Lösungen zu den Vorbereitungsaufgaben für die 2. Wettbewerbsrunde

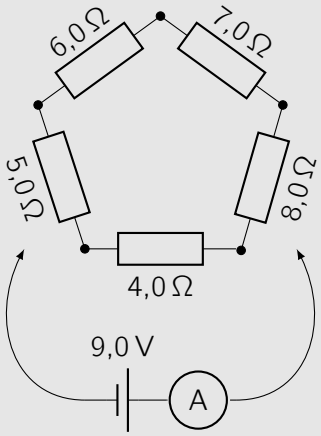
Aufgabe 1 Fünfeck aus Widerständen (MC-Aufgabe)

(2. Rd. zur IPhO 2019)

Eine Batterie mit einer Spannung von 9,0 V ist mit einem idealen Amperemeter in Reihe geschaltet. Die Reihenschaltung kann an zwei beliebige Ecken des abgebildeten Widerstandfünfecks angeschlossen werden.

Wie groß ist die betragsmäßig kleinste Stromstärke, die dabei durch das Amperemeter fließt?

A 0,30 A B 0,60 A C 1,2 A D 2,3 A



Lösung

Rechnungen und Erläuterungen

Wenn die Batterie mit dem Amperemeter an zwei verschiedene Ecken des Widerstandsfünfecks angeschlossen wird, fließt der Strom durch eine Parallelschaltung mit zwei Zweigen, in denen jeweils bis zu vier Widerstände in Reihe geschaltet sind. Die Zusammensetzung der beiden Parallelzweige ist davon abhängig, an welchen Ecken die Batterie angeschlossen wird. Die Stromstärke I, die durch das Amperemeter fließt, ergibt sich aus der Batteriespannung $U = 9{,}0\,\mathrm{V}$ und dem Ersatzwiderstand R_{Ersatz} der Parallelschaltung zu $\frac{U}{R_{\mathrm{Ersatz}}}$.

Bei einer Parallelschaltung zweier Widerstände mit Widerstandswerten R_1 und R_2 beträgt der Wert des Ersatzwiderstandes $R_{\mathrm{Ersatz}} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$ und ist damit immer kleiner als der kleinste Widerstandswert eines der Parallelzweige. Für einen möglichst geringen Strom muss daher die Batterie so angeschlossen werden, dass der Widerstandswert in dem Parallelzweig mit dem kleineren Widerstandswert möglichst groß wird. Die Summe der fünf Widerstände ist konstant. Daher ist diese Bedingung genau dann erfüllt, wenn beide Parallelzweige den gleichen Widerstandswert besitzen. Dies wird erreicht, wenn die Batterie mit dem Amperemeter an der Ecke zwischen dem 6,0 Ω und 7,0 Ω sowie zwischen dem 4,0 Ω und 8,0 Ω Widerstand angeschlossen wird.

In diesem Fall besitzen beide Parallelzweige einen Widerstandswert von 15,0 Ω und der Ersatzwiderstand beträgt $R_{\mathrm{Ersatz}} = 7{,}5\,\Omega$. Damit ist die Stromstärke:

$$\boxed{I = \frac{U}{R_{\mathrm{Ersatz}}} \approx 1{,}2\,\mathrm{A}}\,. \tag{1.1}$$

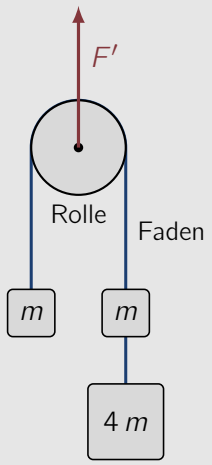
Korrekte Antwort: *C*

Aufgabe 2 Atwoodsche Fallmaschine (MC-Aufgabe)

(2. Rd. zur IPhO 2026, Aufgabengruppe der PhysikOlympiade - Titus Bornträger)

Professor Atwood kommt gerade von einer Tagung zurück, da bastelt er schon am nächsten Experiment: Er legt einen Faden über eine Rolle und befestigt an beiden Enden des Fadens je einen Körper der Masse m. Nimm an, dass der Faden und die Rolle masselos sind und dass die Rolle frei um ihre zentrale Achse rotieren kann. Er hält nun die Achse der Rolle fest und misst die Kraft F, mit welcher er sie nach oben ziehen muss, um die Rolle mit den Körpern an ihrer Position zu halten.

Jetzt hängt er, wie in der Abbildung gezeigt, an das rechte Massestück einen zusätzlichen Körper mit der Masse $4\,m$. Er hält wieder die Achse fest.



Wie groß ist die Kraft F', mit der er in der gezeigten Situation an der Achse ziehen muss, um sie an ihrer Position zu halten?

A $\frac{5}{3}F$ B $2F$ C $\frac{5}{2}F$ D $3F$

Lösung

Rechnungen und Erläuterungen

Im ersten Fall sind die Gewichtskräfte der Körper auf beiden Seiten der Rolle identisch. Die Gewichtskraft des Körpers auf einer Seite wird durch die Fadenspannung jeweils auf den Körper auf der anderen Seite der Rolle übertragen, so dass auf beide Körper keine resultierende Kraft wirkt und diese damit nicht beschleunigt werden.

Daher ist die Kraft F gegeben als die Summe der Gewichtskräfte der beiden Körper, also durch

$$F = 2\,m\,g\,. \tag{2.1}$$

Im skizzierten zweiten Experiment wirkt auf die Körper eine resultierende Kraft, da die Gesamtmasse auf beiden Seiten der Rolle unterschiedlich groß ist. Die insgesamt beschleunigende Kraft auf die Körper entspricht der Differenz der Gewichtskraft der Körper auf beiden Seiten, also $4\,m\,g$. Beschleunigt werden aber alle Körper, so dass die beschleunigte Masse der Summe der Massen aller Körper, also $6\,m$ entspricht. Damit ist der Betrag der Beschleunigung gegeben durch

$$a = \frac{4\,m\,g}{6\,m} = \frac{2}{3}\,g\,. \tag{2.2}$$

Die Kraft F' mit der die Rolle an der Achse gehalten werden muss lässt sich bestimmen, indem man die Zugkraft auf den Faden auf der linken oder rechten Seite der Rolle bestimmt und diese mal zwei nimmt[a]. Damit ist

$$\boxed{F' = 2\cdot m\,(g+a) = \frac{10}{3}\,m\,g = \frac{5}{3}\,F} \quad \text{bzw.} \quad \boxed{F' = 2\cdot 5\,m\,(g-a) = \frac{10}{3}\,m\,g = \frac{5}{3}\,F}\,. \tag{2.3}$$

Korrekte Antwort: *A*

Bemerkung: Die Lösung kann auch auf anderen Wegen erhalten werden. Zum Beispiel kann die zeitliche Änderung $\dot{p}$ des Gesamtimpulses der drei Körper betrachtet werden, die durch die Summe der Gewichtskräfte sowie der Kraft F' auf die Achse der Rolle hervorgerufen wird. Zu beachten ist dabei die Orientierung

der Kräfte und Beschleunigungen. Es gilt

$$F' - (2+4)\,m\,g = \dot{p} = m\,a - (1+4)\,m\,a\,. \tag{2.4}$$

Mit der Beschleunigung (2.2) ergibt sich daraus ebenfalls

$$\boxed{F' = m\,(6\,g - 4\,a) = \left(6 - \frac{8}{3}\right)\,m\,g = \frac{10}{3}\,m\,g = \frac{5}{3}\,F}\,. \tag{2.5}$$

[a] Der Faktor 2 stammt daher, dass die Zugkraft im Faden auf beiden Seiten der Rolle identisch sein muss, andernfalls würde der Faden auseinanderreißen oder nicht mehr gespannt sein

Aufgabe 3 Wärmeleitung (MC-Aufgabe)

(2. Rd. zur IPhO 2020)

Die Enden von drei runden Metallstäben aus identischem Material werden jeweils auf konstanten Temperaturen gehalten. Für die Stäbe sind die folgenden Daten bekannt:

Stab I - Durchmesser: 2,0 cm, Länge: 20 cm, Temperaturen der Stabenden: 50 °C und 20 °C
Stab II - Durchmesser: 3,0 cm, Länge: 50 cm, Temperaturen der Stabenden: 60 °C und 30 °C
Stab III - Durchmesser: 4,0 cm, Länge: 80 cm, Temperaturen der Stabenden: 70 °C und 40 °C

Wie verhalten sich die durch die Stäbe aufgrund von Wärmeleitung übertragenen Wärmeleistungen P_I, P_II und P_III zueinander (Die Leistungen können alle als positiv angenommen werden)?

A $P_\mathrm{I} < P_\mathrm{II} = P_\mathrm{III}$ B $P_\mathrm{I} = P_\mathrm{II} < P_\mathrm{III}$ C $P_\mathrm{II} < P_\mathrm{I} = P_\mathrm{III}$ D $P_\mathrm{III} < P_\mathrm{II} < P_\mathrm{I}$

Lösung

Rechnungen und Erläuterungen

Die übertragene Wärmeleistung P ist nach dem Fourierschen Gesetz proportional zur Querschnittsfläche des Stabes und damit zum Quadrat des Durchmessers d. Außerdem ist sie proportional zur Temperaturdifferenz ΔT zwischen den Stabenden und invers proportional zur Länge des Stabes ℓ. Es gilt also:

$$P \sim \frac{d^2}{\ell}\,\Delta T\,. \tag{3.1}$$

Die Temperaturdifferenz ist für alle Stäbe identisch. Entscheidend ist daher das Verhältnis d^2/ℓ. Dieses ist für Stab I und III identisch und beträgt für Stab II nur 9/10 des Wertes der anderen beiden Stäbe. Damit ist $P_\mathrm{II} < P_\mathrm{I} = P_\mathrm{III}$

Korrekte Antwort: *C*

Aufgabe 4 Coulombkraft (MC-Aufgabe)

(1. Rd. zur IPhO 2017)

Zwei gleich große, geladene Metallkugeln befinden sich in einem sehr großen Abstand voneinander. Die Ladung der einen Kugel ist drei mal so groß wie die der anderen. Die Kraft, die die Kugeln aufeinander ausüben, ist F. Nun werden die Kugeln miteinander in Kontakt gebracht und anschließend in einem Abstand positioniert, der doppelt so groß wie anfänglich ist.

Wie groß ist jetzt etwa die Kraft zwischen ihnen?

A $0,25\,F$ B $0,33\,F$ C $0,50\,F$ D Die Kraft bleibt gleich.

Lösung

Rechnungen und Erläuterungen

Die Coulombkraft F, die die beiden Kugeln anfänglich aufeinander ausüben, beträgt:

$$F = \frac{1}{4\,\pi\,\varepsilon_0}\,\frac{3\,q^2}{r^2}\,. \tag{4.1}$$

Die Ladungen der beiden Kugeln werden dabei mit q bzw. $3\,q$ bezeichnet und deren anfänglicher Abstand mit r. Wenn sich die Kugeln berühren, gleichen sich die Ladungen aus, so dass jede Kugel eine Ladung $2\,q$ trägt. Nach der Abstandsänderung beträgt die Kraft daher

$$F' = \frac{1}{4\,\pi\,\varepsilon_0}\,\frac{(2\,q)^2}{4\,r^2} = \frac{1}{3}\,F \approx 0,33\,F\,. \tag{4.2}$$

Korrekte Antwort: *B*

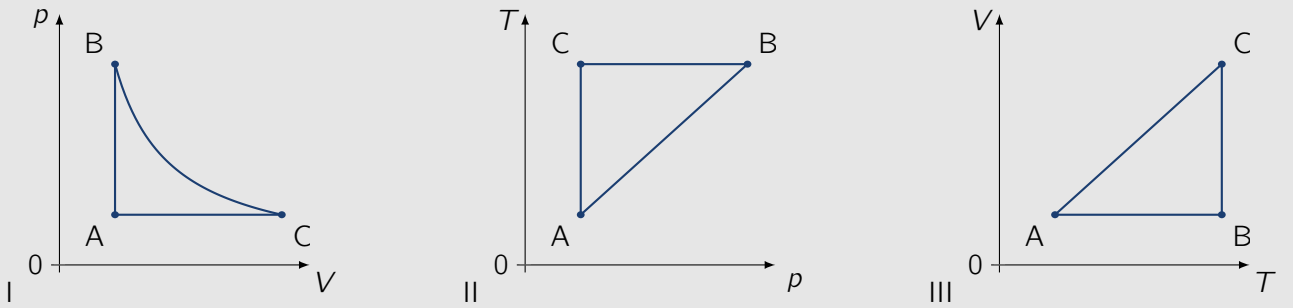
Aufgabe 5 Kreisprozess (MC-Aufgabe)

(2. Rd. zur IPhO 2019)

Ein ideales Gas durchläuft einen Kreisprozess. Ausgehend von dem Zustand A wird es zunächst bei konstantem Volumen bis zu einem Zustand B erwärmt, anschließend expandiert es ohne Temperaturänderung bis zu einem Zustand C und wird schließlich isobar wieder zum Ausgangszustand A komprimiert.

Bezeichne mit p, V und T den Druck, das Volumen und die Temperatur des Gases.

Welche der nachfolgenden Graphen stellen den Kreisprozess korrekt dar?



A Nur die Graphen I und II.

B Nur die Graphen I und III.

C Nur die Graphen II und III.

D Alle drei Graphen.

Lösung

Rechnungen und Erläuterungen

Die Zustandsänderungen eines idealen Gases lassen sich mit der Zustandgleichung

$$pV \sim T \tag{5.1}$$

beschreiben. Betrachte die einzelnen Abschnitte des Kreisprozesses.

Abschnitt A-B: In diesem Abschnitt ist das Volumen V konstant und damit $T \sim p$. Diese Abhängigkeiten finden sich in allen drei Graphen.

Abschnitt B-C: In diesem Abschnitt ist die Temperatur T konstant und damit $p \sim \frac{1}{V}$. Diese Abhängigkeiten finden sich ebenfalls in allen drei Graphen.

Abschnitt C-A: Bei einer isobaren Zustandsänderung ist der Druck p konstant und damit $V \sim T$. Auch diese Abhängigkeiten sind in allen drei Graphen zu finden.

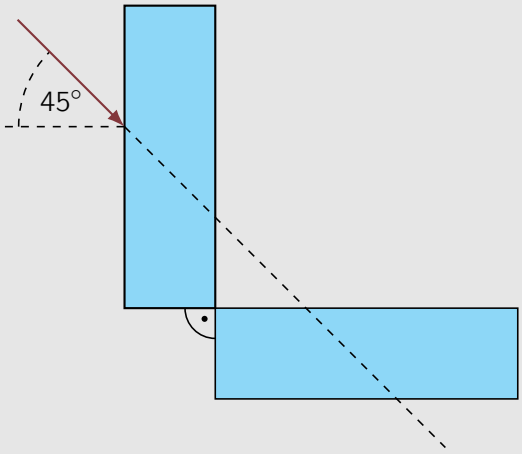
Damit stellen alle drei Graphen den Kreisprozess richtig dar.

Korrekte Antwort: *D*

Aufgabe 6 Lichtbrechung (MC-Aufgabe)

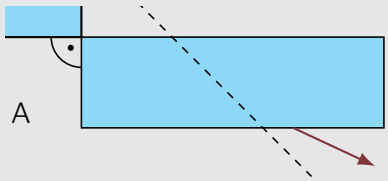
(2. Rd. zur IPhO 2020)

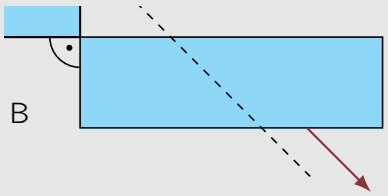
Ein Lichtstrahl trifft, wie nebenstehend abgebildet, auf eine Anordnung von zwei gleich großen, senkrecht zueinander aufgebauten Glasquadern und wird beim Eintritt in den ersten Quader gebrochen. Der Brechungsindex des Glases beträgt 1,5. Außerhalb der Quader befindet sich Luft.

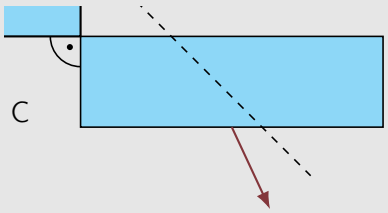


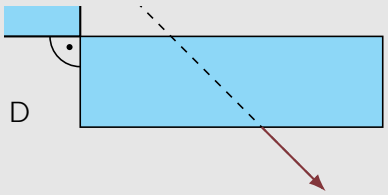
Welcher der folgenden Abbildungsausschnitte zeigt den Verlauf des gebrochenen Lichtstrahls nach dem Austritt aus dem zweiten Quader?

Der Verlauf des Lichtstrahls in dem Quader ist dabei nicht dargestellt und die gestrichelte Linie gibt den Verlauf des ungebrochenen Lichtstrahls wieder.









Lösung

Rechnungen und Erläuterungen

Bei der Brechung eines Lichtstrahls an der Grenzfläche zwischen zwei Medien mit den Brechungsindizes n_1 und n_2 gilt für die Lotwinkel α_1 und α_2 des einfallenden bzw. des gebrochenen Strahles das Snelliussche Brechungsgesetz

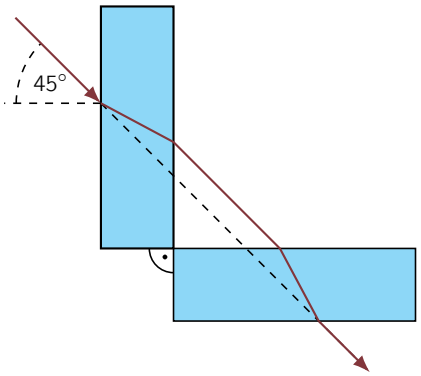
$$n_1 \sin\alpha_1 = n_2 \sin\alpha_2 \,.$$

Bei Eintritt in den ersten Glasquader wird der Lichtstrahl zum Lot hin gebrochen. Beim Austritt aus diesem vom Lot weg. Durch zweimalige Anwendung des Brechungsgesetzes ist leicht einzusehen, dass der Lotwinkel nach Austritt aus dem ersten Glasquader erneut 45° beträgt. Der Lichtstrahl ist allerdings verglichen mit dem Verlauf des ungebrochenen Lichtstrahls nach oben parallel verschoben.

Der Lichtstrahl trifft dann unter einem Lotwinkel von ebenfalls 45° auf den zweiten Glasquader und wird analog durch diesen lediglich verschoben, dieses Mal zu dem gestrichelten Verlauf hin. Da beide Glasquader gleich groß sind, ist auch die Verschiebung gleich groß, so dass der Lichtstrahl nach dem Austritt aus dem zweiten Glasquader auf der gestrichelten Linie verläuft.

Damit ist Antwort D die richtige.

Bemerkung: Man kann die Lösung auch direkt durch Konstruktion des Verlaufs des Lichtstrahls mit Hilfe des Brechungsgesetzes in der Skizze herleiten. Dies ist nebenstehend skizziert. Der Lotwinkel in den Glasquadern beträgt dabei etwa 28°.



Korrekte Antwort: *D*

Aufgabe 7 Interferenz (MC-Aufgabe)

(2. Rd. zur IPhO 2020)

In einem Versuch fällt einfarbiges Laserlicht senkrecht auf ein optisches Gitter mit 300 Linien pro mm. Hinter dem Gitter wird das Interferenzmuster auf einem Schirm beobachtet. Der Abstand des Schirms zum Gitter ist dabei sehr groß gegenüber der Ausdehnung des Interferenzmusters.

Die nebenstehenden Graustufenbilder zeigen die bei Verwendung von zwei Lasern mit unterschiedlichen Wellenlängen aber ansonsten gleicher Versuchsanordnung auf dem Schirm entstehenden Interferenzmuster. Die Wellenlänge des vom ersten Laser emittierten Lichts beträgt 650 nm.

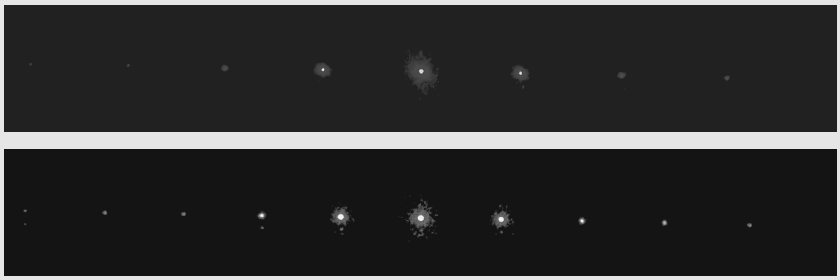


Abb. 1. *Interferenzmuster auf dem Schirm für eine Wellenlänge von* 650 nm *(oben) und eine zweite unbekannte Wellenlänge (unten). Die Bilder zeigen den gleichen Ausschnitt des Schirms.*

Wie groß ist die Wellenlänge des vom zweiten Laser emittierten Laserlichts?

A etwa 450 nm B etwa 530 nm C etwa 610 nm D etwa 690 nm

Lösung

Rechnungen und Erläuterungen

Da der Abstand des Schirms zum Gitter groß verglichen mit dem Interferenzmuster auf dem Schirm ist, kann die Interferenz für kleine Winkel zu dem einfallenden Strahl betrachtet werden. Für den Abstand d_n des n-ten Interferenzmaximums auf dem Schirm vom Hauptmaximum in der Mitte gilt daher

$$n\lambda = g\frac{d_n}{\ell}\,. \tag{7.1}$$

Dabei bezeichnen λ die Wellenlänge des verwendeten Laserlichts, g die Gitterkonstante des optischen Gitters und ℓ den Abstand des Gitters vom Schirm. Bezeichne mit $\lambda_1 = 650\,\text{nm}$ die Wellenlänge des ersten Lasers und mit λ_2 die unbekannte Wellenlänge des zweiten Lasers. Da für beide Laser der gleiche

Versuchsaufbau verwendet wurde, gilt bei Betrachtung der gleichen Beugungsordnung n mit (7.1)

$$\frac{\lambda_1}{d_{n,1}} = \frac{\lambda_2}{d_{n,2}} \quad \text{bzw.} \quad \boxed{\lambda_2 = \lambda_1 \frac{d_{n,2}}{d_{n,1}}}. \tag{7.2}$$

In den Abbildungen kann man zum Beispiel den Abstand der Interferenzmaxima zweiter Ordnung ausmessen und vergleichen. Es ergibt sich ein Verhältnis von $\frac{d_{n,2}}{d_{n,1}} \approx (0{,}81 \pm 0{,}01)$. Damit beträgt die Wellenlänge des zweiten Lasers $\lambda_2 = (527 \pm 7)\,\text{nm} \approx 530\,\text{nm}$ und Antwort B ist korrekt.

Korrekte Antwort: *B*

Aufgabe 8 Bleiglasfenster (MC-Aufgabe)

(2. Rd. zur IPhO 2022, Aufgabengruppe der PhysikOlympiade - Stefan Petersen)

Räume mit Röntgengeräten werden durch dicke Wände und Fenster aus Bleiglas abgeschirmt. Ein Bleiglasfenster mit einer Dicke von 2,0 cm kann bereits 75 % der Intensität von Röntgenstrahlung abschirmen.

Wie dick muss das Bleiglasfenster sein, damit die Intensität der Strahlung hinter dem Fenster nur noch 1 % der Intensität vor dem Fenster beträgt?

A etwa 2,7 cm B etwa 4,0 cm C etwa 6,6 cm D etwa 9,2 cm

Lösung

Rechnungen und Erläuterungen

Die anfängliche Intensität I_0 der Strahlung wird durch das Bleiglasfenster exponentiell gedämpft. Bezeichne mit d die Dicke des Fensters, dann gilt für die Intensität $I(d)$ hinter dem Fenster:

$$I(d) = I_0 \cdot e^{-\frac{d}{\lambda}}. \tag{8.1}$$

Dabei ist λ eine materialabhängige Größe, die angibt, nach welcher Dicke die Strahlungsintensität auf $1/e$ des Ausgangswertes abgefallen ist.

In der Aufgabenstellung ist angegeben, dass die Intensität nach einer Bleiglasdicke von $d_{25\,\%} = 2{,}0\,\text{cm}$ nur noch 25 % der anfänglichen Intensität vorhanden sind. Daraus folgt:

$$0{,}25 \cdot I_0 = I_0 \cdot e^{-\frac{d_{25\,\%}}{\lambda}} \quad \text{und damit durch Logarithmieren} \quad \lambda = -\frac{d_{25\,\%}}{\ln 0{,}25} = \frac{d_{25\,\%}}{\ln 4{,}0}. \tag{8.2}$$

Daraus folgt für die gesuchte Dicke erneut durch Logarithmieren von (8.1) und Nutzen von (8.2)

$$\boxed{d_{1\,\%} = -\ln(1\,\%) \cdot \lambda = \ln(100) \cdot \lambda = d_{25\,\%} \cdot \frac{\ln(100)}{\ln 4{,}0} \approx 6{,}6\,\text{cm}}. \tag{8.3}$$

Korrekte Antwort: *C*

Aufgabe 9 Wettlauf zwischen Photon und Proton

(2. Rd. zur IPhO 2019, Aufgabengruppe der PhysikOlympiade - Richard Reindl & Thomas Hellerl)

Bei einer Supernova in Barnards Galaxie, einer Nachbargalaxie unserer Milchstraße, gehen ein Photon und ein Proton gleichzeitig auf die Reise zur Erde. Dort wird das Proton 72 Stunden später registriert als das Photon. Die Gesamtenergie des Protons beträgt $9{,}38\,\mathrm{TeV} = 9{,}38 \cdot 10^{12}\,\mathrm{eV}$.

9.a) Zeige, dass die Gesamtenergie des Protons etwa das 10.000-fache seiner Ruheenergie beträgt. *(3,0 Pkt.)*

9.b) Berechne, in welcher Entfernung von der Erde die Supernova stattfand. Gib dein Ergebnis in Lichtjahren an. *(5,0 Pkt.)*

9.c) Bestimme, wie lange die Reise des Protons in seinem Bezugssystem gedauert hat. *(2,0 Pkt.)*

Lösung

9.a)

Rechnungen und Erläuterungen

Bezeichne mit $E_0 = m_\mathrm{p} c^2$ die Ruheenergie des Protons. Dann gilt für das Verhältnis γ der Energie E des Protons zu dessen Ruheenergie:

$$\boxed{\gamma = \frac{E}{E_0} = \frac{9{,}38\,\mathrm{TeV}}{m_\mathrm{p} c^2} = \frac{9{,}38 \cdot 10^{12} \cdot 1{,}60 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{J}}{1{,}67 \cdot 10^{-27}\,\mathrm{kg} \cdot (3{,}00 \cdot 10^{8}\,\mathrm{m\,s^{-1}})^2} = 9{,}99 \cdot 10^3 \approx 10^4}\,. \qquad (9.1)$$

Die Gesamtenergie $E = \gamma\, m_\mathrm{p} c^2$ des Protons beträgt also etwa das 10.000-fache von dessen Ruheenergie.

9.b)

Rechnungen und Erläuterungen

Die Geschwindigkeit v, mit der sich das Proton aus Sicht eines Beobachters auf der Erde bewegt, lässt sich aus dem γ-Faktor in (9.1) bestimmen. Es gilt:

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \qquad \text{und damit} \qquad v = c\sqrt{1 - \frac{1}{\gamma^2}} \approx c\,(1 - 5{,}01 \cdot 10^{-9})\,. \qquad (9.2)$$

Das Proton bewegt sich also beinahe mit Lichtgeschwindigkeit.

Bezeichne mit x den Abstand der Supernova zur Erde und mit $t = x/c$ die Zeit, die das Licht für das Zurücklegen dieser Strecke benötigt. Das Proton benötigt für die Strecke die Zeit $t + \Delta t$ mit $\Delta t = 72\,\mathrm{h}$. Die Strecke x lässt sich damit ausdrücken durch

$$x = v\,(t + \Delta t) = v\,(\frac{x}{c} + \Delta t)\,. \qquad (9.3)$$

Ergebnis für die Entfernung von der Erde in der die Supernova stattfand:

Umstellen von (9.3) ergibt für die gesuchte Entfernung

$$\boxed{x = \frac{v\,\Delta t}{1 - \frac{v}{c}} \approx c\,\frac{\Delta t}{1 - \frac{v}{c}} \approx 1{,}64 \cdot 10^6\,\mathrm{Lj}}\,. \qquad (9.4)$$

9.c)

Rechnungen und Erläuterungen

Die Zeit t', die während der Reise im Bezugsystem des Protons vergeht, beträgt aufgrund der Zeitdilatation

$$t' = \frac{t + \Delta t}{\gamma} \approx \frac{t}{\gamma} \,. \tag{9.5}$$

Ergebnis für die Dauer der Reise des Protons in seinem Bezugssystem:

Daraus folgt für die Reisedauer im Bezugsystem des Protons

$$\boxed{t' \approx \frac{t}{\gamma} \approx \frac{1{,}64 \cdot 10^6\,\mathrm{a}}{9{,}99 \cdot 10^3} = 164\,\mathrm{a}} \,. \tag{9.6}$$

Aufgabe 10 Fadenpendel

(Begleitheft der 1. Runde zur 50. IPhO 2019)

Aus einem dünnen Faden und einem kleinen Gewicht, wie zum Beispiel einer Schraube oder Mutter, lässt sich ein einfaches Fadenpendel bauen. Wenn die Ausdehnung des Gewichtes sehr klein gegenüber der Fadenlänge ℓ ist, gilt für die Schwingungsdauer T des Pendels bei kleinen Auslenkungen

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}\,.$$

Dabei bezeichnet g die Schwerebeschleunigung auf der Erde. Theoretisch sollte damit T^2 eine lineare Funktion der Fadenlänge ℓ sein.

Die folgende Tabelle stellt in einem Experiment gemessene Werte der Schwingungsperioden T zusammen mit der gemittelten Schwingungsperiode $\bar{T}$ und dem Quadrat dieser Größe dar.

Fadenlänge	Zeit für 10 Schwingungsperioden					Mittelwert	
ℓ / cm	$10\,T$ / s					$\bar{T}$ / s	$\bar{T}^2$ / s^2
67,2	16,62	16,87	15,43	17,50	17,61	1,68	2,82
55,5	15,12	13,94	16,18	15,04	15,53	1,51	2,29
47,0	13,79	12,60	13,37	14,41	14,80	1,38	1,90
34,5	11,93	13,02	10,77	12,18	11,72	1,19	1,42
22,0	9,50	11,44	9,24	9,59	8,73	0,97	0,94
13,4	7,91	6,38	8,32	8,91	7,89	0,79	0,62

Überprüfe mit Hilfe eines geeigneten Graphen, ob die experimentellen Daten zu dem theoretisch erwarteten Verlauf passen und bestimme den Wert der Schwerebeschleunigung g.

Lösung

Rechnungen und Erläuterungen

Abbildung 2 zeigt die quadrierte mittlere Schwingungsdauer $\bar{T}^2$ in Abhängigkeit von der Fadenlänge. Da die Ausgleichsgerade die Messwerte sehr gut approximieren, passen die Messergebnisse zu der theoretisch erwarteten linearen Abhängigkeit. Allerdings verläuft die Ausgleichsgerade nicht durch den Ursprung. Die lässt sich durch die endliche Ausdehnung der Mutter und eine daraus resultierende Abweichung zwischen

Fadenlänge und Pendellänge erklären.

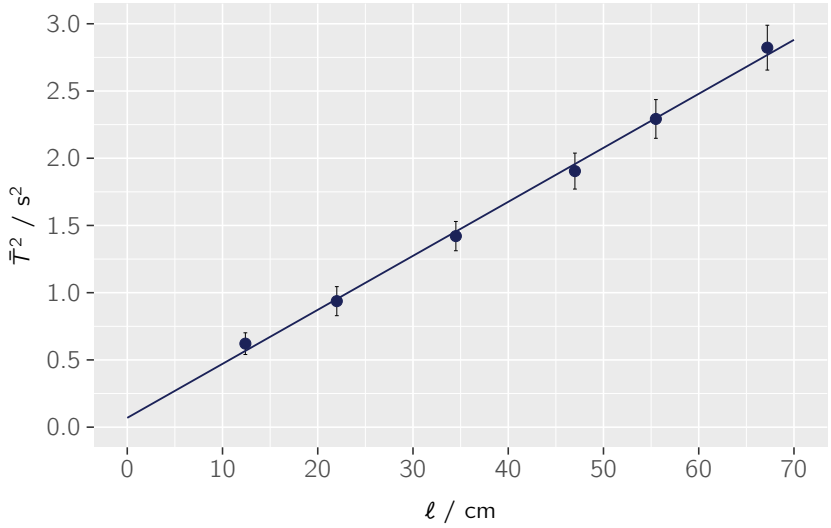


Abb. 2. *Graph der quadrierten mittleren Schwingungsdauer $\bar{T}^2$ des Fadenpendels als Funktion der Fadenlänge ℓ mit Ausgleichsgerade. Die Unsicherheiten bei der Fadenlänge sind sehr gering und wurden nicht mit eingezeichnet.*

Aus der Steigung $b \approx (4{,}0 \pm 0{,}2)\,\mathrm{s^2\,m^{-1}}$ der Ausgleichsgeraden lässt sich mit der in der Aufgabenstellung angegebenen Formel die Schwerebeschleunigung auf der Erde bestimmen zu

$$\boxed{g = \frac{4\,\pi^2}{b} \approx (9{,}9 \pm 0{,}5)\,\mathrm{m\,s^{-2}}}\,. \tag{10.1}$$

Dieser Wert stimmt gut mit dem gemeinhin benutzten Wert von $g = 9{,}81\,\mathrm{m\,s^{-2}}$ überein. Der Fehler in der Steigung wurde dabei über andere, mit den Fehlern der Messwerte vereinbare, Ausgleichsgeraden abgeschätzt.