

56. Internationale PhysikOlympiade

Bucaramanga, Kolumbien 2026



Wettbewerbsleitung der PhysikOlympiade

Dr. Stefan Petersen Dürken Quaas
Tel.: 0431 880-5120 Tel.: 0431 880-5387
email: ipho@scienceolympiaden.de
Anschrift: PhysikOlympiade am IPN
 Olshausenstraße 62, 24118 Kiel
web: www.scienceolympiaden.de/ipho

Lösungen zu den Aufgaben der 2. Runde im Auswahlwettbewerb zur 56. IPhO 2026

Hinweise

Die 2. Runde des Auswahlwettbewerbs zur Internationalen PhysikOlympiade 2026 wurde als Klausurrunde durchgeführt. Die teilnehmenden Schülerinnen und Schüler hatten für die Bearbeitung der Aufgaben drei Zeitstunden zur Verfügung und haben die Klausur in der Regel an ihrer Schule absolviert. Neben Hinweisen zur Klausur sind nachfolgend die Aufgaben mit einem Lösungsvorschlag zu finden.

Die Korrektur der Klausur der 2. Runde erfolgt auf Grundlage dieser Musterlösung. Gemäß den Gepflogenheiten bei der Internationalen PhysikOlympiade wird dabei primär die Richtigkeit und Nachvollziehbarkeit der Lösung bewertet und weniger die Sauberkeit der Ausarbeitung oder der sprachliche Ausdruck.

Im Korrekturprozess können noch Anpassungen an den Bewertungsvorgaben notwendig werden.

Bei den Multiple-Choice Aufgaben wird für den richtigen Antwortbuchstaben jeweils 1 Punkt vergeben. Die in den Bewertungstabellen darüber hinaus angegebenen Punktzahlen beziehen sich jeweils auf den von uns ausgearbeiteten Lösungsweg. Bei anderen Lösungswegen wird die Bewertung sinngemäß abgeändert, wobei die Gesamtpunktzahl pro Aufgabenteil beibehalten wird. Folgefehler werden in der Regel nicht bestraft. Die Verwendung eines falschen Zwischenergebnisses sollte, sofern sich dadurch keine starke Vereinfachung des Problems ergibt, also bei folgenden Fragen nicht zu Punktabzug führen. Dies bedeutet insbesondere, dass ein numerisches Ergebnis auch dann als korrekt gewertet wird, wenn vorher eine falsche Formel abgeleitet, aber korrekt mit dieser Formel weiter gerechnet wurde. Wenn bei einem Ergebnis jedoch die resultierende Einheit falsch ist, führt dies in jedem Fall zu Punktabzug.

Bei Fragen oder Anmerkungen freuen wir uns über eine Nachricht an ipho@scienceolympiaden.de.



IPN Leibniz-Institut für die Pädagogik der Naturwissenschaften und Mathematik

Multiple-Choice Aufgaben

Finde zu jeder der folgenden sieben Fragen den richtigen Lösungsbuchstaben und begründe physikalisch, warum dies die korrekte Lösung ist. Es ist jeweils nur eine Antwortmöglichkeit richtig. Nutze den Platz in der Box für Rechnungen sowie Begründungen und notiere deinen Antwortbuchstaben an der vorgesehenen Stelle am Ende jeder Box.

Aufgabe 1 Küstenkartierung (MC-Aufgabe)

(5.0 Pkt.)

(Aufgabengruppe der PhysikOlympiade - Stefan Petersen)

Mit Hilfe von Lasern, die in Flugzeugen montiert sind, lassen sich küstennahe Gewässer kartieren. Dazu werden kurze Laserpulse in verschiedene Richtungen ausgesendet, die diffus teils an der Wasseroberfläche und teils am Meeresboden reflektiert werden. Dadurch gelangt ein Teil des ausgesendeten Lichts wieder zum Flugzeug, wo es detektiert und ausgewertet wird.

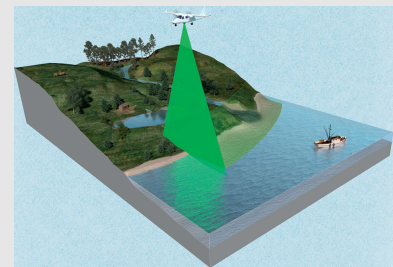


Abb. 1. Veranschaulichung der Kartierung mit einem Laser (Bildquelle GEUS).

Betrachte ein Flugzeug, dass in einer konstanten Höhe entlang eines Küstenstreifens fliegt. Der folgende Graph zeigt die Signalstärke des reflektierten Signals eines Laserpulses in Abhängigkeit von der Zeit. Der Zeitnullpunkt ist dabei so gewählt, dass das gesamte reflektierte Signal dargestellt ist. Nimm an, dass der Laserpuls in einem Lotwinkel von 40° auf die Wasseroberfläche trifft und dass der Brechungsindex des Wassers 1,33 beträgt.

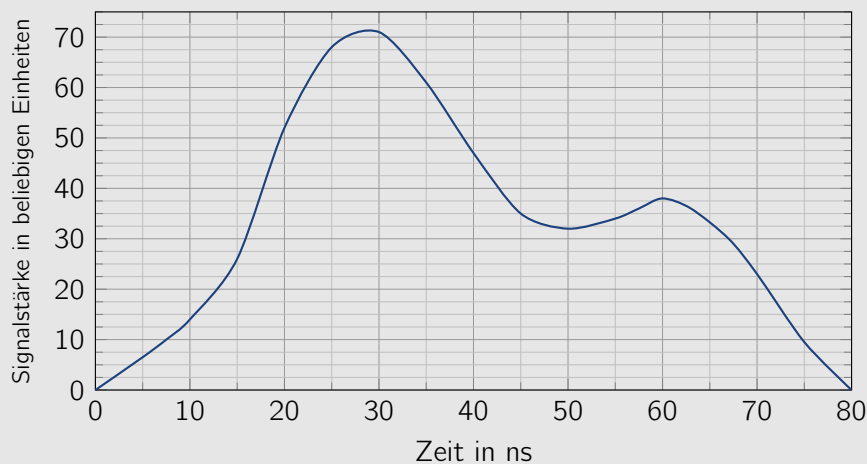


Abb. 2. Signalstärke in Abhängigkeit von der Zeit (der Punkt $t = 0$ ist beliebig).

Wie tief ist das Wasser an der untersuchten Stelle?

- A 2,7 m B 3,1 m C 4,1 m D 6,1 m

Lösung

Rechnungen und Erläuterungen

Die Zeitdifferenz $\Delta t \approx 60 \text{ ns} - 29 \text{ ns} = 31 \text{ ns}$ zwischen den beiden Maxima in der Signalstärkekurve entspricht der Zeit, die der Lichtstrahl im Wasser braucht, um von Wasseroberfläche zum Meeresboden und zurück zu kommen.

Der Lotwinkel β des Lichtstrahls im Wasser ist nach dem Brechungsgesetz von Snellius gegeben durch (vgl. Abb. 3)

$$\beta = \arcsin\left(\frac{1}{n} \sin \alpha\right) = 28,9^\circ, \quad (1.1)$$

wobei $\alpha = 40,0^\circ$ der Einfallswinkel des Lichtstrahls ist.

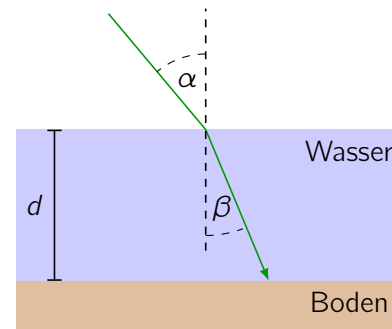
Abb. 3. Skizze zum Strahlenverlauf.

Die von Licht in der Zeit Δt im Wasser zurückgelegte Strecke beträgt $\frac{c \Delta t}{n}$, wobei $n = 1,33$ den Brechungsindex von Wasser bezeichnet. Daraus ergibt sich für die Wassertiefe d durch Projektion

$$d = \frac{c \Delta t}{2n} \cos \beta = \frac{c \Delta t}{2n} \cos \arcsin\left(\frac{1}{n} \sin \alpha\right) \approx 3,1 \text{ m}. \quad (1.2)$$

Korrekte Antwort: **B**

Bemerkung: Antwortmöglichkeit A ergibt sich, wenn die Brechung an der Wasseroberfläche nicht berücksichtigt wird, Antwortmöglichkeit C ohne die Verlängerung des optischen Weges im Wasser und Antwortmöglichkeit D, wenn der Faktor 2 für den Hin- und Rückweg des Lichtstrahls nicht bedacht wird.



Bewertung - Küstenkartierung (MC-Aufgabe)		Punkte
	Erkennen, dass die Zeitdifferenz der Maxima entscheidend ist und Ablesen des Wertes aus dem Graphen	1.0
	Nutzen des Brechungsgesetzes und Bestimmen des Ausfallswinkels (1.1)	1.0
	Berücksichtigen der Verlängerung des optischen Weges	0.5
	Berücksichtigen des Faktors 2 für den Lichtweg	0.5
	Aufstellen eines Ausdrucks für die Wassertiefe mit Projektion (1.2)	1.0
	Angaben der korrekten Lösung	1.0
		5.0

Aufgabe 2 Atwoodsche Fallmaschine (MC-Aufgabe)

(5.0 Pkt.)

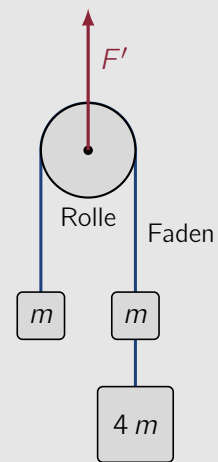
(Aufgabengruppe der PhysikOlympiade - Titus Bornträger)

Professor Atwood kommt gerade von einer Tagung zurück, da bastelt er schon am nächsten Experiment: Er legt einen Faden über eine Rolle und befestigt an beiden Enden des Fadens je einen Körper der Masse m . Nimm an, dass der Faden und die Rolle masselos sind und dass die Rolle frei um ihre zentrale Achse rotieren kann. Er hält nun die Achse der Rolle fest und misst die Kraft F , mit welcher er sie nach oben ziehen muss, um die Rolle mit den Körpern an ihrer Position zu halten.

Jetzt hängt er, wie in der Abbildung gezeigt, an das rechte Massestück einen zusätzlichen Körper mit der Masse $4m$. Er hält wieder die Achse fest.

Wie groß ist die Kraft F' , mit der er in der gezeigten Situation an der Achse ziehen muss, um sie an ihrer Position zu halten?

- A $\frac{5}{3} F$ B $2 F$ C $\frac{5}{2} F$ D $3 F$



Lösung

Rechnungen und Erläuterungen

Im ersten Fall sind die Gewichtskräfte der Körper auf beiden Seiten der Rolle identisch. Die Gewichtskraft des Körpers auf einer Seite wird durch die Fadenspannung jeweils auf den Körper auf der anderen Seite der Rolle übertragen, so dass auf beide Körper keine resultierende Kraft wirkt und diese damit nicht beschleunigt werden.

Daher ist die Kraft F gegeben als die Summe der Gewichtskräfte der beiden Körper, also durch

$$F = 2 m g. \quad (2.1)$$

Im skizzierten zweiten Experiment wirkt auf die Körper eine resultierende Kraft, da die Gesamtmasse auf beiden Seiten der Rolle unterschiedlich groß ist. Die insgesamt beschleunigende Kraft auf die Körper entspricht der Differenz der Gewichtskraft der Körper auf beiden Seiten, also $4 m g$. Beschleunigt werden aber alle Körper, so dass die beschleunigte Masse der Summe der Massen aller Körper, also $6 m$ entspricht. Damit ist der Betrag der Beschleunigung gegeben durch

$$a = \frac{4 m g}{6 m} = \frac{2}{3} g. \quad (2.2)$$

Die Kraft F' mit der die Rolle an der Achse gehalten werden muss lässt sich bestimmen, indem man die Zugkraft auf den Faden auf der linken oder rechten Seite der Rolle bestimmt und diese mal zwei nimmt^a. Damit ist

$$F' = 2 \cdot m (g + a) = \frac{10}{3} m g = \frac{5}{3} F \quad \text{bzw.} \quad F' = 2 \cdot 5 m (g - a) = \frac{10}{3} m g = \frac{5}{3} F. \quad (2.3)$$

Korrekte Antwort: **A**

Bemerkung: Die Lösung kann auch auf anderen Wegen erhalten werden. Zum Beispiel kann die zeitliche Änderung $\dot{p}$ des Gesamtimpulses der drei Körper betrachtet werden, die durch die Summe

der Gewichtskräfte sowie der Kraft F' auf die Achse der Rolle hervorgerufen wird. Zu beachten ist dabei die Orientierung der Kräfte und Beschleunigungen. Es gilt

$$F' - (2 + 4) m g = \dot{p} = m a - (1 + 4) m a. \quad (2.4)$$

Mit der Beschleunigung (2.2) ergibt sich daraus ebenfalls

$$F' = m (6 g - 4 a) = \left(6 - \frac{8}{3}\right) m g = \frac{10}{3} m g = \frac{5}{3} F. \quad (2.5)$$

^aDer Faktor 2 stammt daher, dass die Zugkraft im Faden auf beiden Seiten der Rolle identisch sein muss, andernfalls würde der Faden auseinanderreißen oder nicht mehr gespannt sein

Bewertung - Atwoodsche Fallmaschine (MC-Aufgabe)		Punkte
	Bestimmen der Kraft F im ersten Experiment (2.1)	0.5
	Erkennen, dass beschleunigende und beschleunigte Masse unterschiedlich sind	1.0
	Bestimmen der Beschleunigung (2.2)	1.0
	Bestimmen der Zugkraft im Faden ((2.3) ohne den Faktor 2)	1.0
	Berücksichtigen des Faktors 2	0.5
	Angeben der korrekten Lösung	1.0
		5.0

Aufgabe 3 Tauchende Tasse (MC-Aufgabe)

(5.0 Pkt.)

(Aufgabengruppe der PhysikOlympiade - Eugen Dizer & Arne Wolf)

Eine Tasse der Masse $m = 200 \text{ g}$ mit einem Füllvolumen $V_0 = 250 \text{ mL}$ und einer Höhe H wird umgedreht und in einem großen Wasserbecken mit konstanter Wassertemperatur versenkt. Dadurch wird eine Luftschicht eingeschlossen und drückt die Tasse nach oben. Die Dichte von Wasser ist $\rho = 1,0 \cdot 10^3 \text{ kg m}^{-3}$. Nimm an, dass die Tasse einen zylindrischen Querschnitt hat und die Dicke von Wand sowie Boden der Tasse vernachlässigt werden können. Gehe außerdem davon aus, dass die Tasse stets umgedreht bleibt und nicht zur Seite kippt.

Bei welchen Tiefen kann die Tasse schweben?

Mit Tiefe ist hierbei die Differenz der Höhen der Wasserspiegel in Tasse und Wasserbecken gemeint.

- A $\frac{1}{5} H$ und 2,6 m B $\frac{1}{5} H$ und 12,9 m C $\frac{4}{5} H$ und 2,6 m D $\frac{4}{5} H$ und 12,9 m

Lösung

Rechnungen und Erläuterungen

Die Tasse schwebt, wenn jeweils die Masse des verdrängten Wassers gleich der Masse der Tasse ist. Der erste Schwebefall tritt beim Eintauchen auf. Die Tasse schwimmt, wenn sie genau so weit eintaucht, dass sie $200 \text{ g} = \rho \cdot 200 \text{ mL} = \frac{4}{5} \rho V_0$ Wasser verdrängt, also auf der Tiefe

$$h = \frac{4}{5} H. \quad (3.1)$$

Dabei wird angenommen, dass das Wasser für kleine Eintauchtiefen nicht in die Tasse eindringt.

Um die Tasse tiefer ins Wasser zu drücken muss Arbeit gegen die Auftriebskraft verrichtet werden. Die Luftschicht in der Tasse wird dabei durch den Wasserdruck komprimiert. Der zweite Schwebefall liegt in größerer Tiefe dann vor, wenn noch genau 200 mL Luft in der Tasse sind. Unter Verwendung des Schweredruckes $p = \rho g h$ in der Tiefe h und des idealen Gasgesetzes $pV = nRT$ folgt

$$p_0 V_0 = (p_0 + \rho g h) V = \frac{4}{5} (p_0 + \rho g h) V_0. \quad (3.2)$$

Dabei bezeichnet $p_0 \approx 1,01 \cdot 10^5 \text{ N m}^{-2}$ den Atmosphärendruck. Daraus ergibt sich durch Umstellen

$$h = \frac{p_0}{4 \rho g} \approx 2,6 \text{ m} \quad (3.3)$$

Korrekte Antwort: C

Bemerkung: Verwendet man für den Druck $\rho g h$ statt $\rho g h + p_0$, so erhält man statt dessen $h \approx 12,9 \text{ m}$.

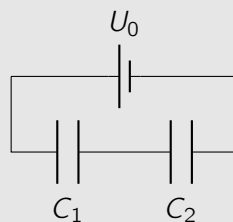
Bewertung - Tauchende Tasse (MC-Aufgabe)		Punkte
3	Betrachten der Auftriebskraft	1.0
	Herleiten des ersten Schwebefalls	1.0
	Nutzen des Schweredruckes $p = \rho g h$	0.5
	Verwenden der Gasgleichung $pV = \text{const.}$	0.5
	Herleiten des zweiten Schwebefalls	1.0
	Richtige Antwort	1.0
		5.0

Aufgabe 4 Gedrehter Kondensator (MC-Aufgabe)

(5.0 Pkt.)

(Aufgabengruppe der PhysikOlympiade - Fabian Bühler)

Zwei Kondensatoren mit den Kapazitäten $C_1 = 2,0 \text{ nF}$ und $C_2 = 8,0 \text{ nF}$ werden, wie in der folgenden Abbildung gezeigt, in Reihe an eine Spannungsquelle mit der Spannung $U_0 = 10,0 \text{ V}$ angeschlossen:



Anschließend werden die Kondensatoren von der Spannungsquelle getrennt, und einer der Kondensatoren wird um 180° gedreht. Nun werden die Kondensatoren kurzgeschlossen:



Welche Spannung ergibt sich am gedrehten Kondensator?

- A 0 V B 1,6 V C 3,2 V D 5,0 V

Lösung

Rechnungen und Erläuterungen

Die Gesamtkapazität der in Reihe geschalteten Kondensatoren beträgt

$$C_{\text{Reihe}} = \frac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}} = 1,6 \text{ nF} . \quad (4.1)$$

Für die Ladung der Kondensatoren gilt

$$Q_1 = Q_2 = C_{\text{Reihe}} \cdot U_0 = 16 \text{ nC} . \quad (4.2)$$

Die kurzgeschlossenen Kondensatoren sind äquivalent zu einer Parallelschaltung der beiden Kondensatoren mit Kapazität

$$C_{\text{Parallel}} = C_1 + C_2 = 10 \text{ nF} . \quad (4.3)$$

Weil einer der Kondensatoren um 180° gedreht wurde, ist die Gesamtladung der Kondensatoren gleich der Summe der Einzelladungen

$$Q_{\text{Parallel}} = Q_1 + Q_2 = 32 \text{ nC} . \quad (4.4)$$

Die Spannung an beiden Kondensatoren ist die gleiche, nämlich

$$U = \frac{Q_{\text{Parallel}}}{C_{\text{Parallel}}} = 2 \frac{C_{\text{Reihe}} U_0}{C_{\text{Parallel}}} = 2 U_0 \frac{C_1 C_2}{(C_1 + C_2)^2} = \frac{32}{10} \text{ V} = 3,2 \text{ V} . \quad (4.5)$$

Korrekte Antwort: C

Bewertung - Gedrehter Kondensator (MC-Aufgabe)		Punkte
4	Berechnen der Gesamtkapazität der Kondensatoren in Reihe	1.0
	Berechnen der ursprünglichen Ladung der Kondensatoren	1.0
	Erkennen, dass das Umdrehen äquivalent zu einer Parallelschaltung ist	1.0
	Berechnen der Gesamtkapazität der Kondensatoren in Parallelschaltung	1.0
	Angaben der korrekten Lösung	1.0
		5.0

Aufgabe 5 Lissajous-Pendel (MC-Aufgabe)

(5.0 Pkt.)

(Aufgabengruppe der PhysikOlympiade - Johannes Rothe)

Ein Fadenpendel wird, wie nebenstehend skizziert, an zwei Fäden aufgehängt, die V-förmig zusammenlaufen. Die Höhe des V ist dabei gleich der Länge ℓ des Fadenpendels darunter. Die Größe des Pendelkörpers und die Massen der Fäden sind vernachlässigbar.

Der Pendelkörper wird nun leicht aus seiner Ruhelage ausgelenkt und losgelassen. Zeichnet man die Bewegung des Pendelkörpers in der horizontalen Ebene auf, so ergeben sich schöne Bilder.

Welches der folgenden Bilder könnte mit obigem Pendel erzeugt worden sein?

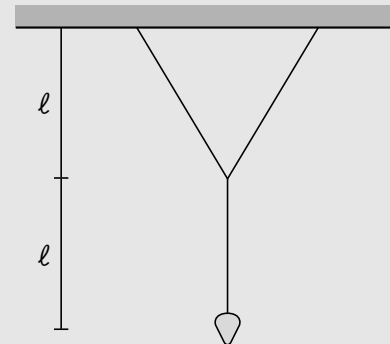


Abb. 4. Skizze des Pendelaufbaus.

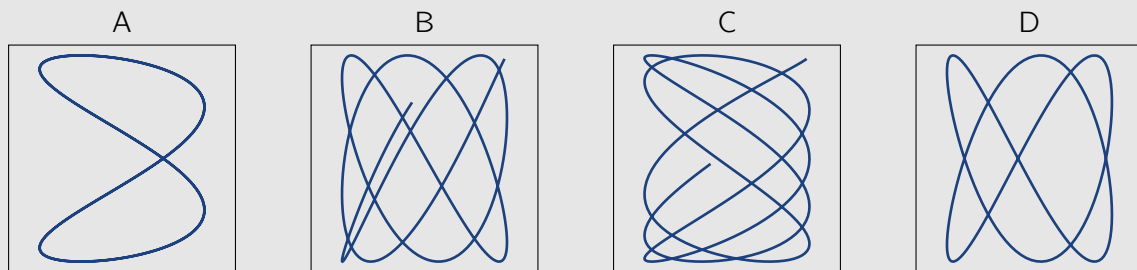


Abb. 5. Kandidaten für Spuren des Pendelkörpers in der horizontalen Ebene.

Lösung

Rechnungen und Erläuterungen

Das V ist in der Zeichenebene starr, kann aber senkrecht dazu ausgelenkt werden. Daher ergeben sich in diesen beiden Ebenen Pendel unterschiedlicher Pendellängen - ℓ in der Zeichenebene und 2ℓ senkrecht dazu.

Die bei kleinen Auslenkungen resultierenden harmonischen Schwingungen besitzen damit unterschiedliche Periodendauern. Für ein Fadenpendel bei kleinen Auslenkungen ist T proportional zur Wurzel der Länge des Fadens und damit stehen die Periodendauern des Pendels im Verhältnis $1 : \sqrt{2}$.

Da dieses Verhältnis irrational ist, sind die auf den Bildern zu sehenden (Ausschnitte der) Trajektorien niemals geschlossen. Damit scheiden die Antwortmöglichkeiten A und D aus, da diese geschlossene Trajektorien zeigen.

Aus den Umkehrpunkten in den Bildern lässt sich auch folgern, dass die gezeigten Bilder so orientiert sind, dass die Zeichenebene in der Skizze in Abb. 4 entweder senkrecht (in B und D) oder waagrecht (in A und C) verläuft.

Um die verbleibenden Optionen B und C zu unterscheiden, kann man halbe Schwingungsperioden abzählen. Dazu wählt man einen Startpunkt mit maximaler Auslenkung in einer der beiden Richtungen, also mit waagerechter oder senkrechter Tangente in der jeweiligen Abbildung.

Zählt man nun drei der schnelleren Halbschwingungen ab, also in der Abbildung senkrechte Schwin-

gungen in B oder waagerechte in C, sieht man im Fall B etwas mehr als zwei Halbschwingungen in der anderen Richtung, im Fall C aber etwas weniger.

Bezeichne mit T_1 die Periodendauer der Pendelbewegung in der Zeichenebene der Skizze und mit $T_2 > T_1$ die der Pendelbewegung senkrecht dazu. Dann gilt mit obiger Beobachtung für das Verhältnis der jeweiligen Periodendauern

$$\left. \frac{T_2}{T_1} \right|_B < \frac{3}{2} < \left. \frac{T_2}{T_1} \right|_C. \quad (5.1)$$

Da $\frac{T_2}{T_1} = \sqrt{2} \approx 1,41 < 1,5$ gilt, bleibt nur Option B als mögliche Antwort übrig.

Korrekte Antwort: **B**

Bemerkung: Antwortoption A ergibt sich für das Verhältnis $T_1 : T_2 = 1 : 2$, die Antwortoption C für das Verhältnis $T_1 : T_2 = 1 : \sqrt{3}$ und die Antwortoption D für das Verhältnis $T_1 : T_2 = 2 : 3$. Die Ausrichtung der Abbildung in der horizontalen Ebene ist bei den Bildern nicht identisch.

Bewertung - Lissajous-Pendel (MC-Aufgabe)		Punkte
5	Erkennen, harmonischer Schwingungen unterschiedlicher Frequenzen	1.0
	Nutzen von $T \sim \sqrt{L}$ und Angeben des korrekten Periodenverhältnisses $1 : \sqrt{2}$	1.0
	Ausschließen der geschlossenen Trajektorien in A und D	1.0
	Abzählen von Schwingungen zur Unterscheidung von B und C	1.0
	Angeben der korrekten Lösung	1.0
		5.0

Aufgabe 6 Wasser gefrieren (MC-Aufgabe)

(5.0 Pkt.)

(Aufgabengruppe der PhysikOlympiade - Stefan Petersen)

Mit einer Wärmepumpe einer elektrischen Leistung von 50 W sollen 2,0 kg Wasser einer Temperatur von 0 °C in einem thermisch perfekt isolierten Gefäß gefroren werden. Die Außentemperatur beträgt dabei 25 °C. Die Schmelzenthalpie von Wasser beträgt 334 kJ kg^{-1} .

Welche minimale Zeit wird für das Gefrieren auf jeden Fall benötigt?

- A etwa 6 min B etwa 11 min C etwa 15 min D etwa 20 min

Lösung

Rechnungen und Erläuterungen

Beim Gefrieren des Wassers wird die Wärmemenge

$$Q = 334 \text{ kJ kg}^{-1} \cdot 2,0 \text{ kg} = 6,7 \cdot 10^5 \text{ J} \quad (6.1)$$

freigesetzt. Diese Wärme muss von der Wärmepumpe abtransportiert werden. Die Wärmepumpe arbeitet zwischen zwei Reservoirien mit den Temperaturen $T_k = 0^\circ\text{C} = 273 \text{ K}$ und $T_w = 25^\circ\text{C} = 298 \text{ K}$. Die Effizienz ϵ einer Kältemaschine, die zwischen diesen beiden Reservoirs arbeitet, ist thermodynamisch begrenzt. Bezeichne mit W die von der Wärmepumpe verrichtete Arbeit, die bei konstanter Leistung gleich dem Produkt aus der elektrischen Leistung P und der Zeit t ist, die die Pumpe läuft. Dann gilt für die Effizienz

$$\epsilon = \frac{Q}{W} = \frac{Q}{Q_{\text{ab}} - Q}, \quad (6.2)$$

wobei Q_{ab} die an die Umgebung bei der Temperatur T_w abgegebene Wärme bezeichnet. Wenn die Kältemaschine reversibel, also theoretisch optimal, arbeitet, bleibt die Entropie erhalten und es gilt für die Wärmeaufnahme bzw. -abgabe

$$\frac{Q}{T_k} = \frac{Q_{\text{ab}}}{T_w}. \quad (6.3)$$

Eingesetzt in (6.2) ergibt sich daraus die maximal mögliche Effizienz^a zu

$$\epsilon_{\text{max}} = \frac{Q}{Q \left(\frac{T_w}{T_k} - 1 \right)} = \frac{T_k}{T_w - T_k}. \quad (6.4)$$

Daraus lässt sich die minimale Zeit t_{min} für das Gefrieren abschätzen zu

$$t_{\text{min}} = \frac{Q}{P} \frac{1}{\epsilon_{\text{max}}} = \frac{Q}{P} \frac{T_w - T_k}{T_k} \approx \frac{6,7 \cdot 10^5 \text{ J}}{50 \text{ W}} \frac{25}{273} \approx 1,2 \cdot 10^3 \text{ s} \approx 20 \text{ min}. \quad (6.5)$$

Korrekte Antwort: **D**

^aDiese lässt sich auch durch den Carnot-Wirkungsgrad $\eta_c = 1 - T_k/T_w$ bei den beiden Temperaturen ausdrücken als $\epsilon_{\text{max}} = 1/\eta_c - 1$.

Bewertung - Wasser gefrieren (MC-Aufgabe)		Punkte
6	Bestimmen der Wärmemenge (6.1)	1.0
	Erkennen, dass Effizienz beschränkt ist	0.5
	Verwenden der Entropieerhaltung oder des Carnotwirkungsgrades	0.5
	Angaben der maximalen Effizienz (6.4)	1.0
	Verwenden, dass Arbeit das Produkt aus Leistung und Zeit ist	0.5
	Ableiten einer Formel für die Zeit (6.5)	0.5
	Richtige Antwort	1.0
		5.0

Aufgabe 7 Kaonzerfall (MC-Aufgabe)

(5 Pkt.)

(Aufgabengruppe der PhysikOlympiade - Thomas Hellerl)

Ein Kaon, das sich mit der Geschwindigkeit $0,80\,c$, also 80% der Lichtgeschwindigkeit, im Laborsystem bewegt, zerfällt in zwei Pionen, die sich danach in bzw. gegen die ursprüngliche Bewegungsrichtung des Kaons bewegen. Weitere Teilchen entstehen durch den Zerfall nicht. Für die Ruheenergien $E_{0,K}$ und $E_{0,\pi}$ von Kaon bzw. Pion gilt die Beziehung

$$\kappa = \frac{E_{0,K}}{E_{0,\pi}} = 3,68.$$

Mit welchen Geschwindigkeiten bewegen sich die beiden Pionen nach dem Zerfall im Laborsystem?

- A $-0,039\,c$ und $0,99\,c$
- B $-0,12\,c$ und $0,98\,c$
- C $-0,19\,c$ und $0,92\,c$
- D $-0,21\,c$ und $0,89\,c$

Lösung

Rechnungen und Erläuterungen

Im Ruhesystem des Kaons ist der Impuls gleich Null. Die Pionen müssen nach dem Zerfall aufgrund der Impulserhaltung daher entgegengesetzte aber gleich große Impulse besitzen. Damit ist auch deren Energie identisch, so dass sich in diesem System die anfängliche Ruheenergie $E_{0,K}$ des Kaons symmetrisch auf die beiden Pionen aufteilt. Es gilt also

$$E_{0,K} = 2 E_{\pi} = 2 \gamma E_{0,\pi} = \frac{2}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} E_{0,\pi}, \quad (7.1)$$

wobei $\gamma = \left(1 - \frac{u^2}{c^2}\right)^{-1/2}$ den Lorentz-Faktor und u die Geschwindigkeit der Pionen in dem System bezeichnen.

Mit dem gegebenen Wert von $E_{0,K}/E_{0,\pi} = \kappa$ lässt sich daraus die Geschwindigkeit u bestimmen.

Es ist

$$\kappa = \frac{2}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} \quad \text{und damit} \quad u = \sqrt{1 - \frac{4}{\kappa^2}} c \approx 0,839 c, \quad (7.2)$$

Die Geschwindigkeiten $v_{1,2}$ der beiden Pionen im Laborsystem erhält man durch relativistische Geschwindigkeitsaddition. Sei $w = 0,80 c$ die Geschwindigkeit des Kaons im Laborsystem. Dann ist

$$v_{1,2} = \frac{w \pm u}{1 \pm \frac{wu}{c^2}}. \quad (7.3)$$

Das sich vorwärts bewegende Pion hat somit die Geschwindigkeit:

$$v_1 = \frac{0,80 + 0,839}{1 + 0,80 \cdot 0,839} c \approx 0,98 c. \quad (7.4)$$

Das sich entgegengesetzt bewegende Pion hat die Geschwindigkeit

$$v_2 = \frac{0,80 - 0,839}{1 - 0,80 \cdot 0,839} c \approx -0,12 c. \quad (7.5)$$

Korrekte Antwort: **B**

Bewertung - Kaonzerfall (MC-Aufgabe)		Punkte
7	Betrachten in einem geeigneten Inertialsystem (z.B. Ruhesystem des Kaons)	1.0
	Verwenden der Impuls- und Energieerhaltung (7.1)	1.0
	Bestimmen der Pionengeschwindigkeiten in dem System 7.2	1.0
	Verwenden der relativistischen Geschwindigkeitsaddition (7.3)	1.0
	Angaben der korrekten Lösung	1.0
		5.0

Langaufgaben

Bearbeite die folgenden zwei Aufgaben ebenfalls in den dafür vorgesehenen Boxen. Anders als bei den Multiple-Choice Aufgaben sind keine Lösungsmöglichkeiten gegeben. Beschreibe deinen Lösungsweg so, dass er gut nachvollziehbar aber nicht unnötig lang ist. Wenn du also zum Beispiel den Energieerhaltungssatz verwendest, schreibe dies kurz hin.

Aufgabe 8 Bleistiftmine

(17.0 Pkt.)

(Aufgabengruppe der PhysikOlympiade - Joachim Brucherseifer & Pascal Reeck)

Eine Bleistiftmine gleitet in einem vertikalen homogenen Magnetfeld der magnetischen Flussdichte B reibungsfrei auf zwei um den Winkel $\alpha = 30^\circ$ gegen die Horizontale geneigten, parallelen und ideal leitenden Metallschienen herab. Der Abstand der Schienen beträgt $L = 10 \text{ cm}$ und der Überstand der Mine über die Metallschienen kann vernachlässigt werden. An den Schienen ist eine ideale Spannungsquelle der Spannung $U_0 = 10 \text{ mV}$ mit einem Schalter angeschlossen. Mine, Schienen, Schalter und Spannungsquelle bilden zusammen einen Stromkreis. Der Aufbau ist in Abbildung 6 skizziert.

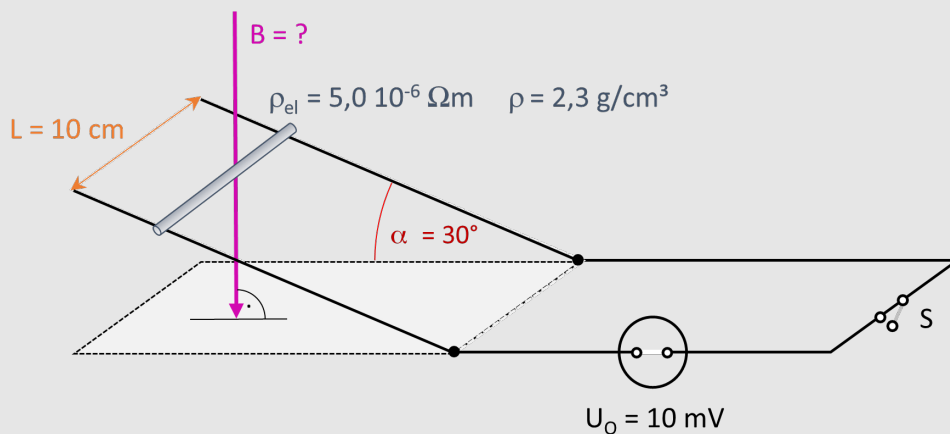


Abb. 6. Skizze zur gleitenden Bleistiftmine

Wird der Schalter geschlossen, so bleibt die Bleistiftmine stehen. Wird der Schalter geöffnet, so gleitet die Mine weiter. Verwende für den spezifischen Widerstand der Mine den Wert $\rho_{\text{el}} = 5,0 \cdot 10^{-6} \Omega \text{ m}$ sowie für die Dichte $\rho = 2,3 \cdot 10^3 \text{ kg m}^{-3}$.

- Gib an, ob die im Bild vordere oder die hintere Schiene am positiven Pol der Gleichspannungsquelle anliegt und begründe dies physikalisch. (2.0 Pkt.)
- Bestimme die Größe B der magnetischen Flussdichte und überprüfe die Korrektheit der Einheiten deines Ergebnisses mit einer Einheitenprobe. (8.0 Pkt.)
- Bestimme die sich einstellende Geschwindigkeit v_H mit der die Bleistiftmine hangabwärts gleitet, wenn die Flussdichte des Magnetfeldes halbiert wird. Führe eine Einheitenprobe für das Ergebnis durch. (7.0 Pkt.)

Lösung

8.a)

Rechnungen und Erläuterungen

Wenn die Mine bei geschlossenem Schalter zur Ruhe kommt, wirkt nur die äußere Spannungsquelle, deren Strom eine Lorentzkraft verursacht, die der Hangabtriebskraft betragsgleich entgegen gerichtet ist. Dies ist nach der rechten-Hand-Regel nur möglich, wenn der positive Pol an der vorderen Schiene anliegt.

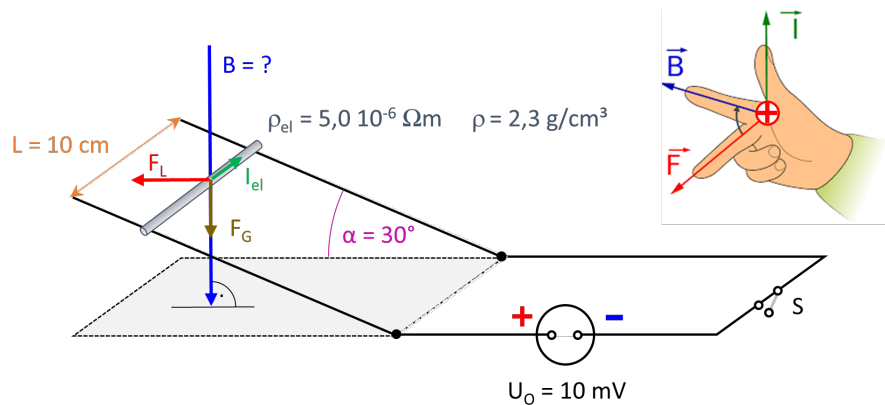


Abb. 7. Skizze zur Erklärung der Stromrichtung und der Polung der Spannungsquelle.

8.b)

Rechnungen und Erläuterungen

Auf die auf den Schienen ruhende Mine wirken die senkrechte Gewichtskraft $\vec{F}_G$ sowie die horizontale Lorentzkraft $\vec{F}_L$. Die Summe dieser Kräfte muss senkrecht auf den Schienen, damit die Mine nicht entlang der Schienen gleitet.

Die nebenstehende Abbildung veranschaulicht die Kräfteaddition. Für die Beträge der Kräfte gilt demnach:

$$\frac{F_L}{F_G} = \tan 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}. \quad (8.1)$$

Die Lorentzkraft ist gegeben durch

$$\vec{F}_L = L \cdot \vec{I} \times \vec{B}. \quad (8.2)$$

Da Strom und Flussdichte senkrecht aufeinander stehen, gilt auch die skalare Schreibweise

$$F_L = L I B. \quad (8.3)$$

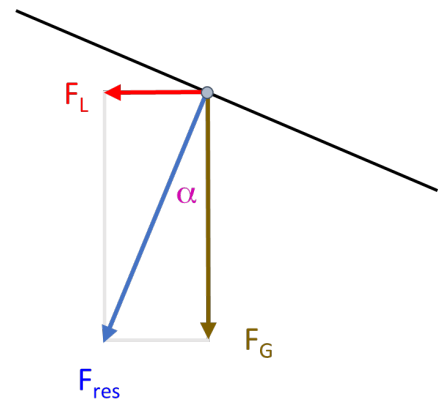


Abb. 8. Skizze zur Kräftezerlegung.

Bei ruhender Mine wird der Strom ausschließlich durch die Spannungsquelle und den Minenwiderstand bestimmt. Der Strom I ergibt sich aus dem ohmschen Gesetz und der Widerstand R aus dem Widerstandsgesetz zu

$$I = \frac{U_0}{R} = \frac{U_0}{\rho_{el} \frac{L}{A}}, \quad (8.4)$$

wobei A die Querschnittsfläche der Bleistiftmine bezeichnet. Einsetzen in die Gleichung (8.3)

der Lorentzkraft ergibt

$$F_L = L \frac{U_0}{R} B = \frac{U_0 A}{\rho_{el}} B. \quad (8.5)$$

Für die Gewichtskraft ergibt sich aus der Zylindergeometrie der Mine

$$F_G = \rho L A g. \quad (8.6)$$

Einsetzen von (8.5) und (8.6) in das Kraftverhältnis (8.1) ergibt

$$\frac{\frac{U_0 A}{\rho_{el}} B}{\rho L A g} = \frac{1}{\sqrt{3}} \quad \text{und damit} \quad \boxed{B = \frac{\rho L g \rho_{el}}{\sqrt{3} U_0}}. \quad (8.7)$$

Die gesuchte Flussdichte ist damit unabhängig vom Leiterquerschnitt und besitzt den Wert

$$\boxed{B = \frac{2,3 \cdot 10^3 \text{ kg m}^{-3} \cdot 0,10 \text{ m} \cdot 9,81 \text{ m s}^{-2} \cdot 5,0 \cdot 10^{-6} \Omega \text{ m}}{\sqrt{3} \cdot 0,01 \text{ V}} \approx 0,65 \text{ T}}. \quad (8.8)$$

Die folgende Probe zeigt, dass auch die Einheiten korrekt sind:

$$[B] = \frac{\text{kg m}^{-3} \cdot \text{m} \cdot \text{m s}^{-2} \cdot \text{V A}^{-1} \text{ m}}{\text{V}}. \quad (8.9)$$

8.c)

Rechnungen und Erläuterungen

Bei halber Flussdichte ist die Lorentzkraft nicht mehr ausreichend, um die Hangabtriebskraft zu kompensieren. Jetzt bewegt sich ein Leiter quer zum Magnetfeld, wodurch in ihm eine Spannung induziert wird, die nach der Lenz'schen Regel der Ursache der Induktion, also der Bewegung, entgegenwirkt. Demzufolge muss ein Strom induziert werden, der den durch die Spannungsquelle hervorgerufenen Strom verstärkt. Die Mine erreicht eine Grenzggeschwindigkeit, bei der die Kräfte am Ende wieder im Gleichgewicht stehen.

Die folgende Abbildung skizziert die Bewegung der Elektronen in der abwärts gleitenden Mine von oben

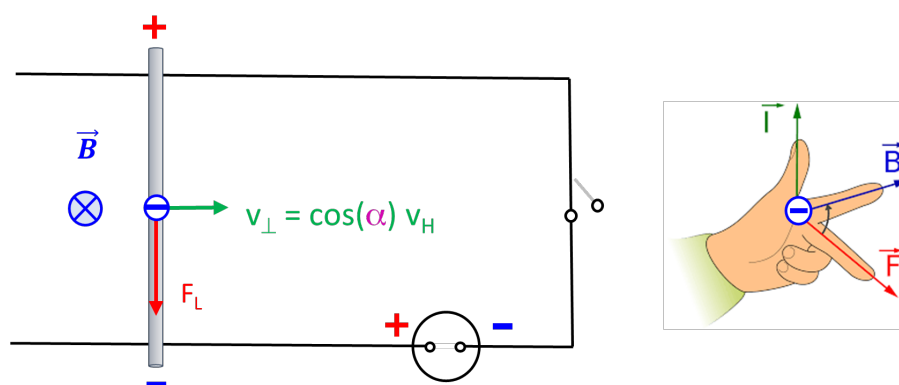


Abb. 9. Skizze zur Induktion in der Mine mit Veranschaulichung der Richtung durch linke-Hand-Regel.

Die so verursachte Ladungstrennung liefert eine Induktionsspannung U_i auf den Schienen, die mit der äußeren Spannung U_0 in Reihe geschaltet ist. Die Gesamtspannung über der

Mine ergibt sich so zu

$$U = U_0 + L \cos(\alpha) v_H \frac{B}{2}. \quad (8.10)$$

Der daraus resultierende Induktionsstrom verstärkt den vorhandenen Feldstrom. Für die Lorentzkraft gilt in dieser Situation mit (8.5) nun

$$F'_L = \frac{U A B}{\rho_{el} \frac{B}{2}} = \left(U_0 + L \cos(\alpha) v_H \frac{B}{2} \right) \frac{A B}{2 \rho_{el}}. \quad (8.11)$$

Der Beitrag des ersten Summanden entspricht wegen $B/2$ statt B genau der Hälfte der zum Halten der Mine nach (8.5) notwendigen Kraft. In dem Fall, in dem die Mine keine Beschleunigung entlang der Schienen mehr erfährt, muss der Beitrag des zweiten Summanden daher die andere Hälfte der für das Kraftgleichgewicht notwendigen Kraft beisteuern und damit genau so groß sein.

Aus $U_0 = L \cos(\alpha) v_H \frac{B}{2}$ folgt für die sich einstellende Hanggeschwindigkeit der Mine

$$v_H = \frac{2 U_0}{L \cos(\alpha) B} = \frac{2 \cdot 0,01 \text{ V}}{0,10 \text{ m} \cos(30^\circ) 0,65 \text{ T}} \approx 0,36 \text{ m s}^{-1}. \quad (8.12)$$

Die folgende Probe zeigt, dass auch die Einheiten korrekt sind:

$$[v_H] = \frac{\text{V}}{\text{m kg A}^{-1} \text{s}^{-2}} = \frac{\text{V A s}^2}{\text{kg m}} = \frac{\text{kg m}^2 \text{s}^{-1}}{\text{kg m}} = \text{m s}^{-1}. \quad (8.13)$$

Dabei wurde verwendet, dass $1 \text{ V A s} = 1 \text{ J} = 1 \text{ kg m}^2 \text{s}^{-2}$.

Bewertung - Bleistiftmine		Punkte
8.a)	Angeben der richtigen Polung	1.0
	Begründen der Polung mit Richtung der Lorentzkraft	1.0
8.b)	Angeben der relevanten Kräfte mit Richtung (auch implizit)	1.0
	Erkennen des Kraftgleichgewichts und Angeben des Kraftverhältnisses (8.1)	1.0
	Ausdrücken der Lorentzkraft durch gegebene Größen und B (8.5)	2.0
	Ausdrücken der Gewichtskraft durch gegebene Größen (8.6)	1.0
	Herleiten eines Ausdrucks für die Flussdichte B (8.7)	1.0
	Berechnen des Werts der Flussdichte (8.8)	1.0
	Durchführen einer Einheitenprobe (8.9)	1.0
8.c)	Erkennen, dass eine Spannung induziert wird, die der Ursache entgegenwirkt	1.0
	Erkennen, dass sich eine Endgeschwindigkeit einstellt	1.0
	Angeben eines Ausdrucks für die Induktionsspannung wie in (8.10)	1.0
	Erkennen, dass die induzierte Spannung gleich U_0 sein muss	1.0
	Herleiten eines Ausdrucks für die Geschwindigkeit v_H (8.12)	1.0
	Berechnen des Werts der Geschwindigkeit in (8.12)	1.0
	Durchführen einer Einheitenprobe (8.13)	1.0
		17.0

Aufgabe 9 Swing-By Manöver und Pioneer-Anomalie**(18.0 Pkt.)***(Idee: Bastian Hacker)*

Die Raumsonde Pioneer 10 wurde 1972 zur Erkundung des äußeren Sonnensystems gestartet und sollte als eines der ersten Raumfahrzeuge das Sonnensystem endgültig verlassen. Mittlerweile befindet sie sich etwa 140 Astronomische Einheiten von der Sonne entfernt.

Nach dem Start hat Pioneer 10 das Schwerefeld der Erde mit einer Geschwindigkeit von $v_0 = 9,4 \text{ km s}^{-1}$ relativ zur Erde und tangential zu ihrer Umlaufbahn verlassen. Von dort flog die Sonde Richtung Jupiter, um ein Swing-by Manöver durchzuführen, das ein Verlassen des Sonnensystems ermöglichen sollte.

Betrachte im Folgenden alle Prozesse innerhalb der Ekliptik und nimm an, dass die Planeten die Sonne auf Kreisbahnen im gleichen Drehsinn umlaufen. Außerdem können folgende Werte für die Bearbeitung verwendet werden:

Radius der Erdbahn (Astronomische Einheit)	$1 \text{ AE} = 149,6 \cdot 10^6 \text{ km}$
Radius der Jupiterbahn	$r_J = 5,2 \text{ AE}$
Sonnenmasse	$M_S = 1,99 \cdot 10^{30} \text{ kg}$
Solarkonstante (Leistung der Sonnenstrahlung im Erdorbit)	$E_0 = 1367 \text{ W m}^{-2}$

- 9.a) Bestimme die Bahngeschwindigkeit v_2 , mit der die Sonde bei der Umlaufbahn des Planeten Jupiter angekommen ist. Nimm dabei an, dass auf die Sonde nur die Gravitationskraft der Sonne wirkt. Bestimme die Geschwindigkeitsanteile $v_{2,\varphi}$ tangential und $v_{2,r}$ senkrecht zur Umlaufbahn von Jupiter. (6.0 Pkt.)

Mit Hilfe eines Flugmanövers durch das Schwerefeld des Jupiters konnte die Raumsonde ihre Geschwindigkeit relativ zur Sonne deutlich erhöhen. Nimm an, dass dieses Swing-by Manöver so durchgeführt wurde, dass die Sonde das Sonnensystem mit möglichst hoher Geschwindigkeit verlassen kann. Du kannst außerdem davon ausgehen, dass die Zeit, in der Pioneer 10 mit Jupiter gravitativ wechselwirkt, klein verglichen mit der Umlaufzeit ist und dass während des Manövers die Gravitationskraft zwischen Sonde und Jupiter dominierend ist.

- 9.b) Bestimme die Radialgeschwindigkeit $v_r(r)$ und insbesondere die Grenzgeschwindigkeit $v_r(\infty)$ der Sonde nach dem Swing-by Manöver als Funktion des Abstandes r zur Sonne. (6.0 Pkt.)

Nachdem sich die Sonde im Jahr 1980 mit 20 AE weit genug von der Sonne entfernt hatte, um den Einfluss verschiedener Kräfte genau genug vorhersagen zu können, wurde eine unerklärliche, winzige Komponente in deren Beschleunigung entdeckt. Diese sogenannte Pioneer-Anomalie hat Anlass zu zahlreichen Spekulationen über mögliche Modifikationen der Naturgesetze gegeben.

Die stärkste Kraft auf die Sonde, deren Masse zu 241 kg angenommen werden kann, wird nach der Gravitation von dem Strahlungsdruck durch die Sonnenstrahlung verursacht. Die Parabolantenne, die einen Durchmesser von $d = 2,77 \text{ m}$ besitzt und bei größeren Entfernungen etwa in Richtung Sonne zeigt, absorbiert 20 % des Sonnenlichts und reflektiert den Rest zurück in Richtung Sonne.

- 9.c) Bestimme näherungsweise, welche Beschleunigung sich aus dem Strahlungsdruck der Sonne für die Sonde in einem Abstand $r \gg 1 \text{ AE}$ zur Sonne ergibt. Gib an, wie groß der Beitrag im Jahr 1990 für $r = 50 \text{ AE}$ gewesen ist und vergleiche ihn mit der Beschleunigung durch die Gravitation im Schwerefeld der Sonne. (6.0 Pkt.)

Die beobachtete, unerklärte Beschleunigung war zwar in ähnlicher Größenordnung, zeigte allerdings in Richtung Sonne. Daher wurden auch weitere Effekte wie der Sonnenwind, der Einfluss anderer Himmelskörper, der Rückstoß durch das Funkmodul und vor allen Dingen nicht-isotrope thermische Emission untersucht, die am Ende, bis auf Abweichungen im Rahmen der Unsicherheiten, eine Erklärung für die Pioneer-Anomalie liefern konnten.

Lösung

9.a)

Rechnungen und Erläuterungen

Das Gravitationspotential im Schwerefeld der Sonne in einem Abstand r von der Sonne beträgt

$$\phi(r) = -\frac{G M_s}{r}, \quad (9.1)$$

wobei G die Gravitationskonstante und M_s die Sonnenmasse bezeichnen. Für kreisförmige Planetenbahnen ist die Gravitationskraft gleich der Zentripetalkraft, d.h. es gilt

$$F_G = m \frac{G M_s}{r^2} = m \frac{v^2}{r} = F_z, \quad \text{bzw.} \quad v^2 = \frac{G M_s}{r} = -\phi(r). \quad (9.2)$$

Dies entspricht dem Virialsatz, nach dem für diesen Fall $E_{\text{kin}} = -\frac{1}{2} E_{\text{pot}}$ gilt. Für die Bahngeschwindigkeit v_E der Erde gilt daher mit $r = r_E = 1 \text{ AE}$:

$$v_E^2 = -\phi(r_E) = \frac{G M_s}{1 \text{ AE}} \approx (29,8 \text{ km s}^{-1})^2. \quad (9.3)$$

Die in der Aufgabenstellung gegebene Geschwindigkeit v_0 bezeichnet die Geschwindigkeit, die die Sonde relativ zur Erde besitzt, wenn sie der Erde geometrisch noch nahe ist, der Einfluss der Erdschwerkraft aber bereits unerheblich ist. Die Sonde verlässt daher die Erdbahn mit der Geschwindigkeit^a

$$v_1 = v_0 + v_E \approx 9,4 \text{ km s}^{-1} + 29,8 \text{ km s}^{-1} = 39,2 \text{ km s}^{-1} \quad (9.4)$$

und kommt im Jupiterorbit (Bahnradius $r_J = 5,2 r_E$) mit der Geschwindigkeit v_2 an. Für diese folgt über die Energieerhaltung

$$E_{\text{kin}} + E_{\text{pot}} = \frac{1}{2} m v^2(r) + m \phi(r) = \text{const.} \quad \text{bzw.} \quad \frac{1}{2} v_1^2 - \frac{G M_s}{r_E} = \frac{1}{2} v_2^2 - \frac{G M_s}{r_J}. \quad (9.5)$$

Damit ist

$$v_2 = \sqrt{v_1^2 + 2 \phi(r_E) \cdot (1 - 1/5,2)} \approx 10,1 \text{ km s}^{-1}. \quad (9.6)$$

Für die Untersuchung des Swing-by Manövers wird der radiale Anteil v_{2r} und der tangentielle Anteil $v_{2\varphi}$ dieser Geschwindigkeit bezogen auf die Sonne benötigt. Der Drehimpulserhaltungssatz $v_\varphi r = \text{const.}$ liefert

$$v_{2\varphi} = v_1/5,2 \approx 7,5 \text{ km s}^{-1} \quad \text{und somit} \quad v_{2r} = \sqrt{v_2^2 - v_{2\varphi}^2} \approx 6,7 \text{ km s}^{-1}. \quad (9.7)$$

^aWenn die Sonde entgegen der Bahngeschwindigkeit der Erde gestartet wäre, müsste hier die Differenz betrachtet werden. Da die Sonde dann aber Jupiter nicht erreicht hätte, ist dieser Fall nicht relevant.

9.b)

Rechnungen und Erläuterungen

Jupiter selbst bewegt sich mit einer Bahngeschwindigkeit v_J in tangentialer Richtung, für die mit Gleichung (9.2) gilt:

$$v_J^2 = -\phi(r_J) \approx (13,1 \text{ km s}^{-1})^2. \quad (9.8)$$

Betrachte das Swing-by Manöver im Ruhesystem des Jupiter. Dort ist das Potential statisch, so dass der Geschwindigkeitsbetrag der Sonde aufgrund der Energieerhaltung vor und nach dem Manöver identisch ist. Es gilt also

$$\sqrt{v_{2r}^2 + (v_{2\varphi} - v_J)^2} = \sqrt{v_{3r}^2 + (v_{3\varphi} - v_J)^2}, \quad (9.9)$$

wobei v_3 die Geschwindigkeit im sonnenfesten System nach dem Swing-by Manöver bezeichnet und verwendet wurde, dass Jupiter den gleichen Umlaufsinn um die Sonne wie die Erde besitzt. Die linke Seite ist bereits bekannt und der Betrag von v_3 soll maximiert werden. Der Betrag einer Summe von zwei Vektoren gegebener Länge wird aber genau dann maximal wenn die Vektoren parallel ausgerichtet sind. Daher ist die Austrittsgeschwindigkeit v_3 im Idealfall wieder tangential zur Bahn und $v_{3r} = 0$. Damit liefert Gleichung (9.9):

$$v_3 = v_{3\varphi} = v_J + \sqrt{v_{2r}^2 + (v_{2\varphi} - v_J)^2} \approx 21,8 \text{ km s}^{-1}. \quad (9.10)$$

Die weitere Bahngeschwindigkeit folgt erneut aus der Energieerhaltung:

$$v(r) = \sqrt{v_3^2 + 2(\phi(r_J) - \phi(r))} = \sqrt{v_3^2 + 2\phi(r_J)(1 - r_J/r)}. \quad (9.11)$$

Die Radialgeschwindigkeit lässt sich wieder aus der Drehimpulserhaltung ableiten und beträgt

$$\begin{aligned} v_r(r) &= \sqrt{v_3^2 + 2\phi(r_J)(1 - r_J/r)} \sqrt{1 - (r_J/r)^2} \\ &\approx \sqrt{(21,8 \text{ km s}^{-1})^2 - 2(13,1 \text{ km s}^{-1})^2(1 - 5,2 \text{ AE}/r)} \sqrt{1 - (5,2 \text{ AE}/r)^2}. \end{aligned} \quad (9.12)$$

Insbesondere ergibt sich die Grenzggeschwindigkeit der Sonde aus Gleichung (9.12) zu

$$v_r(\infty) = \sqrt{v_3^2 + 2\phi(r_J)} \approx \sqrt{(21,8 \text{ km s}^{-1})^2 - 2(13,1 \text{ km s}^{-1})^2} \approx 11,5 \text{ km s}^{-1}. \quad (9.13)$$

Mit dieser Geschwindigkeit verlässt Pioneer 10 das Sonnensystem.

9.c)

Rechnungen und Erläuterungen

Für die Photonen des Sonnenlichts gilt die relativistische Energie-Impuls Beziehung

$$E = c p. \quad (9.14)$$

Im Abstand r zur Sonne erreicht die Sonde eine Strahlungsleistung pro Fläche von

$$\frac{P}{A} = E_0 \left(\frac{1 \text{ AE}}{r} \right)^2, \quad (9.15)$$

wobei $A = \pi d^2/4$ die Querschnittsfläche der Sonde angibt. Damit ergibt sich eine Kraft auf die Sonde von $F = \dot{p} = P/c$. Dabei überträgt der reflektierte Anteil der Strahlung den

doppelten Impuls, so dass sich für die Beschleunigung

$$a_{\text{Strahlung}}(r) = \frac{F}{m} = \frac{(2 \cdot 0,8 + 0,2) P}{m c} = \frac{1,8 \pi d^2 E_0}{4 m c} \left(\frac{1 \text{ AE}}{r} \right)^2 \quad (9.16)$$

ergibt. Damit ist die Beschleunigung ausgedrückt durch die Beschleunigung bei $r = 50 \text{ AE}$

$$a_{\text{Strahlung}}(r) = 8,2 \cdot 10^{-11} \text{ m s}^{-2} \cdot \left(\frac{50 \text{ AE}}{r} \right)^2. \quad (9.17)$$

Die Gravitationsbeschleunigung durch die Sonne beträgt hingegen ausgedrückt durch die Beschleunigung bei $r = 50 \text{ AE}$

$$a_G(r) = -\frac{G M_S}{(50 \text{ AE})^2} \left(\frac{50 \text{ AE}}{r} \right)^2 = -2,4 \cdot 10^{-6} \text{ m s}^{-2} \cdot \left(\frac{50 \text{ AE}}{r} \right)^2. \quad (9.18)$$

Der Betrag der Gravitationsbeschleunigung ist also, unabhängig vom Abstand zur Sonne, beinahe 29,000 mal größer als der der Beschleunigung durch die Sonnenstrahlung.

Hinweis: Die Aufgabe war in einer erweiterten Fassung eine Hausaufgabe der 2. Runde zur IPhO 2012. Die damalige Aufgabe kann mit Lösung auf der Webseite der PhysikOlympiade heruntergeladen werden..

Bewertung - Swing-By Manöver und Pioneer-Anomalie		Punkte
9.a)	Angeben eines Ausdrucks für das Gravitationspotential (9.1)	1.0
	Bestimmen der Bahngeschwindigkeit der Erde (9.3)	1.0
	Berechnen der Sondengeschwindigkeit im Erdorbit (9.4)	0.5
	Aufstellen des Energiesatzes (9.5)	1.0
	Bestimmen der Geschwindigkeit vor dem Swing-By (9.6)	1.0
	Nutzen der Drehimpulserhaltung und Angeben der Komponenten (9.7)	1.5
9.b)	Bestimmen der Bahngeschwindigkeit von Jupiter (9.8)	1.0
	Behandlung des Swing-by Manövers (z.B. im Jupitersystem) und Angeben eines Ausdrucks für v_3 (9.10)	2.0
	Maximieren durch tangentielle Geschwindigkeit und Angeben von v_3 (9.9)	1.0
	Berechnen der Radialgeschwindigkeit (9.12)	1.0
	Angeben des Grenzfalles für große Abstände (9.13)	1.0
9.c)	Nutzen der relativistischen Energie-Impuls Beziehung (9.14)	0.5
	Bestimmen der Strahlungsleistung pro Fläche (9.15)	1.0
	Betrachten des Impulsübertrags und Ansatz für Kraft	1.5
	Bestimmen eines Ausdrucks für die Beschleunigung (9.16)	1.0
	Berechnen des numerischen Ergebnisses (9.17)	0.5
	Berechnen der Gravitationsbeschleunigung durch die Sonne (9.18)	1.0
	Vergleich der beiden Beschleunigungen	0.5
		18.0