit

$$\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = \gamma \Delta t_0.$$

Beobachter am Bahnsteig (A) sieht, dass der Photonweg diagonal verläuft:

$$\text{Weg} = \sqrt{(v\Delta t/2)^2 + h^2}.$$

Lichtgeschwindigkeit bleibt $c \Rightarrow$ Bahnsteig misst Zeit

$$\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = \gamma \Delta t_0.$$

Fazit: bewegte Uhr geht langsamer (Zeitdilatation).

LÄNGENKONTRAKTION

Um die Physik konsistent zu halten, muss auch Länge entlang der Bewegungsrichtung transformiert werden:

$$L' = \frac{L}{\gamma}.$$

LÄNGENKONTRAKTION

Um die Physik konsistent zu halten, muss auch Länge entlang der Bewegungsrichtung transformiert werden:

$$L' = \frac{L}{\gamma}.$$

- Zeit wird länger → Uhr geht langsamer.
- Länge wird kürzer → physikalische Vorgänge aus jedem Bezugssystem gleich.



————→ Bewegungsrichtung

Abbildung: Längenkontraktion entlang der Bewegungsrichtung

Ersatz der Galilei-Transformationen der klassischen Mechanik;
berücksichtigt Längenkontraktion und Zeitdilatation

Ersatz der Galilei-Transformationen der klassischen Mechanik;
berücksichtigt Längenkontraktion und Zeitdilatation

$$ct' = \gamma(ct - \beta x)$$

$$x' = \gamma(x - \beta ct)$$

Ersatz der Galilei-Transformationen der klassischen Mechanik;
berücksichtigt Längenkontraktion und Zeitdilatation

$$ct' = \gamma(ct - \beta x)$$

$$x' = \gamma(x - \beta ct)$$

Rück:

$$ct = \gamma(ct' + \beta x')$$

$$x = \gamma(x' + \beta ct')$$

Herleitung erfolgt über linearen Ansatz und Symmetrie der Transformationen

RELATIVITISCHE GESCHWINDIGKEITSADDITION

$v = u + v'$ funktioniert nicht, da es $v' \geq c$ erlaubt

Verwende Lorentztransformationen:

$$\Delta x = \gamma (\Delta x' + u \Delta t') \quad \Delta t = \gamma \left(\Delta t' + \frac{u}{c^2} \Delta x' \right)$$

RELATIVITISCHE GESCHWINDIGKEITSADDITION

$v = u + v'$ funktioniert nicht, da es $v' \geq c$ erlaubt

Verwende Lorentztransformationen:

$$\Delta x = \gamma (\Delta x' + u \Delta t') \quad \Delta t = \gamma \left(\Delta t' + \frac{u}{c^2} \Delta x' \right)$$

$$v_x = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{\frac{\Delta x'}{\Delta t'} + u}{1 + \frac{u}{c^2} \frac{\Delta x'}{\Delta t'}} = \frac{v'_x + u}{1 + \frac{v'_x u}{c^2}}$$

Auf ähnliche Weise erhält man auch die transversalen Komponenten:

$$v_y = \frac{v'_y}{\gamma \left(1 + \frac{v'_x u}{c^2} \right)} \quad v_z = \frac{v'_z}{\gamma \left(1 + \frac{v'_x u}{c^2} \right)}$$

AUSBLICK: MINKOWSKI-DIAGRAMM UND INVARIANZ

- Ereignisse in Raumzeit: (x, t) .
- Lichtkegel: $x = \pm ct$.
- Lorentztransformation rotiert Raumzeitachsen, sodass c konstant bleibt.

AUSBLICK: MINKOWSKI-DIAGRAMM UND INVARIANZ

- Ereignisse in Raumzeit: (x, t) .
- Lichtkegel: $x = \pm ct$.
- Lorentztransformation rotiert Raumzeitachsen, sodass c konstant bleibt.

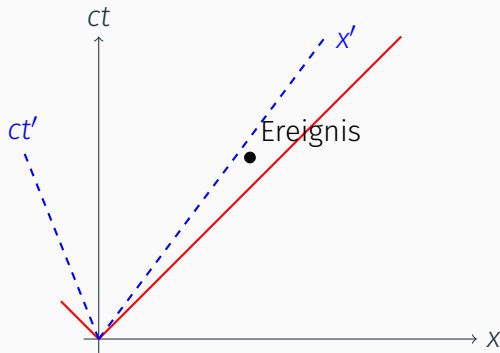


Abbildung: Minkowski-Diagramm: Rotation der Achsen bei Lorentztransformation

Intuition: Ein Ereignis braucht immer *Ort und Zeit*:

- Analogie: Punkt in der Ebene $\rightarrow$ Koordinaten (x, y) nötig
- Raumzeit: (ct, x) oder (ct, x, y, z)

Intuition: Ein Ereignis braucht immer *Ort und Zeit*:

- Analogie: Punkt in der Ebene $\rightarrow$ Koordinaten (x, y) nötig
- Raumzeit: (ct, x) oder (ct, x, y, z)

Lichtsignal im Zug:

Zeit im Zug: t_0 , Zeit am Bahnsteig: t

Intuition: Ein Ereignis braucht immer *Ort und Zeit*:

- Analogie: Punkt in der Ebene $\rightarrow$ Koordinaten (x, y) nötig
- Raumzeit: (ct, x) oder (ct, x, y, z)

Lichtsignal im Zug:

Zeit im Zug: t_0 , Zeit am Bahnsteig: t

Der Abstand zwischen Ereignissen ist invariant:

$$s^2 = c^2 t^2 - x^2$$

VISUALISIERUNG DES ABSTANDS

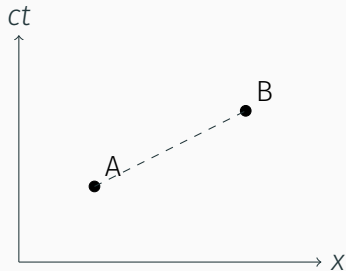


Abbildung: Raumzeit: Ereignisse als Punkte in (ct, x) -Koordinaten

- Minkowski-Metrik:

$$s^2 = c^2 \Delta t^2 - \Delta x^2 - \Delta y^2 - \Delta z^2$$

sorgt dafür, dass der Abstand invariant bleibt.

- Analogie zur Ebene: Rotation + Abstand bleibt gleich → Lorentz „Rotation“ der Raumzeit.
- Vorteil: Transformationen zwischen Systemen einfach und konsistent.

ABSTAND IM MINKOWSKI RAUM

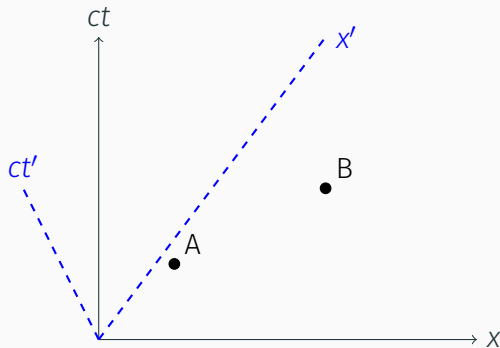


Abbildung: Lorentz-Transformation: Achsen „rotieren“, Abstand bleibt s^2 invariant

Idee: beschreibe die Raumzeit durch einen Vektor, dessen Länge nach der Minkowski-Metrik invariant bleibt

$$\begin{bmatrix} ct \\ x \\ y \\ z \end{bmatrix}$$

Kann als kompaktere Schreibweise von Ereignissen / Zuständen und Lorentztransformationen via Matrixmultiplikation (Lorentzboost) verwendet werden.

Auf dem Weg zum Sternensystem Proxima Centauri begegnen Menschen einem Außerirdischen Raser, der mit $v = 0.7c$ auf sie zugeflogen kommt. Wie schnell vergeht für den Raser die Zeit relativ zum menschlichen Raumschiff? Wie sieht es aus Sicht des Außerirdischen aus?

- Zeitdilatation: bewegte Uhren laufen langsamer
- Längenkontraktion: Längen in Bewegungsrichtung verkürzt
- Minkowski-Raum: Lichtgeschwindigkeit invariant, Raumzeit als Einheit
- Vierervektoren: kompakte, systemübergreifende Darstellung von Energie und Impuls

Nächster Schritt: Relativistische Dynamik – Energie, Impuls, Stöße

RELATIVISTISCHE DYNAMIK

MOTIVATION: ENERGIE- UND IMPULSERHALTUNG BEI HOHEN GESCHWINDIGKEITEN

In der klassischen Mechanik:

$$\vec{p} = m\vec{v}, \quad E_{\text{kin}} = \frac{1}{2}mv^2.$$

Diese Definitionen verletzen die Energie- und Impulserhaltung, wenn $v \sim c$.

MOTIVATION: ENERGIE- UND IMPULSERHALTUNG BEI HOHEN GESCHWINDIGKEITEN

In der klassischen Mechanik:

$$\vec{p} = m\vec{v}, \quad E_{\text{kin}} = \frac{1}{2}mv^2.$$

Diese Definitionen verletzen die Energie- und Impulserhaltung, wenn $v \sim c$.

Ziel: Definition von Impuls und Energie, die mit der Lorentz-Transformation verträglich sind.

Anforderung: Erhaltungsgesetze sollen in allen Inertialsystemen gelten.

MOTIVATION: ENERGIE- UND IMPULSERHALTUNG BEI HOHEN GESCHWINDIGKEITEN

In der klassischen Mechanik:

$$\vec{p} = m\vec{v}, \quad E_{\text{kin}} = \frac{1}{2}mv^2.$$

Diese Definitionen verletzen die Energie- und Impulserhaltung, wenn $v \sim c$.

Ziel: Definition von Impuls und Energie, die mit der Lorentz-Transformation verträglich sind.

Anforderung: Erhaltungsgesetze sollen in allen Inertialsystemen gelten.

⇒ Wir suchen Formeln, die sich „richtig“ transformieren.

GEDANKENEXPERIMENT: DER SYMMETRISCHE STOß

Zwei identische Teilchen stoßen elastisch:

- In System S : Teilchen A und B kommen mit gleicher Geschwindigkeit v aufeinander.
- Nach dem Stoß: beide fliegen mit gleicher Geschwindigkeit zurück.

GEDANKENEXPERIMENT: DER SYMMETRISCHE STOß

Zwei identische Teilchen stoßen elastisch:

- In System S : Teilchen A und B kommen mit gleicher Geschwindigkeit v aufeinander.
- Nach dem Stoß: beide fliegen mit gleicher Geschwindigkeit zurück.

Betrachten wir das gleiche Experiment in einem bewegten System S' , das sich mit u bewegt.

Frage: Welche Impulsdefinition erhält Impulserhaltung in beiden Systemen?

GEDANKENEXPERIMENT: DER SYMMETRISCHE STOß

Zwei identische Teilchen stoßen elastisch:

- In System S : Teilchen A und B kommen mit gleicher Geschwindigkeit v aufeinander.
- Nach dem Stoß: beide fliegen mit gleicher Geschwindigkeit zurück.

Betrachten wir das gleiche Experiment in einem bewegten System S' , das sich mit u bewegt.

Frage: Welche Impulsdefinition erhält Impulserhaltung in beiden Systemen?

Ergebnis: Nur

$$\vec{p} = \gamma m \vec{v}, \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

erfüllt Impulserhaltung in allen Inertialsystemen.

RELATIVISTISCHE ENERGIE – HERLEITUNG

Die Arbeit, die aufgewendet wird, um ein Teilchen von Ruhe auf v zu beschleunigen:

$$E_{\text{kin}} = \int \vec{F} \cdot d\vec{x} = \int \vec{v} \cdot d\vec{p}.$$

Mit $\vec{p} = \gamma m \vec{v}$ folgt:

$$dE = \vec{v} \cdot d(\gamma m \vec{v}) = mc^2 d\gamma.$$

RELATIVISTISCHE ENERGIE – HERLEITUNG

Die Arbeit, die aufgewendet wird, um ein Teilchen von Ruhe auf v zu beschleunigen:

$$E_{\text{kin}} = \int \vec{F} \cdot d\vec{x} = \int \vec{v} \cdot d\vec{p}.$$

Mit $\vec{p} = \gamma m \vec{v}$ folgt:

$$dE = \vec{v} \cdot d(\gamma m \vec{v}) = mc^2 d\gamma.$$

Integration ergibt:

$$E = \gamma mc^2.$$

Zerlegung:

$$E = E_0 + E_{\text{kin}} = mc^2 + (\gamma - 1)mc^2.$$

$\Rightarrow$ Ruheenergie $E_0 = mc^2$ – auch ruhende Masse besitzt Energieinhalt.

RELATIVISTISCHER PYTHAGORAS (I) – HERLEITUNG OHNE VIERERVEKTOREN

Aus $\gamma = 1/\sqrt{1 - v^2/c^2}$ folgt:

$$\gamma^2(1 - v^2/c^2) = 1 \Rightarrow \gamma^2 = 1 + \gamma^2 v^2/c^2.$$

Multipliziere mit $m^2 c^4$:

$$\gamma^2 m^2 c^4 = m^2 c^4 + \gamma^2 m^2 v^2 c^2.$$

RELATIVISTISCHER PYTHAGORAS (I) – HERLEITUNG OHNE VIERERVEKTOREN

Aus $\gamma = 1/\sqrt{1 - v^2/c^2}$ folgt:

$$\gamma^2(1 - v^2/c^2) = 1 \Rightarrow \gamma^2 = 1 + \gamma^2 v^2/c^2.$$

Multipliziere mit $m^2 c^4$:

$$\gamma^2 m^2 c^4 = m^2 c^4 + \gamma^2 m^2 v^2 c^2.$$

Da $E = \gamma m c^2$, $p = \gamma m v$:

$$E^2 = (pc)^2 + (mc^2)^2.$$

→ Analogie zu Pythagoras:

$$E^2 = (mc^2)^2 + (pc)^2.$$

HERLEITUNG DES VIERERIMPULSES

Wir wollen eine Lorentz-kovariante Verallgemeinerung von $p = mv$:

$$X^\mu = (ct, \vec{x}), \quad d\tau = \frac{dt}{\gamma}$$

$$U^\mu = \frac{dX^\mu}{d\tau} = \gamma(c, \vec{v})$$

$$P^\mu = m_0 U^\mu = \gamma m_0 (c, \vec{v})$$

$$\Rightarrow P^\mu = \left(\frac{E}{c}, \vec{p} \right), \quad E = \gamma m_0 c^2, \quad \vec{p} = \gamma m_0 \vec{v}$$

X^μ und P^μ transformieren nach denselben Lorentz-Transformationen

Definiere den Energie-Impuls-Vierervektor:

$$p^\mu = \left(\frac{E}{c}, \vec{p} \right).$$

RELATIVISTISCHER PYTHAGORAS (II) – MIT VIERERVEKTOREN

Definiere den Energie-Impuls-Vierervektor:

$$p^\mu = \left(\frac{E}{c}, \vec{p} \right).$$

Minkowski-Metrik:

$$p^\mu p_\mu = \left(\frac{E}{c} \right)^2 - |\vec{p}|^2 = (mc)^2.$$

RELATIVISTISCHER PYTHAGORAS (II) – MIT VIERERVEKTOREN

Definiere den Energie-Impuls-Vierervektor:

$$p^\mu = \left(\frac{E}{c}, \vec{p} \right).$$

Minkowski-Metrik:

$$p^\mu p_\mu = \left(\frac{E}{c} \right)^2 - |\vec{p}|^2 = (mc)^2.$$

Interpretation:

- $p^\mu p_\mu$ ist invariant – gleiche Zahl in allen Inertialsystemen.
- Ruhemasse m ist Lorentz-invariant.
- Vierervektoren vereinfachen Stoß- und Zerfallsprobleme erheblich.

BEISPIEL: ZERFALL EINES TEILCHENS IN ZWEI PHOTONEN

Teilchen A ruht: $P_A = (mc, \vec{0})$

Nach dem Zerfall: zwei Photonen mit Impulsen $\vec{p}_1, \vec{p}_2$.

BEISPIEL: ZERFALL EINES TEILCHENS IN ZWEI PHOTONEN

Teilchen A ruht: $P_A = (mc, \vec{0})$

Nach dem Zerfall: zwei Photonen mit Impulsen $\vec{p}_1, \vec{p}_2$.

$$P_A = P_1 + P_2.$$

Mit $P_i = (E_i/c, \vec{p}_i)$ und $E_i = p_i c$ folgt:

$$(mc)^2 = (p_1 c + p_2 c)^2 - |\vec{p}_1 + \vec{p}_2|^2.$$

Für symmetrischen Zerfall ($\vec{p}_1 = -\vec{p}_2$):

$$E_1 = E_2 = \frac{1}{2} mc^2.$$

Übungsaufgabe: Was ist, wenn das Teilchen zuvor im Laborsystem die Geschwindigkeit $v = 0.8c$ hatte? Berechne sowohl aus dem Schwerpunktsystem, als auch über Vierervektoren

Um dem Außerirdischen, der mit $0.7c$ auf sie zurast, ihren Unmut klarzumachen, bedienen sich die Erdlinge einer Lichthupe. Sie senden Licht mit der Wellenlänge λ in Richtung des Rasers. Mit welcher Wellenlänge nimmt der Außerirdische das Licht auf?

Tipp: Welche Erhaltungsgröße(n) können hier sinnvoll sein?

Für diese Aufgabe gibt es verschiedene sinnvolle Ansätze:

- **Zeitdilatation und Relativgeschwindigkeit:** Die Uhren des Außerirdischen laufen um den Faktor γ langsamer. Zusätzlich bewegt er sich der Quelle mit v entgegen, wodurch sich die Wellenfronten schneller aufeinander zubewegen. Die Kombination führt zur beobachteten Frequenzänderung:

$$f' = \gamma(1 + \beta)f$$

Nun kann man mit $\lambda = \frac{c}{f}$ die Wellenlänge berechnen

- **Direkte Lorentztransformation der Ereignisse:** Betrachte die Emission zweier aufeinanderfolgender Wellenberge und transformiere deren Raumzeitkoordinaten in das System des Außerirdischen.

- **Lorentztransformation der Energie:** Verwende die Erhaltung und Transformation des Viererimpulses des Photons ($E' = \gamma(E - vp_x)$, mit $E = hf$).

LÖSUNGSSTRATEGIEN

WICHTIG: Bei der IPhO reicht es nicht, die typischen Aufgaben zu kennen, um weit zu kommen!

Aber: Aufgaben zu kennen spart Zeit und führt zu weniger Fehlern

Vorgehen:

- **Erhaltungsgrößen** ausfindig machen (Energie, Impuls, Ladung ...)
- Skizze! Veranschaulicht euch das Vorgehen!
- Sucht euch ein **einfaches System** aus (meist Ruhesystem / Schwerpunktsystem)
- Prüfe Grenzfälle: $v \ll c$ (klassisch) und $v \rightarrow c$ (ultrarelativistisch) $\Rightarrow$ nutzt Näherungen!

- Hochrelativistisch: $p \approx \frac{E}{c}$ (exakt für Photonen)
- $E_{\text{kin}} = E_{\text{tot}} \quad E_{\text{kin}} \gg m_0 c^2$
- Für geringe Geschwindigkeiten: Taylorentwicklung
 $(1 + \delta)^a \approx 1 + a\delta$
- Dopplereffekt ($v \ll c$): $f' = f(1 - \frac{v}{c})$

Diese Aufgaben sind meist eher simpel und fragen konzeptuelles Verständnis statt tiefer Mathematik ab

Typische Fehler:

- Verwechseln von Systemen: Was war noch einmal t und was t' ? $\Rightarrow$ ist es γ oder γ^{-1} ?
- Für hohe Geschwindigkeiten: nicht genug signifikante Stellen $\Rightarrow$ starke Abweichungen von erwarteten Ergebnis

Diese Aufgaben sind meist eher simpel und fragen konzeptuelles Verständnis statt tiefer Mathematik ab

Typische Fehler:

- Verwechseln von Systemen: Was war noch einmal t und was t' ? $\Rightarrow$ ist es γ oder γ^{-1} ?
- Für hohe Geschwindigkeiten: nicht genug signifikante Stellen $\Rightarrow$ starke Abweichungen von erwarteten Ergebnis

Lösung: Skizzen und klare Definitionen + Extremalüberlegungen

Diese Aufgaben sind i.d.R. anspruchsvoller und kommen vor allem in der 3. und 4. Runde dran. In der 2. Runde tauchen sie meist in einfacherer Form auf, um Konzepte abzufragen

Diese Aufgaben sind i.d.R. anspruchsvoller und kommen vor allem in der 3. und 4. Runde dran. In der 2. Runde tauchen sie meist in einfacherer Form auf, um Konzepte abzufragen

- Entscheidet euch für ein einfaches System und transformiert konsistent
- Verwendet entweder Vierervektoren oder komponentenweiser Erhaltung, aber bleibt konsistent
- Nicht verzweifeln, wenn ein Ansatz nicht funktioniert. Die Basics (richtige Formeln verwendet, etc.) geben erstaunlich viele Punkte

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}, \quad \beta = \frac{v}{c}$$

$$t' = \gamma t, \quad l' = \gamma^{-1} l$$

$$v_x = \frac{v'_x + u}{1 + \frac{v'_x u}{c^2}}, \quad v_{y,z} = \frac{v'_{y,z}}{\gamma(1 + \frac{v'_x u}{c^2})}$$

$$p = \gamma m_0 v, \quad E = \gamma m_0 c^2 = m_0 c^2 + E_{\text{kin}}$$

$$E^2 = m_0^2 c^4 + p^2 c^2$$

$$f' = f \sqrt{\frac{1 + \beta}{1 - \beta}}$$

Weniger wichtig und Vorzeichen variieren je nach Definition:

$$ds^2 = c^2 dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2 = \text{const.}$$

ÜBUNGSAUFGABEN

Ein Raumschiff bewegt sich gleichförmig auf einem Kreisorbit mit der Periode $t = 3 \text{ h}$. Eine Uhr im Inneren des Raumschiffs behauptet eine Uhr, der Orbit würde nur $\tau = 30 \text{ min}$ dauern. Bestimme den Radius R des Orbits.

Lösung: $R = c \frac{\sqrt{t^2 - \tau^2}}{2\pi}$

Aufgabe aus A Glimpse into the Special Theory of Relativity von Süm Ainsaar

Ein ruhendes Pion zerfällt in ein Myon und ein Neutrino. Das Myon hat die Ruhemasse m_μ und das Pion die Ruhemasse m_π . Nimm an, dass die Masse des Neutrinos zu vernachlässigen ist. Berechne die Energie des Myons und des Neutrinos nach dem Zerfall. Wie schnell ist das Myon?

Aufgabe angelehnt an A Glimpse into the Special Theory of Relativity von Süm Ainsaar