Vorbereitung zur 2. Runde des deutschen Auswahlwettbewerbes zur IPhO 2026

Elektrizitätslehre

Cedric Fabien Schöppe

Friedrich-Schiller-Universität Jena

06.11.2025

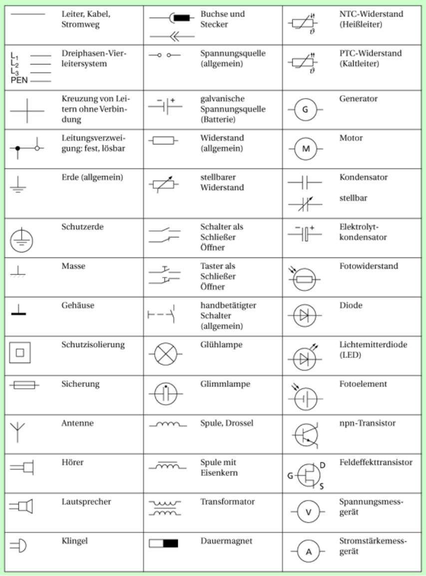
Gliederung

Gliederung

1. Wechselstromkreis
   - Allgemeine Einführung
   - Bauteile und Eigenschaften
   - Hilreiche skills - Komplexe Wechselstromrechnung
2. Zusätze
3. Weitere Übungen

Bauteile der Elektronik

Fundamentale Bauteile der Elektronik



Leiter, Kabel, Stromweg	Buchse und Stecker	NTC-Widerstand (Heißleiter)
Dreiphasen-Vier-leitersystem	Spannungsquelle (allgemein)	PTC-Widerstand (Kaltleiter)
Kreuzung von Lei-tern ohne Verbin-dung	galvanische Spannungsquelle (Batterie)	Generator
Leitungsverzwei-gung: fest, lösbar	Widerstand (allgemein)	Motor
Erde (allgemein)	stellbarer Widerstand	Kondensator stellbar
Schutzerde	Schalter als Schließer Öffner	Elektrolyt-kondensator
Masse	Taster als Schließer Öffner	Fotowiderstand
Gehäuse	handbetätigter Schalter (allgemein)	Diode
Schutzisolierung	Glühlampe	Lichtemitterdiode (LED)
Sicherung	Glimmlampe	Fotoelement
Antenne	Spule, Drossel	npn-Transistor
Hörer	Spule mit Eisenkern	Feldeffekttransistor
Lautsprecher	Transformator	Spannungsmess-gerät
Klingel	Dauermagnet	Stromstärkemess-gerät

Widerstände

$\rightarrow$ behindern den elektrischen Strom, Maß für anzulegende Spannung

ohmsches Gesetz: $R = \dfrac{U}{I}$ $\qquad$ U...Spannung ($U = \Delta\varphi$), I...Stromstärke

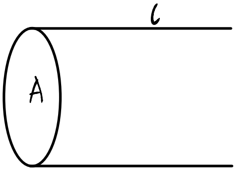
elektrische Leistung: $P = UI = RI^2 = \dfrac{U^2}{R}$

Drahtwiderstände mit Zusammenhang $R = \rho \cdot \dfrac{l}{A}$

mit l... Länge des Leiters

A... Querschnittsfläche des Leiters

ρ... spezifischer elektrischer Widerstand



Widerstände

$\rightarrow$ behindern den elektrischen Strom, Maß für anzulegende Spannung

ohmsches Gesetz: $R = \dfrac{U}{I}$ $\qquad$ U...Spannung ($U = \Delta\varphi$), I...Stromstärke

elektrische Leistung: $P = UI = RI^2 = \dfrac{U^2}{R}$

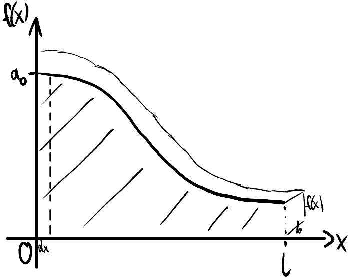
Drahtwiderstände mit Zusammenhang $R = \rho \cdot \dfrac{l}{A}$

mit l... Länge des Leiters

A... Querschnittsfläche des Leiters

ρ... spezifischer elektrischer Widerstand

$\rightarrow \sigma = \dfrac{1}{\rho}$ ... elektrische Leitfähigkeit



- Widerstand mit rechteckigem Querschnitt (Tiefe) b
- Höhe gemäß $f(x)$

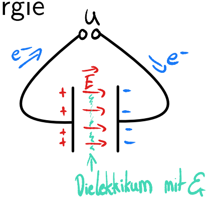
Draufsicht:

Betrachte infinitesimales Element dx: $dR = \rho \cdot \frac{dl}{A(x)} = \rho \cdot \frac{dx}{b \cdot f(x)}$

Integrieren (Summe mit unendlich dünnen Scheiben): $R = \int_0^l \rho \cdot \frac{dx}{b \cdot f(x)} = \frac{\rho}{b} \int_0^l \frac{dx}{f(x)}$

Kondensatoren

...Bauteile zur Speicherung von Ladungsträgern, elektrischer Energie



Kapazität C... $C = \dfrac{Q}{U}$

Gespeicherte Energie $E = \dfrac{1}{2}QU = \dfrac{1}{2}CU^2 = \dfrac{Q^2}{2C}$

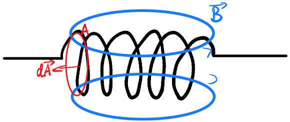
Aufbau Plattenkondensator:

- zwei gegenüberliegende Platten verschiedenen Potentials durch Ladungsdifferenz
- oft Dielektrikum (ϵ_r) in Zwischenraum
- Wickelkondensatoren mit doppelter effektiver Fläche (A)

Plattenkondensator $C = \epsilon_0 \epsilon_r \dfrac{A}{d}$ und E-Feld $E = \dfrac{U}{d}$

Spulen

...aufgewickelter Draht mit verstärktem Magnetfeld im Inneren



magnetische Flussdichte: $B = \mu_0 \mu_r \cdot \frac{N \cdot I}{l}$

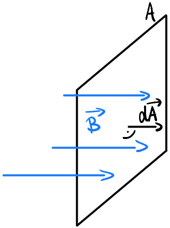
es gilt: $\vec{B} = \mu_0 \mu_r \cdot \vec{H}$ mit $\vec{H}$...magnetische Feldstärke

Induktivität: $L = \mu_0 \mu_r N^2 \cdot \frac{A}{l}$

Induktionsgesetz:

$U_I = -\frac{d\Phi}{dt}$ mit $\Phi = \int_A \vec{B} \cdot d\vec{A}$

magnetischer Fluss



$U_I = -L \cdot \frac{dI}{dt}$

ohne Eisenkern

mit Eisenkern

Spulen

...aufgewickelter Draht mit verstärktem Magnetfeld im Inneren

magnetische Flussdichte: $B = \mu_0 \mu_r \cdot \frac{N \cdot I}{l}$

es gilt: $\vec{B} = \mu_0 \mu_r \cdot \vec{H}$ mit $\vec{H}$...magnetische Feldstärke

ohne Eisenkern

Induktivität: $L = \mu_0 \mu_r N^2 \cdot \frac{A}{l}$

mit Eisenkern

Induktionsgesetz:

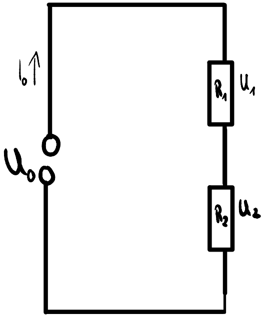
$$U_I = -\frac{d\Phi}{dt} \text{ mit } \Phi = \int_A \vec{B} \cdot d\vec{A}$$

Exkurs Vektoren: $\vec{a} \times \vec{b} = ab \sin \sphericalangle \vec{a}, \vec{b}$ $\qquad$ $\vec{a} \cdot \vec{b} = ab \cos \sphericalangle \vec{a}, \vec{b}$

Gleichstromkreis

Spannungsteilerregel

- konstante Stromstärke an Bauteilen in Reihenschaltungen

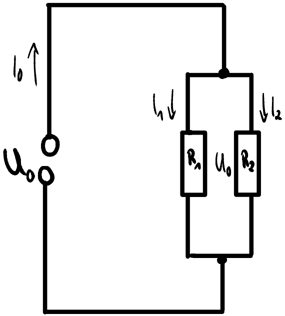


- Aufteilung der Spannung gemäß $\dfrac{U_1}{U_2} = \dfrac{R_1}{R_2}$

Allgemeingültige Gesetze

Stromteilerregel

- konstante Spannung an Bauteilen in Parallelschaltungen

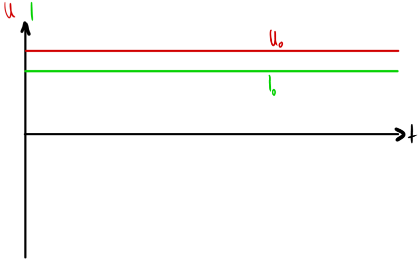


- Aufteilung der Stromstärke gemäß $\dfrac{I_1}{I_2} = \dfrac{R_2}{R_1}$

Der Gleichstromkreis

Schaltkreise mit konstanter Ausgangsspannung U_0 und somit Gesamtstromstärke I_{Ges}

keine Phasenverschiebung, U und I in Phase (bzw. keine Phase)



Reihen- und Parallelschaltungen

Reihenschaltungen

Widerstände

$$R = R_1 + R_2 + ... = \sum_{i=1}^{n} R_i$$

Spulen

$$L = L_1 + L_2 + ... = \sum_{i=1}^{n} L_i$$

Spannungsquellen

$$U = U_1 + U_2 + ... = \sum_{i=1}^{n} U_i$$

Kondensatoren

$$\frac{1}{C} = C^{-1} = C_1^{-1} + C_2^{-1} + ... = \sum_{i=1}^{n} C_i^{-1}$$

Parallelschaltungen

Widerstände

$$\frac{1}{R} = R^{-1} = R_1^{-1} + R_2^{-1} + ... = \sum_{i=1}^{n} R_i^{-1}$$

Spulen

$$\frac{1}{L} = L^{-1} = L_1^{-1} + L_2^{-1} + ... = \sum_{i=1}^{n} L_i^{-1}$$

Spannungsquellen

$$U = U_1 = U_2 = ...$$

Kondensatoren

$$C = C_1 + C_2 + ... = \sum_{i=1}^{n} C_i$$

Auswahlwettbewerb IPhO 2022 - 2. Runde

Aufgabe 10 Kapazitives Oktaedernetzwerk (15 Pkt.)

(Idee: Aufgabengruppe der PhysikOlympiade, Joachim Brucherseifer)

Zwölf identische Kondensatoren der Kapazität C sind, wie nebenstehend gezeigt, in einem symmetrischen Kondensatornetzwerk in Form eines Oktaeders verbunden.

10.a) Bestimme die Gesamtkapazität des Kondensatornetzwerks zwischen den Eckpunkten A und B. *(5 Pkt.)*

10.b) Bestimme die Gesamtkapazität des Kondensatornetzwerks zwischen zwei benachbarten Eckpunkten. *(10 Pkt.)*

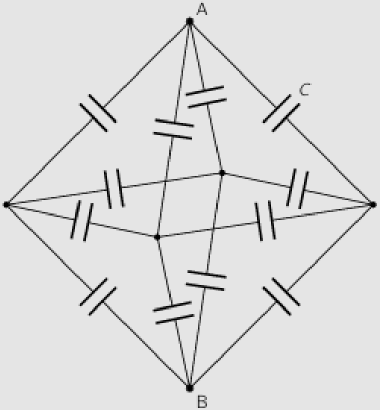


Abb. 5. *Skizze des Kondensatornetzwerkes.*

Auswahlwettbewerb IPhO 2022 - 2. Runde

a)

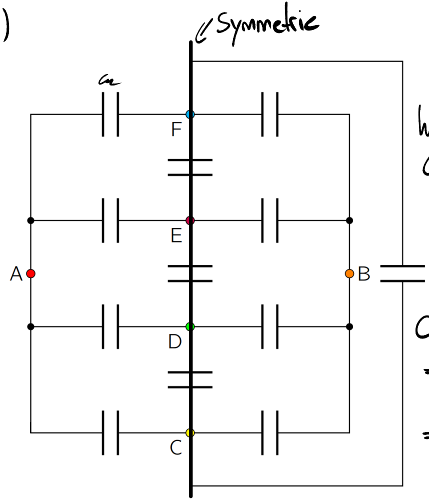


Abb. 7. *Ebenes Ersatzschaltbild des Kondensatornetzwerkes.*

$$\text{Potential} = \frac{\text{Energie}}{\text{Ladung}}$$

Wichtig: $U = \Delta\varphi$

(Spannung als Potentialdifferenz)

$\longrightarrow$

C, D, E, F gleiches φ

$\Rightarrow$ keine Spannung zwischen den Punkten

$\Rightarrow$ kein Strom

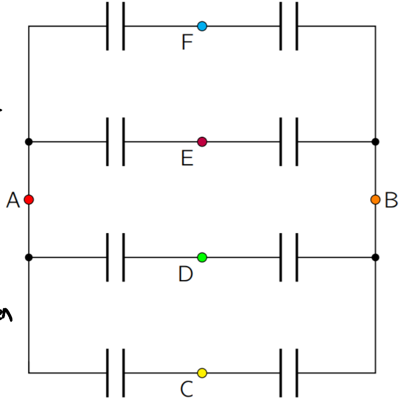


Abb. 8. *Vereinfachtes Ersatzschaltbild des Kondensatornetzwerkes zwischen A und B.*

$$\Rightarrow C_{Ges} = 2C$$

Die Kirchhoff'schen Gesetze

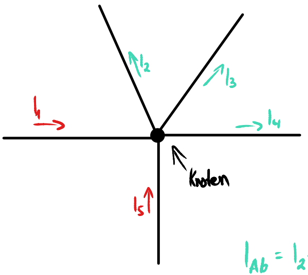
Ermöglichung von Berechnungen in sehr verzweigten Stromkreisen

Knotenpunktsatz

Der in einen Knoten hineinfließende Strom muss auch wieder herausfließen.

$$I_{Zu} = I_{Ab}$$

$$\sum_{i=1}^{n} I_i = 0$$



$I_{Zu} = I_1 + I_5$

$I_{Ab} = I_2 + I_3 + I_4$

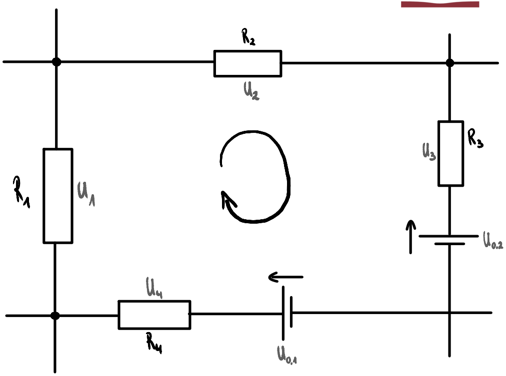
$I_1, I_5 > 0$

$\Rightarrow \sum_{i=1}^{n} I_i = I_1 + I_2 + I_3 + I_4 + I_5 = 0$ da $I_2, I_3, I_4 < 0$

Die Kirchhoff'schen Gesetze

Der Maschensatz

Die an einer Masche angelegte Gesamtspannung (mit Spannungsquellen $U_{0,k}$) fällt an allen Bauteilen in ihr zu 0 ab.



$$\sum_{i=1}^{n} U_i = \sum_{i=1}^{n} R_i \cdot I_i = \sum_{k=1}^{m} U_{0,k}$$

→ Aufstellen eines Gleichungssystems für gesuchte Größen mit vorhandenen Maschen und Knoten

→ Lösen des LGS

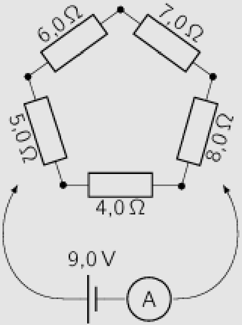
$$\underbrace{U_{0,1} - U_{0,2}}_{\text{gegensätzliche Polung}} = U_1 + U_2 + U_3 + U_4$$

Aufgabe 6 Fünfeck aus Widerständen (MC-Aufgabe) **(5 Pkt.)**

Eine Batterie mit einer Spannung von 9,0 V ist mit einem idealen Amperemeter in Reihe geschaltet ist. Die Reihenschaltung kann an zwei beliebige Ecken des abgebildeten Widerstandfünfecks angeschlossen werden.

Wie groß ist die betragsmäßig kleinste Stromstärke, die dabei durch das Amperemeter fließt?

A 0,30 A B 0,60 A C 1,2 A D 2,3 A



$$R = \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)^{-1} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

o.B.d.A. $R_1 < R_2$

Strom: $I = \frac{U}{R}$

$$R < R_1$$

denn: $R_1 R_2 < R_1^2 + R_1 R_2$

$0 < R_1^2$ w.A. (wahre Aussage)

R kleiner als der kleinere Widerstand in Parallelschaltung

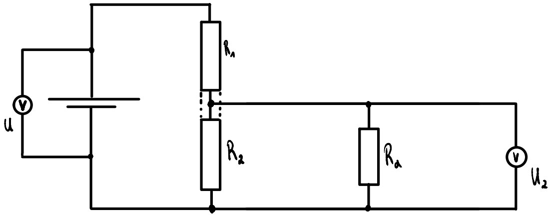
$\Rightarrow$ R soll maximal werden $\Rightarrow$ kleinerer Widerstand möglichst groß

$\Rightarrow R_1 = R_2$

$\Rightarrow$ s. Zeichnung: $R_1 = R_2 = 15\,\Omega$

Aufbau einer Potentiometerschaltung

Potentiometer als praktische Anwendung einer Parallelschaltung
$\rightarrow$ Einstellen einer veränderlichen Spannung mit Drehwiderstand trotz $U_0 = const.$



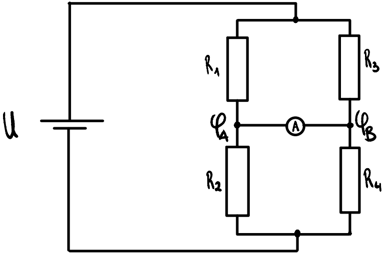
R_2 & R_a mit gleicher Spannung

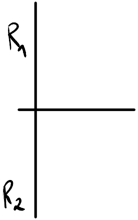
experimentell: Messen von U_2 mit Voltmeter

theoretisch mit STR: $U_2 = \dfrac{R_2}{R_1 + R_2 + \dfrac{R_1 \cdot R_2}{R_a}} U$

Die Wheatston'sche Messbrücke

Ermittlung eines unbekannten Widerstandes mit einem bekannten Widerstand und einem Spannungsteiler (ohne Messen von Werten)





Aufbau:

Verschiebung des Spannungsteilers bis $I = 0 \rightarrow$ keine anliegende Spannung

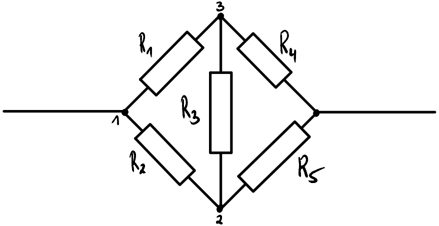
$\rightarrow$ beide Knoten auf gleichem Potential φ denn Spannung $U := \Delta\varphi = \varphi_B - \varphi_A$

Es gilt: $\dfrac{R_1}{R_2} = \dfrac{R_3}{R_4}$, wobei R_1, R_2, R_3 unbekannt

Dreieck-Stern-Umformung

Ziel: Vereinfachung von Schaltplänen und Ermöglichung von Berechnungen

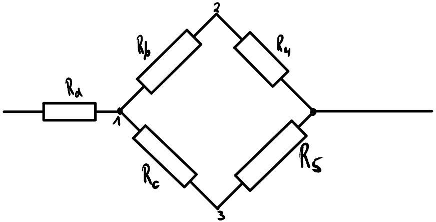
Situation:



$$R_{Ges} = ?$$

$\rightarrow$ schwierige, zeitaufwendige Berechnung (Kirchhoff)

Trick: Dreieck-Stern-Umformung von Widerständen



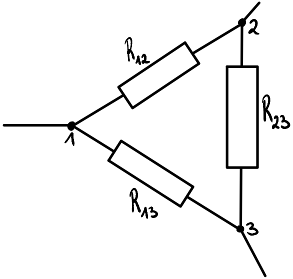
$$R_{Ges} = R_a + \left(\frac{1}{R_b + R_4} + \frac{1}{R_c + R_5} \right)^{-1}$$

$$R_{Ges} = R_a + \frac{(R_b + R_4)(R_c + R_5)}{R_b + R_c + R_4 + R_5}$$

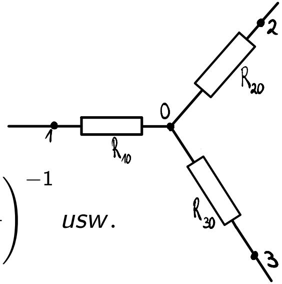
Dreieck-Stern-Umformung

Maßnahme erlaubt, wenn zwischen zwei Punkten weiterhin der gleiche Gesamtwiderstand anliegt

$\rightarrow$ U und I an allen Punkten unbeeinflusst, keine Auswirkungen auf weiteren Schaltplan



$\Longrightarrow$



$$R_{10} + R_{20} = \left(\frac{1}{R_{12}} + \frac{1}{R_{13} + R_{23}} \right)^{-1} \quad usw. \tag{1}$$

Aufstellen der Gleichungen und Lösen LGS:

$$R_{10} = \frac{R_{12} \cdot R_{13}}{R_{12} + R_{13} + R_{23}} \qquad R_{20} = \frac{R_{12} \cdot R_{23}}{R_{12} + R_{13} + R_{23}} \qquad R_{30} = \frac{R_{13} \cdot R_{23}}{R_{12} + R_{13} + R_{23}} \tag{2}$$

b)

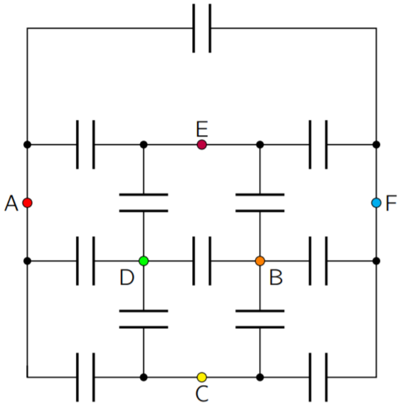


Abb. 9. *Alternative Darstellung des ebenen Ersatzschaltbild des Kondensatornetzwerkes.*

Dreieck-Stern-Umformung zwischen B, D, E

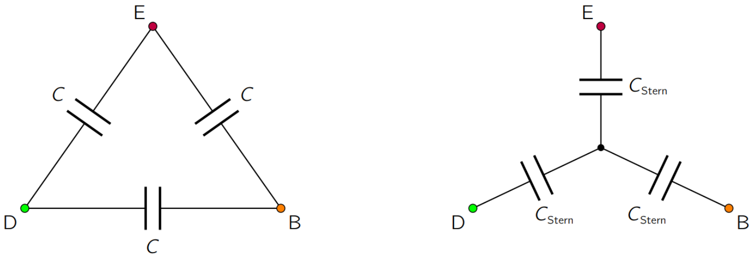
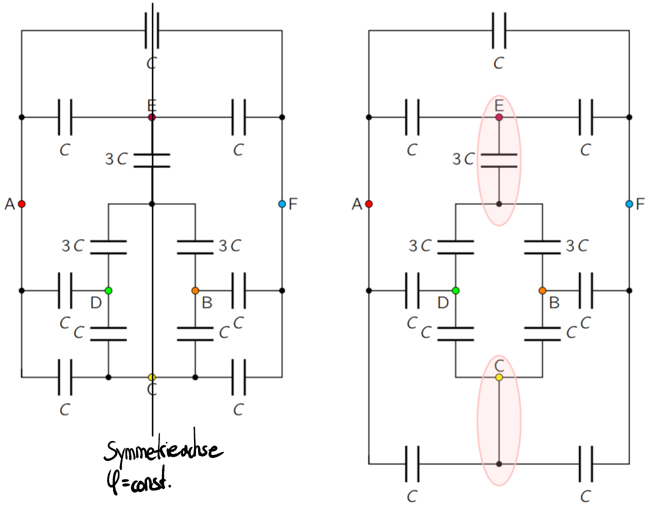


Abb. 10. *Dreiecks- (links) und äquivalente Sternschaltung (rechts) zwischen B, D & E .*

Damit sich die beiden Schaltungen gleich verhalten, müssen die Ersatzkapazitäten der Schaltungen zwischen je zwei Anschlüssen identisch sein. Es muss mit (10.1) also gelten:

$$C + \left(\frac{1}{C} + \frac{1}{C}\right)^{-1} = \left(\frac{1}{C_{\text{Stern}}} + \frac{1}{C_{\text{Stern}}}\right)^{-1} \qquad \text{bzw.} \qquad C_{\text{Stern}} = 3\,C\,. \tag{10.3}$$

Auswahlwettbewerb IPhO 2022 - 2. Runde



$$C_{Ges} = \frac{12}{5}$$

Abb. 11. *Ersatzschaltbild nach Umformung. Rechts sind Punkte gleichen Potentials gekennzeichnet.*

Spule und Kondensator im DC-Stromkreis

Spulen im Gleichstromkreis

Induktionsgesetz: Ändert sich die Zahl, der eine Spule durchsetzenden Magnetfeldlinien, so wird in der Spule eine Spannung induziert.

$$U_I = -N \cdot \frac{d\phi}{dt} \qquad \text{mit } \phi = \Delta(B \cdot A)$$

Lenzsche Regel: Der Induktionsstrom ist so gerichtet, dass er der Ursache seiner Entstehung entgegenwirkt.

Selbstinduktion: Durchsetzt sich eine Spule selbst mit einem veränderlichen Magnetfeld, so wird in ihr eine Spannung induziert.

$$U_L = -L \cdot \frac{dI}{dt} \qquad \text{mit Induktivität} \ldots L = \mu_0 \mu_r N^2 \cdot \frac{A}{l}$$

Aufgabe 3 Magnetfall (MC-Aufgabe) **(5 Pkt.)**

Ein zylinderförmiger Magnet wird durch drei verschiedene, senkrecht aufgestellte Rohre fallen gelassen. Die Rohre haben identische Abmessungen, bestehen aber aus unterschiedlichem Material - eines aus Plexiglas, eines aus Messing und eines aus Aluminium.

Für eine Fallstrecke von $L = 1{,}0\,\mathrm{m}$ in den Rohren werden die folgenden Fallzeiten des Magneten gemessen:

Plexiglas	$t_{\mathrm{Plexiglas}} = 0{,}46\,\mathrm{s}$
Messing	$t_{\mathrm{Messing}} = 2{,}15\,\mathrm{s}$
Aluminium	$t_{\mathrm{Aluminium}} = 3{,}81\,\mathrm{s}$

Die elektrische Leitfähigkeit des Materials, aus dem das Aluminiumrohr besteht, beträgt $\sigma_{\mathrm{Aluminium}} = 3{,}7 \cdot 10^7\,\mathrm{A\,V^{-1}\,m^{-1}}$.

Welcher Wert ergibt sich aus den Fallzeiten als Abschätzung für die elektrische Leitfähigkeit $\sigma_{\mathrm{Messing}}$ des Materials des Messingrohres?

A $1{,}2 \cdot 10^7\,\mathrm{A\,V^{-1}\,m^{-1}}$ B $2{,}1 \cdot 10^7\,\mathrm{A\,V^{-1}\,m^{-1}}$

C $4{,}9 \cdot 10^7\,\mathrm{A\,V^{-1}\,m^{-1}}$ D $6{,}6 \cdot 10^7\,\mathrm{A\,V^{-1}\,m^{-1}}$

Auswahlwettbewerb IPhO 2024 - 2. Runde

$$U \sim \frac{d\phi}{dt} \sim v_{\text{Magnet}} = \frac{L}{t}$$

Querschnitt im Rohr: $P = \frac{U^2}{R} \sim \frac{1}{t^2}$

Insgesamte Leistung: $P = \frac{mgL}{t}$ ← Länge Rohr

$$\frac{mgL}{t} \sim \frac{1}{Rt^2} \quad \Rightarrow \frac{1}{R} \sim t$$

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{\rho \cdot \frac{L}{A}} = \frac{\sigma A}{L}$$

$$\Rightarrow \sigma \sim t$$

$$\Rightarrow \frac{\sigma}{t} = \text{const.} \qquad \Rightarrow \sigma_{\text{Messing}} = \frac{t_M}{t_{Al}} \cdot \sigma_{Al} = \text{B}$$

Spulen im Gleichstromkreis

Interpretation:

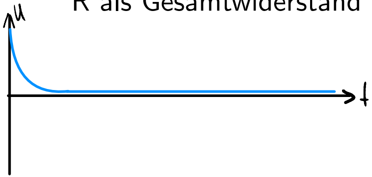
1. Einschalten der Spannungsquelle, $\dfrac{dI}{dt} > 0$
2. Strom in Spule erzeugt Magnetfeld
3. Induktion einer Spannung durch Selbstinduktion wegen verändertem Magnetfeld
4. Induzierte Spannung nach Lenzscher Regel angelegter Spannung entgegengesetzt
5. fortschreitender Prozess, Änderung der Stromstärke wird immer geringer, langsames Ansteigen von I

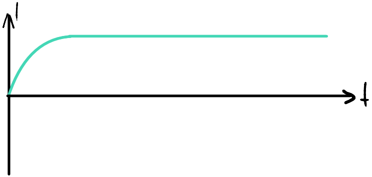
Spulen im Gleichstromkreis

Lösen der DGL für Einschalten: $U_0 = RI + L\dot{I}$

$U_L(t) = U_0 \cdot e^{-\tau t}$ $\qquad$ $I_L(t) = I_0\,(1 - e^{-\tau t})$

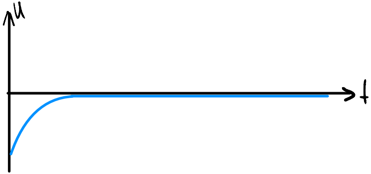
mit $\tau = \dfrac{R}{L}$ $\qquad$ R als Gesamtwiderstand

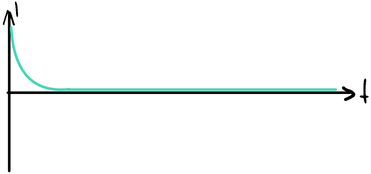




Abschalten der Spannungsquelle durch Selbstinduktion gebremst

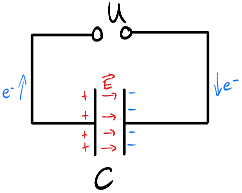
$U_L(t) = -U_0 e^{-\tau t}$ $\qquad$ $I_L(t) = I_0 \cdot e^{-\tau t}$





Kondensatoren im Gleichstromkreis

Kondensatoren nicht leitfähig



Am Kondensator maximale Ladung

$Q_c = CU$

Ladevorgang:

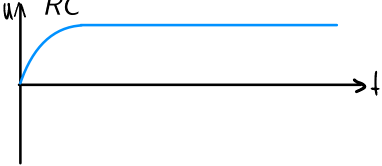
1. Einschalten der Spannungsquelle initialisiert Ladungstrennung in Kondensator
2. ansteigende Spannung U_C
3. verminderte Potentialdifferenz $\Delta\varphi$ zwischen C und U_0, weshalb Spannung zwischen beiden abfällt
4. andauernder Vorgang bis U_C Maximum erreicht, Strom sinkt beständig da $I = \dot{Q}$ und $R = const.$ sowie U_C durch C beschränkt

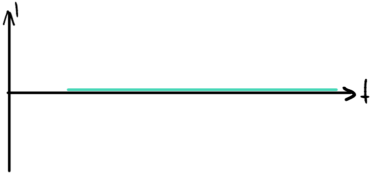
Kondensatoren im Gleichstromkreis

Ladevorgang:

$U_C(t) = U_0\,(1 - e^{-\tau t})$ $\qquad$ $I_C(t) = I_0 \cdot e^{-\tau t}$

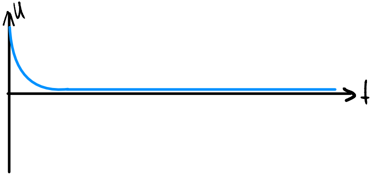
mit $\tau = \dfrac{1}{RC}$ $\qquad$ R als Gesamtwiderstand





Entladen ähnliche Argumentation mit anderer Stromrichtung

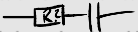
$U_C(t) = U_0 \cdot e^{-\tau t}$ $\qquad$ $I_C(t) = -I_0 e^{-\tau t}$

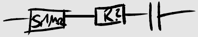


Aufgabe 11 Kondensatorentladung **(20 Pkt.)**

Ein geladener Kondensator wird über einen unbekannten Widerstand entladen. In der linken der unten stehenden Tabellen ist der Entladestrom I des Kondensators in Abhängigkeit von der Zeit t aufgeführt.

In einem zweiten Versuch wird der erneut geladene Kondensator über den unbekannten Widerstand in Reihe mit einem Vorwiderstand von 5,1 MΩ entladen. Die entsprechenden Werte für den Entladestrom sind in der rechten Tabelle aufgeführt.

Fall 1 

Fall 2 

Entladung ohne Vorwiderstand

t / s	I / µA
0	0,96
10	0,81
20	0,69
30	0,59
40	0,50
60	0,36
80	0,26
100	0,19
120	0,13

Entladung mit Vorwiderstand

t / s	I / µA
0	0,63
10	0,56
20	0,51
30	0,46
40	0,42
60	0,34
80	0,27
100	0,22
120	0,18

Bestimme aus den Messwerten sowohl die Kapazität des Kondensators als auch den Widerstandswert des unbekannten Widerstandes. Erstelle dazu einen geeigneten Graphen.

Hinweis: Es ist nicht bekannt, auf welche Spannungen der Kondensator in den beiden Versuchen aufgeladen wurde. Insbesondere können die Spannungen in beiden Versuchen unterschiedlich sein.

$I_c = I_0 e^{-\tau t}$

Linearisieren:
Diagramm mit linearer Funktion

$\ln\left(\frac{I_c}{I_0}\right) = -\tau t$

$\tau t = \ln\left(\frac{I_0}{I_c}\right)$

↑ lineare Funktion über t

Auswahlwettbewerb IPhO 2019 - 2. Runde

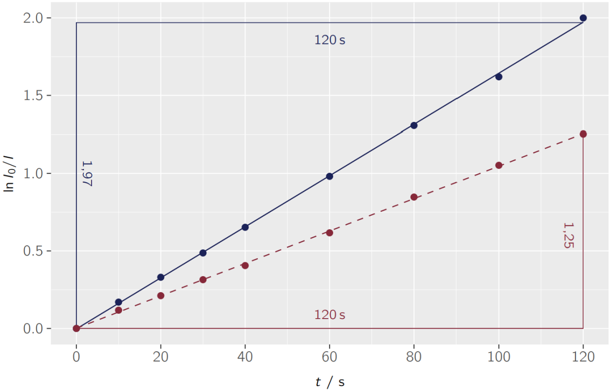


Abbildung 1: *Graph der Logarithmen von I_0/I als Funktion der Zeit t (blau: ohne Vorwiderstand, rot, gestrichelt: mit Vorwiderstand) mit dazugehörigen Ausgleichsgeraden und eingezeichneten Steigungsdreiecken.*

Anstieg $b_1 \hat{=} \tau_1$

$\Rightarrow \tau_i \hat{=} b_i \hat{=} R_i C_i$

$\Rightarrow b_i = R_i C_i$

$b_1 = RC$

$b_2 = (R + R_{S,1M\Omega})C$

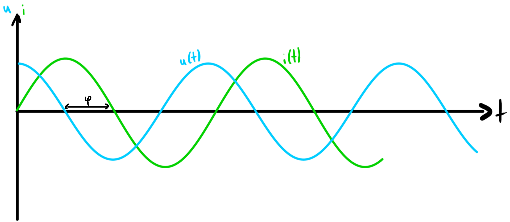
$\Downarrow$ Lösen für R, C

Wechselstromkreis

Wechselstromkreise

...elektrischer Strom, dessen Stärke (Amplitude) und Richtung sich periodisch mit bestimmter Winkelgeschwindigkeit $\omega = 2\pi f$ ändern
$\rightarrow$ keine konstante Spannung U_0, sondern Maximalspannung u_{max}

mögliche Phasenverschiebung zwischen Stromstärke und Spannung
$u(t) = u_{max} \cos \omega t + \varphi_{0/u}$ $\quad$ $i(t) = i_{max} \cos \omega t + \varphi_{0/i}$
Phasenverschiebung als $\varphi = \varphi_{0/u} - \varphi_{0/i}$



Messungen im Wechselstromkreis

Impedanz (Scheinwiderstand) $Z = U/I$ als komplexer Widerstand

Effektivspannung U_{eff}... die Gleichspannung, die am ohmschen Widerstand die gleiche Wärmemenge bzw. über die Zeit gemittelte Leistung erzielt.

WICHTIG: Bei Messungen werden Effektivwerte (Leistungen) gemessen

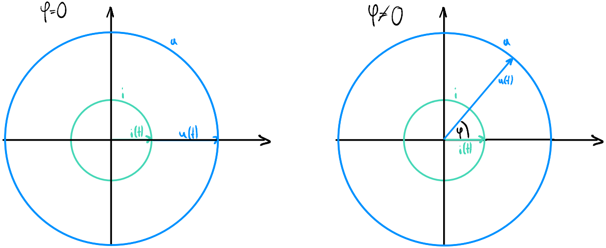
Es gilt: $U_{eff} = \frac{u_{max}}{\sqrt{2}}$; $I_{eff} = \frac{i_{max}}{\sqrt{2}}$

Somit Gesamtimpedanz ermittelbar: $Z = U_{eff}/I_{eff}$

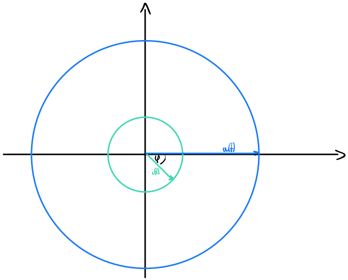
Widerstände im Wechselstromkreis

Darstellung von u und i in Zeigerdiagrammen
$\rightarrow$ Darstellung von Spannungen und Widerständen für Bauteile in Reihen- oder Parallelschaltung

i=const.



u=const.



an Widerständen $\varphi = 0$, u und i in Phase
$\rightarrow$ gesamte Leistung als Wirkleistung $P_W = UI$ in Wärme

Leistungsarten im Wechselstromkreis

- für $\varphi \neq 0$ ist gemessene Leistung $S = UI$ Scheinleistung
  $\rightarrow$ nur Teil von S nutzbar als Wirkleistung P
- Teil von S parallel zu i als Wirkleistung (Abfall an Widerstand)
  $\rightarrow P = UI \cdot \cos\varphi$
- Blindleistung Q verbleibt in Stromkreis (Energie in B- und E-Feldern)
  $\rightarrow Q = UI \cdot \sin\varphi$

Es gilt:

$$S^2 = U^2 I^2 \cdot 1 = U^2 I^2 \cdot (\sin^2\varphi + \cos^2\varphi) = U^2 I^2 \sin^2\varphi + U^2 I^2 \cos^2\varphi$$

$$S^2 = Q^2 + P^2$$

Kondensatoren im Wechselstromkreis

Blindleistung durch Engergie zum Auf- und Abbauen des E-Feldes im Kondensator

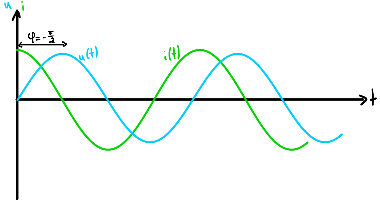
C im AC-Stromkreis leitungsfähig (anders als DC)

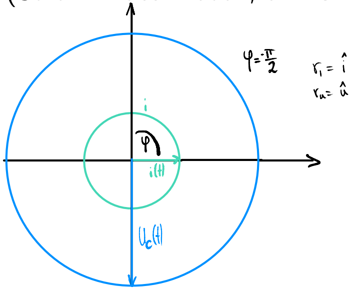
i als imaginäre Einheit: $i \in \mathbb{C} \setminus \mathbb{R}$
$i := \sqrt{-1}$ mit $i^2 = -1$

Kapazitiver Widerstand. $X_C = \frac{1}{i\omega C} = \frac{-i}{\omega C}$ als komplexe Impedanz
$\rightarrow$Messung nur über abfallende Blindleistung, imaginärer Widerstand (mathematisch)

Phasenverschiebung von $\varphi = -\frac{\pi}{2}$ von u gegenüber i (Strom muss fließen, um C zu laden)

Diagramme:





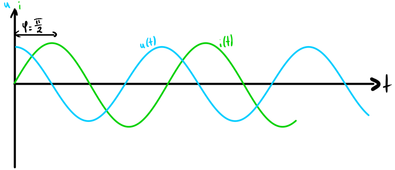
Spulen im Wechselstromkreis

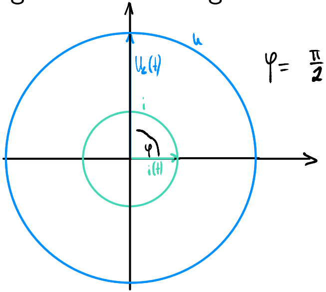
Blindleistung durch Engergie zum Auf- und Abbauen des B-Feldes in Spule

L im AC-Stromkreis weniger leitungsfähig als im DC-Kreis
Induktiver Widerstand... $X_L = i\omega L$
$\rightarrow$imaginärer Widerstand, Leistung vervleibt im Stromkreis

Phasenverschiebung von $\varphi = \dfrac{\pi}{2}$ von u gegenüber i (bei größter Änderung des Stroms ($i(0)$) ist u am höchsten)

Diagramme:





Gesamtwiderstand mit ohmschen Widerstand: $Z = \sqrt{R^2 + X_L^2}$

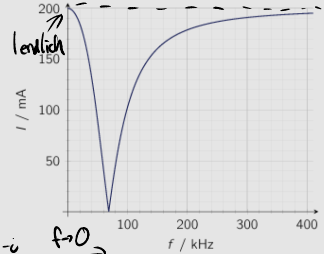
Auswahlwettbewerb IPhO 2019 - 2. Runde

Aufgabe 8 Wechselstromschaltkreis (MC-Aufgabe) **(5 Pkt.)**

Ein Widerstand mit Widerstandswert R, ein Kondensator der Kapazität C und eine Spule der Induktivität L werden an eine Wechselspannungsquelle angeschlossen. Die Amplitude der Wechselspannung beträgt U und die Bauteile können als ideal angenommen werden.

Der folgende Graph zeigt die Amplitude I der Stromstärke in dem Stromkreis als Funktion der Frequenz f der sinusförmigen Wechselspannung.

Welche der folgenden Schaltskizzen stellt die verwendete Schaltung korrekt dar?

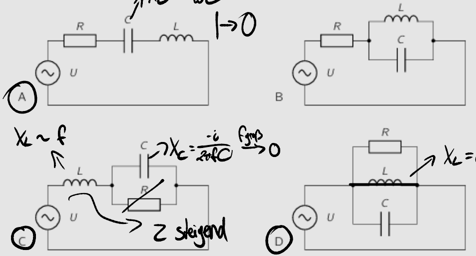


I endlich

$I = \frac{U}{Z} \to Z$ endlich

$X_C = \frac{-i}{\omega C} \xrightarrow{f \to 0} \infty$

$I \to 0$



$\Rightarrow$ Lösung: B

$X_L \sim f$

$X_C = \frac{-i}{2\pi f C} \xrightarrow{f \to \infty} 0$

Z steigend

$X_L = i\omega L \xrightarrow{f \to 0} 0$

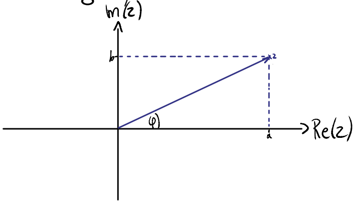
$I \to \infty$ (Kurzschluss)

Auswahlwettbewerb IPhO 2019 - 2. Runde

Verschaltungen von Bauteilen

Orientierung am Zeigerdiagramm/komplexe Zahlenebene (Reihenschaltung):

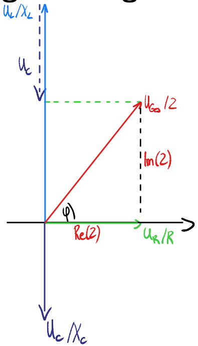
- Spannungen/Widerstände als Vektoren in Gaußscher Zahlenebene (Betrag als Wert, Orientierung gibt Phasenlage)
- reelle Leistungen/Widerstände in reeller Ebene
- imaginäre Leistungen/Widerstände in imaginärer Ebene



$$z = a + ib$$
$$= |z|(\cos\varphi + i\sin\varphi)$$
$$\Rightarrow z = |z|e^{i\varphi}$$

- Phasenverschiebungen geben Beziehungen der Pfeile zueinander
- Gesamtwiderstand/ -spannung durch Vektoraddition
  $\rightarrow$ Betrag als äußere messbare Impedanz
  $\rightarrow$ Realteil als Wirkwiderstand, Imaginärteil als Blindleistung

Orientierung am Zeigerdiagramm/komplexe Zahlenebene (Reihenschaltung):



mit $R = \frac{U}{I}$ und $I = \text{const.}$

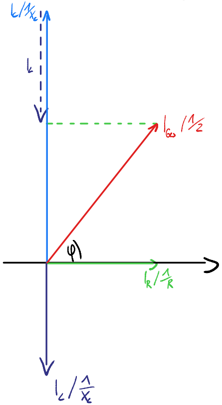
Blindwiderstand... $X = X_L - X_C$

Scheinwiderstand... $Z = \sqrt{R^2 + X^2}$

Phasenverschiebung... $\tan\varphi = \dfrac{X}{R}$

Verschaltungen von Bauteilen

Orientierung am Zeigerdiagramm (Parallelschaltung):



mit $\frac{1}{R} = \frac{I}{U}$ und $U = \text{const.}$

Blindwiderstand... $\frac{1}{X} = \frac{1}{X_C} - \frac{1}{X_L}$

Scheinwiderstand... $\frac{1}{Z} = \sqrt{\frac{1}{R^2} + \frac{1}{X^2}}$

Phasenverschiebung... $\tan\varphi = R\left(\frac{1}{X_C} - \frac{1}{X_L}\right)$

Komplexe Wechselstromrechnung

Vereinfachung des mühsamen Rechnens mit Wurzeln und Reziproken durch komplexe Zahlen $\mathbb{C}$
Definition der imaginären Einheit i mit $i := \sqrt{-1}$
$z = a + bi = Re(z) + i \cdot Im(z)$ mit $z \in \mathbb{C}$

Wirkwiderstand R als Realteil a, Imaginärteil X als Imaginärteil b

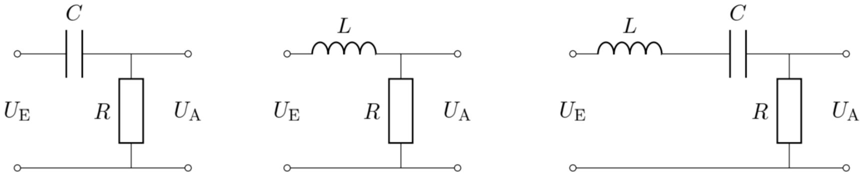
Vorgehen:
Reihenschaltung: Addition der komplexen Zahlen jedes Bauteils
Parallelschaltung: Addition der Reziproken der komplexen Zahlen jedes Bauteils

Ergebnis: $Z = R + iX$ mit R als Wirkwiderstand und X als Blindwiderstand, $|Z|$ als außen messbare Impedanz

Phasenverschiebung $\varphi = \arctan \frac{Im(Z)}{Re(Z)}$ (s. Zeigerdiagramm) $|Z| = \sqrt{Re^2(Z) + Im^2(Z)}$

Aufgabe: Übertragungsfunktionen

Wir wollen den hergeleiteten Formalismus auf einige Beispiele anwenden. Dazu betrachten wir die in Abbildung 5 aufgeführten Schaltungen. An die Schaltungen wird jeweils eine Eingangs-



(a) Hochpassfilter (b) Tiefpassfilter (c) Schwingkreis

Abbildung 5: Verschiedene Wechselstromschaltung.

spannung U_E angelegt. Am Widerstand wird die Ausgangsspannung U_A abgegriffen. Unser Ziel ist es, dass Amplitudenverhältnis und die Phase zwischen Eingangs- und Ausgangsspannung zu ermitteln.

↳ Gesucht: $\left|\frac{U_A}{U_E}\right|$ & φ zwischen U_A und U_E

Aufgabe: Übertragungsfunktionen

Wir beginnen mit dem Hochpassfilter (siehe Abbildung 5a). Der Gesamtwiderstand der Schaltung ist gegeben durch

$$Z = \frac{1}{i\omega C} + R.$$

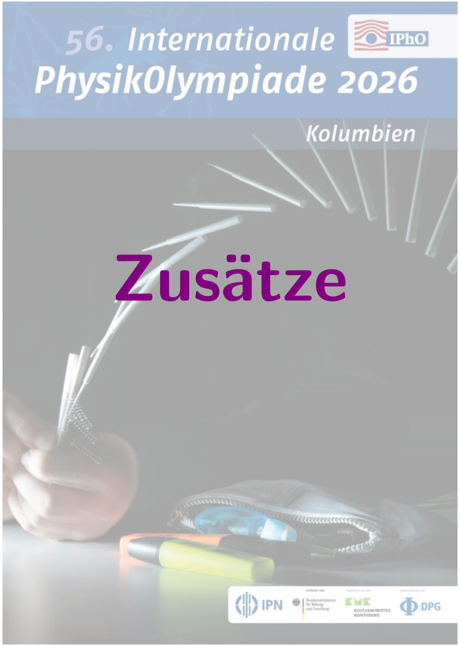
Da die Ausgangsspannung am Widerstand abgegriffen wird, gilt

$$\begin{aligned}
\hat{U}_\mathrm{A} &= R\hat{I} = \frac{R}{Z}\hat{U}_\mathrm{E}, \\
\Rightarrow \frac{\hat{U}_\mathrm{A}}{\hat{U}_\mathrm{E}} &= \frac{R}{\frac{1}{i\omega C} + R} \\
&= \frac{\omega C R}{1 + \omega^2 C^2 R^2}(i + \omega C R).
\end{aligned}$$

Daraus können wir die gesuchten Werte ermitteln:

$$\begin{aligned}
\frac{|\hat{U}_\mathrm{E}|}{|\hat{U}_\mathrm{A}|} &= \left|\frac{\hat{U}_\mathrm{E}}{\hat{U}_\mathrm{A}}\right| = \frac{\omega C R}{\sqrt{1 + \omega^2 C^2 R^2}}, \\
\varphi &= \arctan\left(\frac{\mathrm{Im}\left(\frac{\hat{U}_\mathrm{E}}{\hat{U}_\mathrm{A}}\right)}{\mathrm{Re}\left(\frac{\hat{U}_\mathrm{E}}{\hat{U}_\mathrm{A}}\right)}\right) = \arctan\left(\frac{1}{\omega C R}\right)
\end{aligned}$$

Zusätze

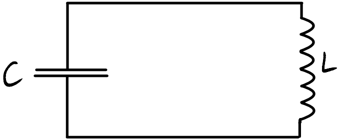


Empfehlung:
Seminare des Orpheus e.V.

Thomson'scher Schwingkreis

Kreisschaltung aus Kondensator und Spule

Bauteile füreinander Spannungsquelle und -verbraucher → Schwingung des Stroms



ungedämpfte Eigenfrequenz: $f = \dfrac{1}{2\pi \cdot \sqrt{LC}}$

Thomson'sche Schwingungsgleichung: $T = 2\pi\sqrt{LC}$

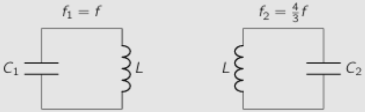
gedämpfte Eigenfrequenz: $f = \dfrac{1}{2\pi}\sqrt{\dfrac{1}{LC} - \dfrac{R^2}{4L^2}}$ mit Abklingkoeffizient $\delta = \dfrac{R}{2L}$

Funktionsgleichung der Spannung: $u(t) = u_0 \cdot e^{-\delta t} \cos \sqrt{\dfrac{1}{LC} - \delta^2}\, t$

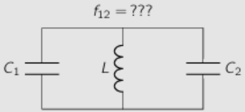
Aufgabe 6 Schwingkreise (MC-Aufgabe) **(5 Pkt.)**

(Idee: Aufgabengruppe der PhysikOlympiade - Thomas Hellerl & Rolf Faßbender)

Eine Schaltung aus einer idealen Spule und einem idealen Kondensator heißt Schwingkreis. Die beiden, oben abgebildeten elektrischen Schwingkreise mit gleicher Induktivität L aber unterschiedlichen Kapazitäten C_i schwingen völlig widerstandslos mit den angegebenen Frequenzen.



Wie groß ist die Schwingungsfrequenz f_{12} (Eigenfrequenz) des folgenden, gekoppelten Systems?

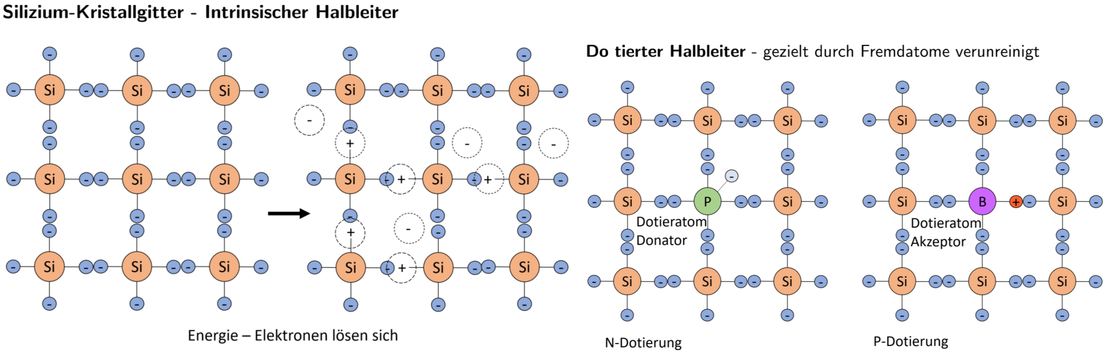


A $\frac{2}{3}f$ B $\frac{3}{4}f$ C $\frac{4}{5}f$ D $\frac{5}{4}f$

Auswahlwettbewerb IPhO 2024 - 2. Runde

Dioden

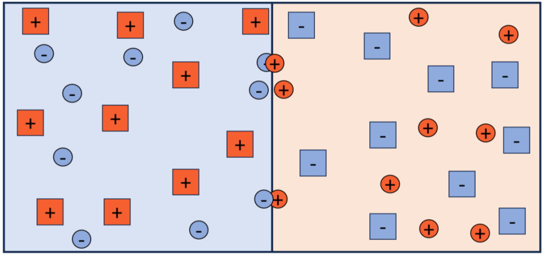
...ist ein elektronisches Bauelement auf Halbleiterbasis, das elektrischen Strom in einer Richtung passieren lässt und in der anderen Richtung sperrt (Durchlass- und Sperrrichtung)
Aufbau:



Dioden

...ist ein elektronisches Bauelement auf Halbleiterbasis, das elektrischen Strom in einer Richtung passieren lässt und in der anderen Richtung sperrt (Durchlass- und Sperrrichtung)
Aufbau:

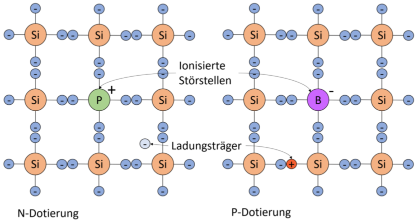
PN-Übergang: Löcher und Leitbandelektronen ziehen sich an und rekombinieren sich (Diffusion)



N-dotierter Halbleiter

P-dotierter Halbleiter

Dortierter Halbleiter - gezielt durch Fremdatome verunreinigt



Dioden

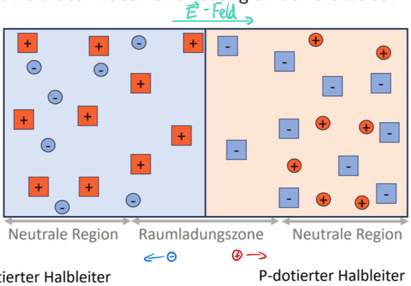
...ist ein elektronisches Bauelement auf Halbleiterbasis, das elektrischen Strom in einer Richtung passieren lässt und in der anderen Richtung sperrt (Durchlass- und Sperrrichtung)

Aufbau:

PN-Übergang:

- Ortsfeste Dotieratome bleiben zurück
- Durch Rekombination werden die Dotieratome nicht mehr neutralisier

= die Halbleiter weisen eine Ladung an der Grenze auf

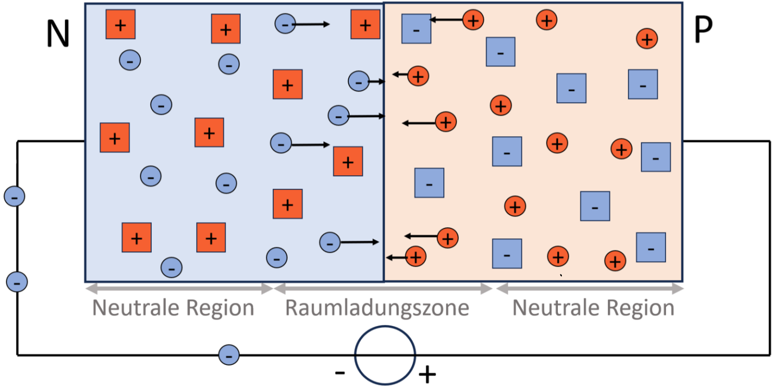


$\rightarrow$ Diffussionsspannung U_G über gesamte Raumladung

Anschließen einer Diode

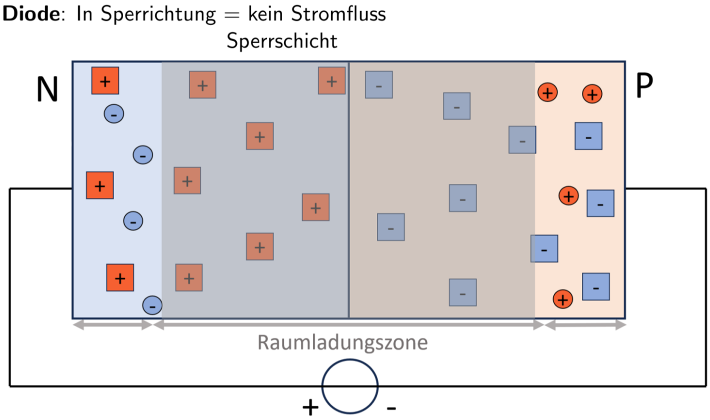
Anlegen einer äußeren Spannung:
Sperrrichtung: innere Spannung zwischen Raumladungen wird verstärkt, kein Stromfluss

Diode: In Flussrichtung = Stromfluss



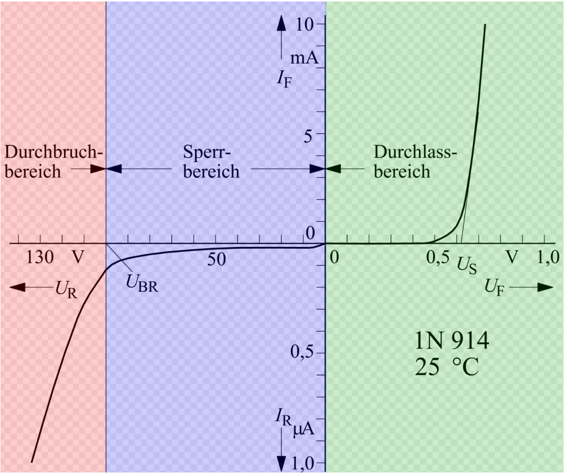
Anschließen einer Diode

Durchlassrichtung: äußere Spannung als Gegenfeld zu innerer Spannung, kann U_G überwinden und Stromfluss ermöglichen
$\rightarrow$Diode nun als Leiter



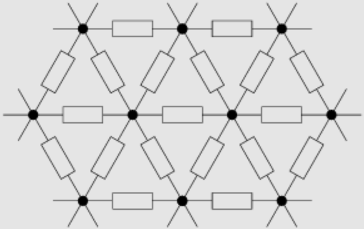
Stromverlauf an einer Diode

Ermitteln von U_G durch ausreichend starkes Gegenfeld, lineares Extrapolieren des Anstieges



Aufgabe 7 Unendliche Dreiecksschaltung

In dieser Aufgabe geht es darum, den Widerstand eines unendlichen, dreieckigen Gitters (siehe Abbildung) zu berechnen. Alle Widerstände in dem dargestellten unendlichen Gitter haben denselben Widerstand R.



a) Was ist der Ersatzwiderstand zwischen zwei benachbarten Gitterpunkten?

b) Was ist die Ersatzinduktivität zwischen zwei benachbarten Gitterpunkten, wenn alle Widerstände durch Spulen mit Induktivität L ausgetauscht werden?

c) Was ist die Ersatzkapazität zwischen zwei benachbarten Gitterpunkten, wenn alle Widerstände durch Kondensatoren mit Kapazität C ausgetauscht werden?

Auswahlwettbewerb IPhO 2023 - 4. Runde