

Wellenoptik

Die Witwe Müller belauscht an der Hausecke das Gespräch von Oma Krause und Fräulein Schulze und wieder bleibt sie unentdeckt.

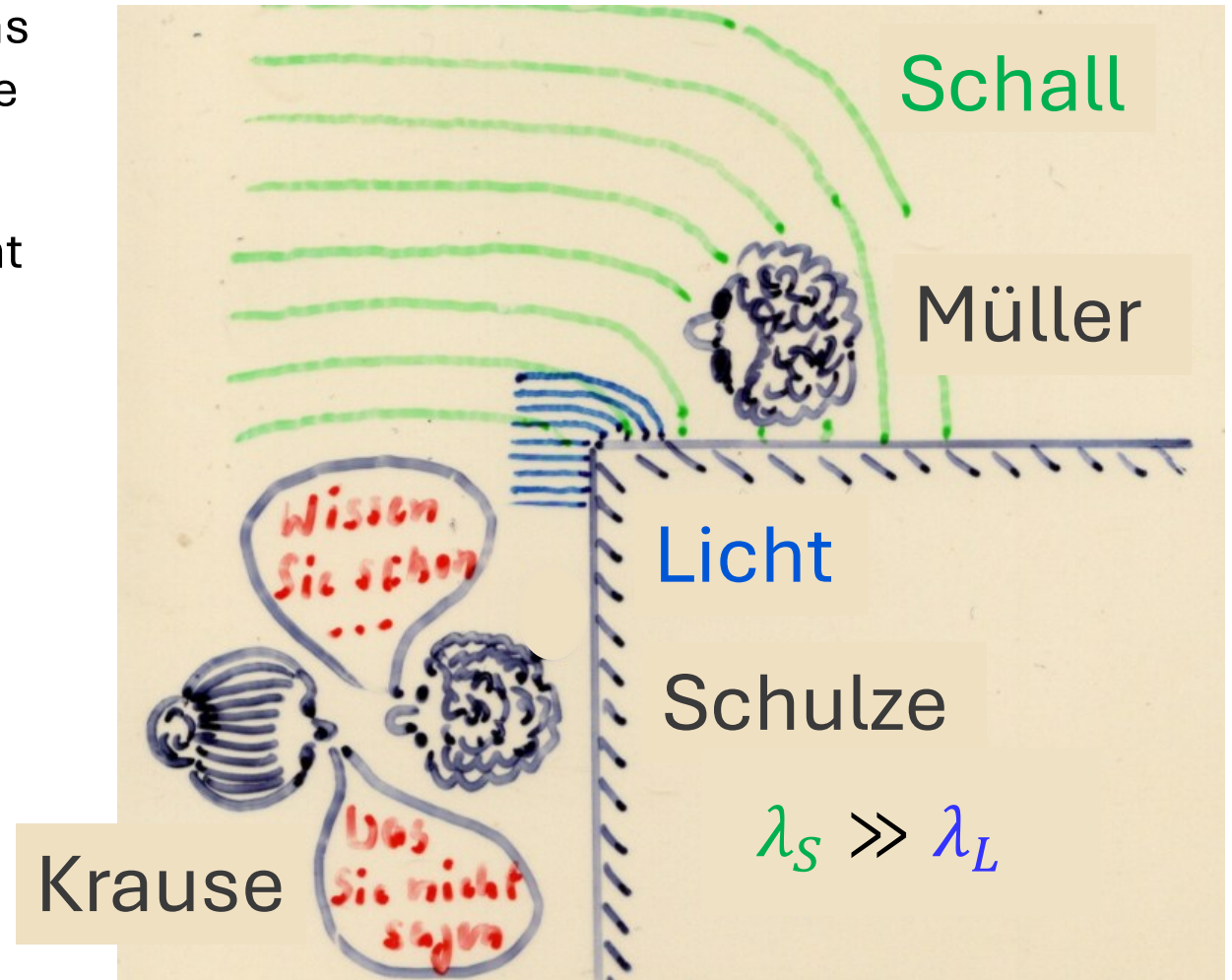
Sie kann jedes Wort hören, denn der Schall „geht um die Ecke“. Gesehen wird sie aber nicht.

Wenn Licht eine Welle wäre, müsste man auch um die Ecke sehen können – oder?

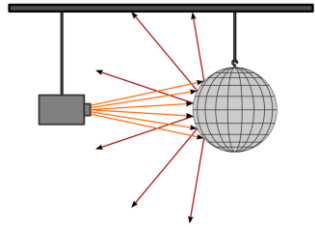
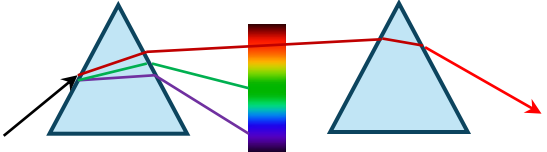
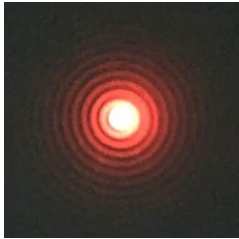
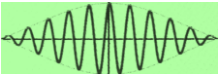
Tatsächlich ist das einer der Gründe, warum die Welleneigenschaften des Lichtes sehr spät entdeckt wurden.

Auf Grund der viel kleineren Wellenlänge ist das Beugungsbild des Lichtes an der Ecke viel kleiner als das Beugungsbild des Schalls und so kaum wahrnehmbar.

$$\lambda_L \approx 0,5 \mu\text{m} \quad \lambda_S \approx 0,5 \text{ m}$$



Licht-Theorien

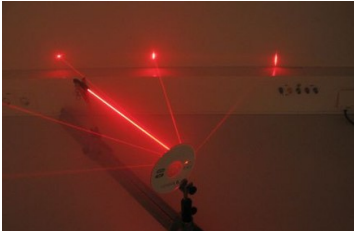
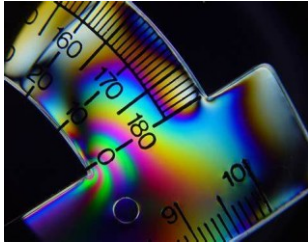
THEORIE	VERTRETER	VERIFIZIERENDE EIGENSCHAFTEN	
Strahlen- theorie	Empedokles, Ibn Alhazen, Bacon, Snellius	Geradlinige Ausbreitung, Reflexion	
Korpuskel- theorie	Newton	Impulsübertragung, Brechung, Spektralzerlegung (Dispersion), Elementarfarbenprinzip	
Wellen- theorie	Huygens, Young, Fresnel, Fraunhofer	Interferenz, Beugung, Brechung, Doppelbrechung, Polarisierung	
Quanten- theorie	Planck, Einstein	Wechselwirkung mit Teilchen, Impulsübertragung → Photoeffekt, Compton-Effekt	 $E = h f$ 

Typische Welleneigenschaften des Lichtes

Welche Eigenschaften des Lichtes lassen auf dessen Welleneigenschaften schließen?

Interferenz	Beugung	Brechung	Polarisation	Doppelbrechung
-------------	---------	----------	--------------	----------------

Weise diese Eigenschaften in einem Freihandversuch nach. Dokumentiere dein Ergebnis.

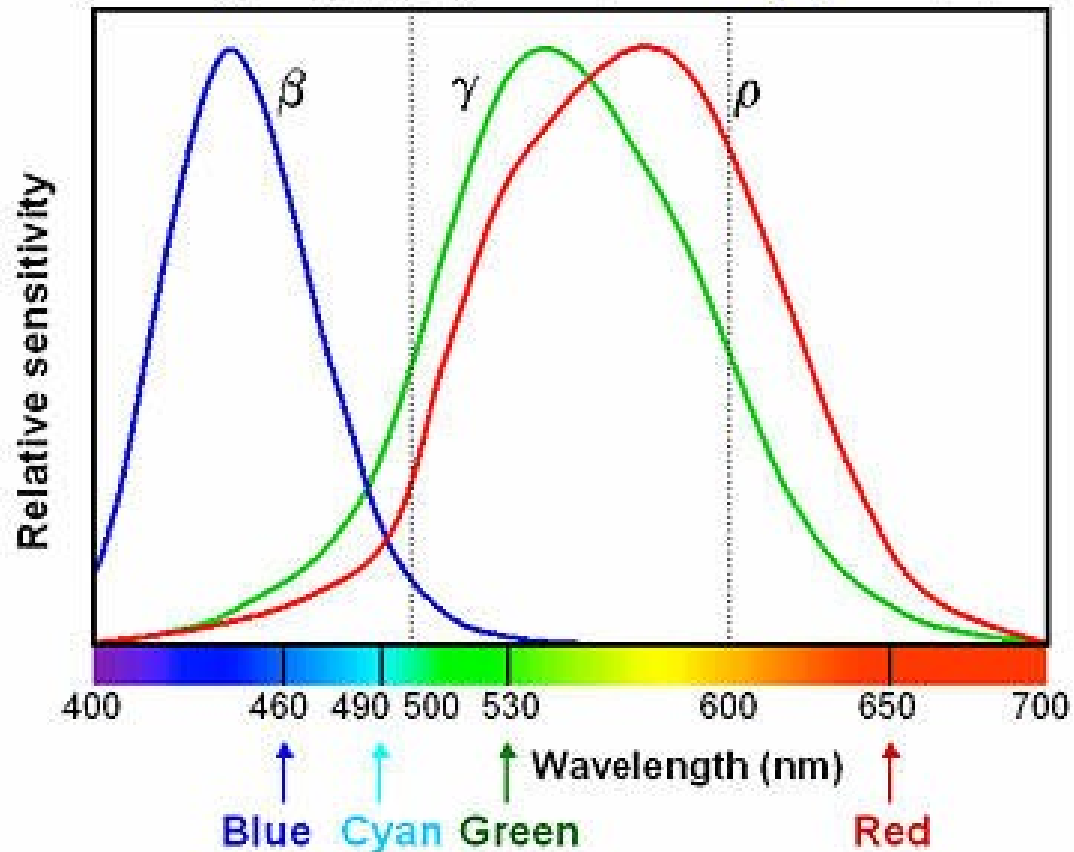
Seifenblase Rezept: 1 Teelöffel Zucker 1 Esslöffel Glycerin 1 Esslöffel Spülmittel 3 Esslöffel Wasser 1 Strohhalm 1 Tasse	Laserpointer & transparentes IPhO-Lineal oder DVD Beobachtung im reflektierten Licht	Gefülltes Wasserglas & ein Laserpointer	Plastik-Lineal (Acryl, Polystyrol, Poly- carbonat) im reflektierten Licht des LCD-Monitors beobachten	Kalkspat-Kristall auf Schriftstück legen oder Zellophan im reflektierten Licht mit Polarisationsbrille schräg beobachten
				

Farbenlehre

Das Farbsehen des Menschen:

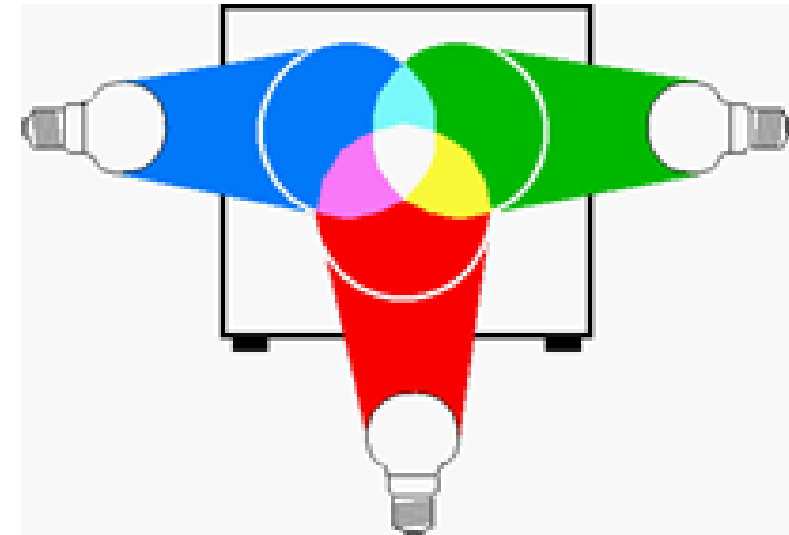
Human spectral sensitivity to color

Three cone types (ρ , γ , β) correspond *roughly* to R, G, B.



Die additive Farbmischung:

Zusammenwirken der spektralen Grundfarben RGB



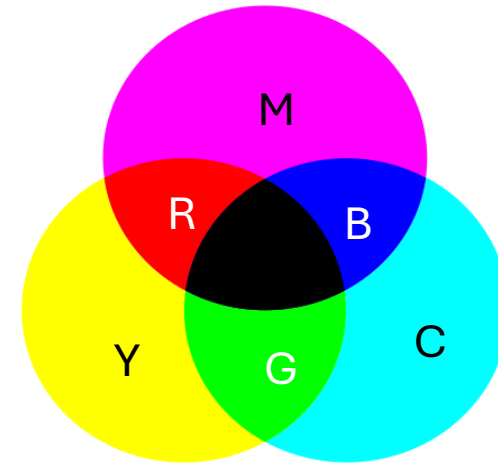
Ergänze die Tabelle!

Weiß = Rot + Grün + Blau
Magenta = Rot + Blau
Cyan = Grün + Blau
Gelb = Rot + Grün

Die subtraktive Farbmischung:
selektive Absorption durch Farbpigmente

Überprüfe die Regeln der subtraktiven Farbmischung mit Hilfe eines Farbkastens oder eines Farbdruckers!

Ergänze die Tabelle!



Schwarz = Cyan + Gelb + Magenta

Cyan = Weiß - Rot

Gelb = Weiß - Blau

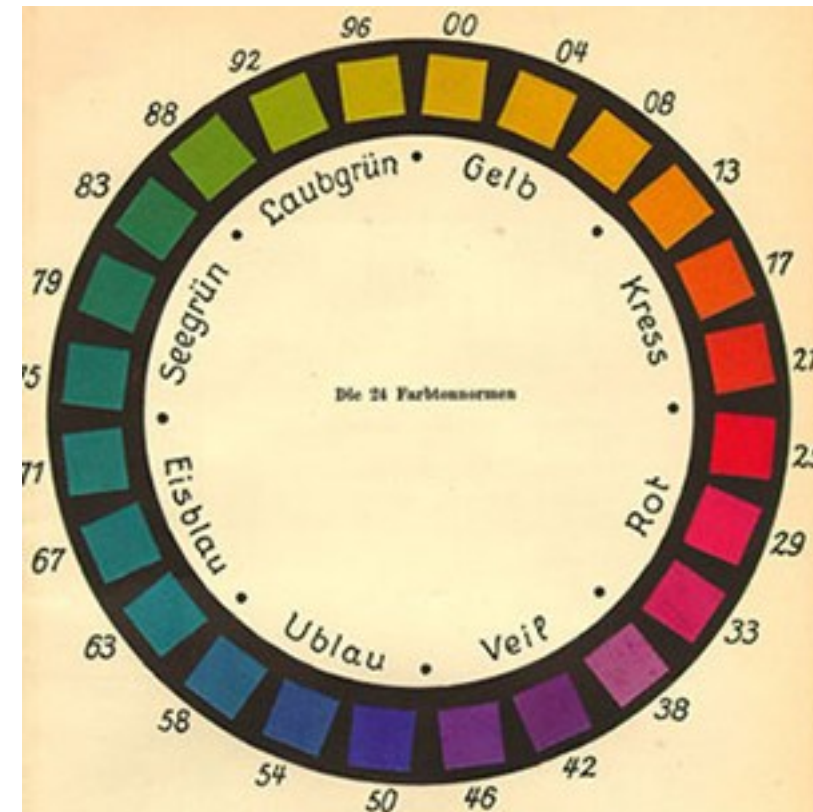
Magenta = Weiß - Grün

Grün = Weiß - Gelb

Rot = Magenta - Blau

Wodurch können Abweichungen entstehen?

W. OSTWALD mischte die Farben in verschiedenen Anteilen und schaffte so zu jeder seiner 24 Grundfarben 36 Schattierungen von Weiß bis Schwarz.



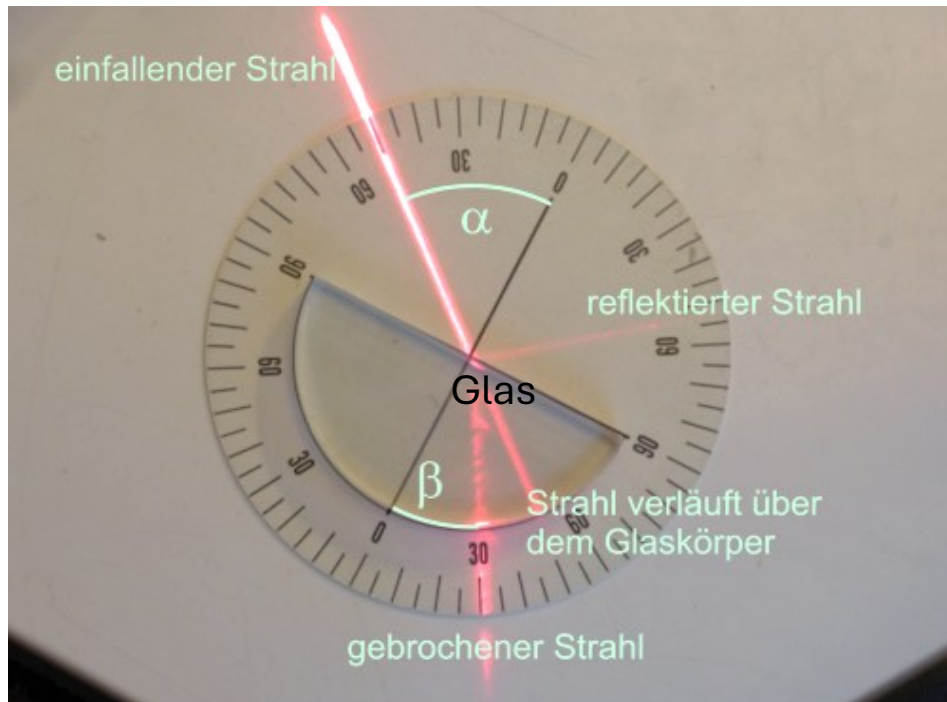
„Die Farbenfibel“
Wilhelm Ostwald
1. Auflage 1916
Unsema Verlag

Die Brechung

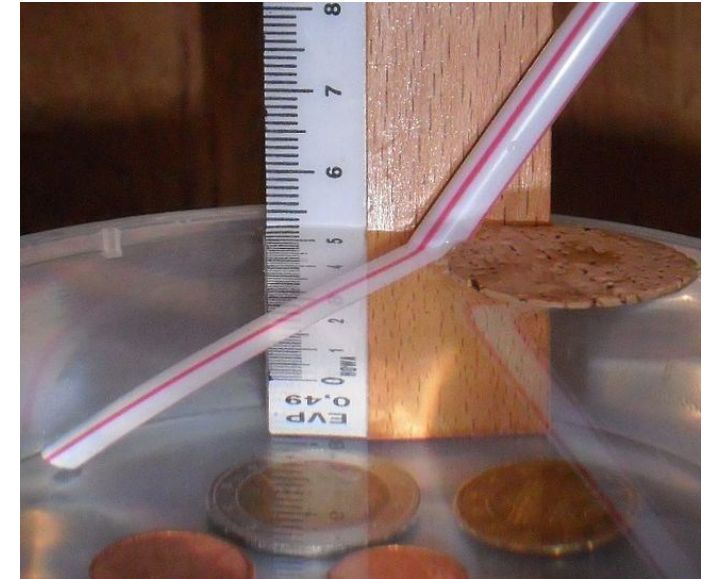
Trifft Licht schräg auf die Grenzfläche 2-er Medien, so wird es stets in das optisch dichtere Medium hinein gebrochen ($\beta < \alpha$).

Frei nach Ptolemäus, ca. 150 nach Chr.

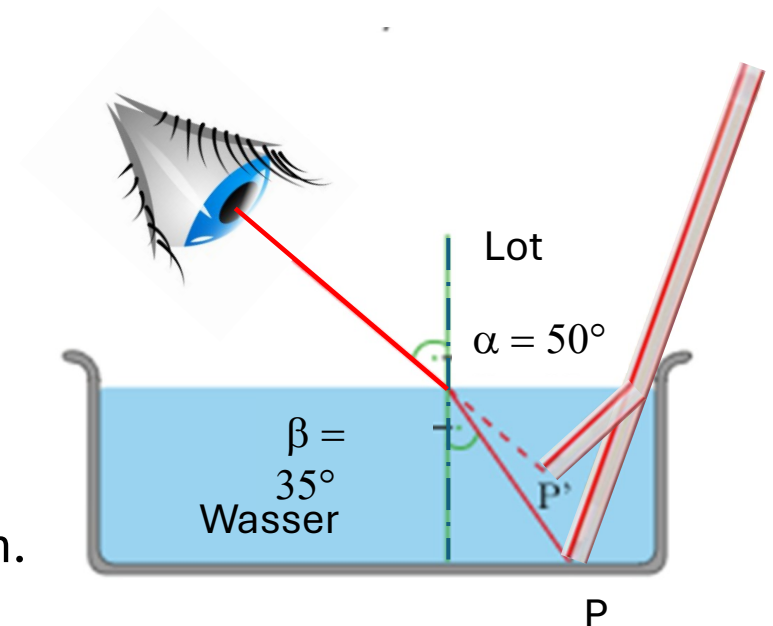
Was wirklich passiert ...



Nichts ist so,
wie es scheint ...



Brechung ist die Änderung der Ausbreitungsgeschwindigkeit und – richtung des Lichts beim schrägen Eintritt in ein anderes Medium.



Die Brechung in der Wellentheorie

Die Brechung wurde von SNELLIUS erstmals 1637 im Rahmen der Strahlentheorie mathematisch beschrieben. Er konnte aber keine zwingenden Ursachen für das Verhalten eines Lichtstrahls benennen, ins dichtere Medium hineingebrochen zu werden. Die Ursache der Brechung wurde erst mit der Wellentheorie klar - durch die Anwendung des HUYGENS Prinzips und der Grundgleichung der Wellenlehre.

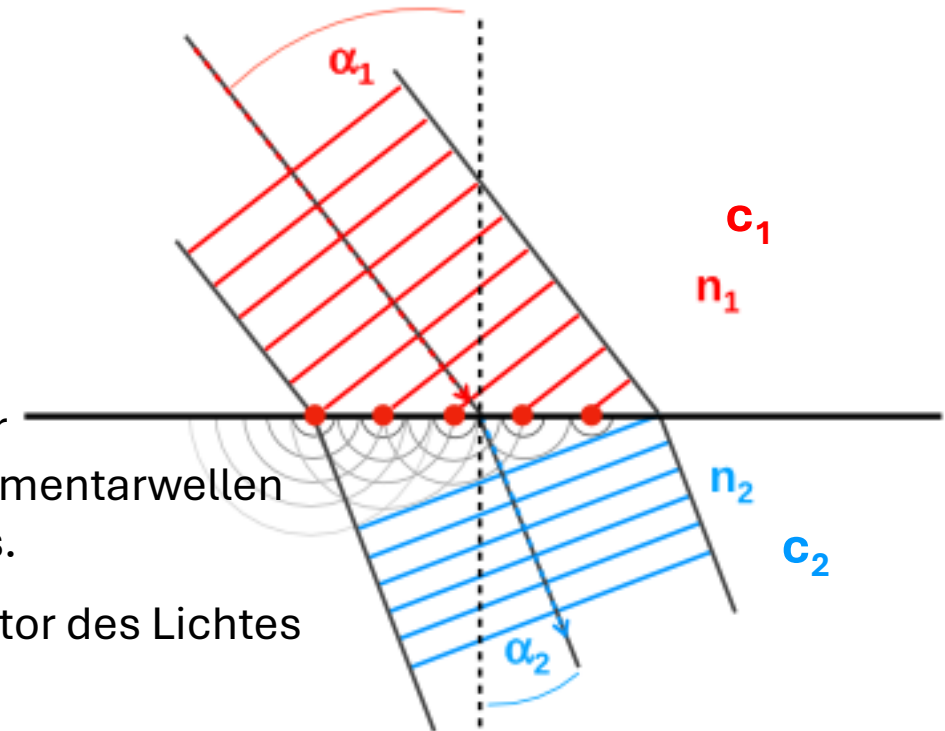
1. In dichteren Medien wird Licht durch Wechselwirkung mit der Materie langsamer: $c_M < c_o$
Vakuumlichtgeschwindigkeit $c_o = 300\,000\text{ km/s}$
2. Grundgleichung der Wellenlehre: $c = \lambda f$
Die Frequenz f ist als Energiegröße aber eine Erhaltungsgröße, folglich sinkt die Wellenlänge proportional mit der Ausbreitungsgeschwindigkeit im dichteren Medium.
3. Sobald eine schräg einfallende Wellenfront die Grenzfläche der beiden Medien erreicht hat, emittieren die Oszillatoren dort Elementarwellen mit geringerer Wellenlänge in Richtung des dichteren Mediums.
4. Der Brechungsindex n ist dann so etwas wie ein Dämpfungsfaktor des Lichtes bezgl. Der Vakuumlichtgeschwindigkeit.

Brechungsgesetz nach SNELLIUS:

$$\frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2} = \frac{c_1}{c_2} = \frac{n_2}{n_1} = n_{1/2}$$

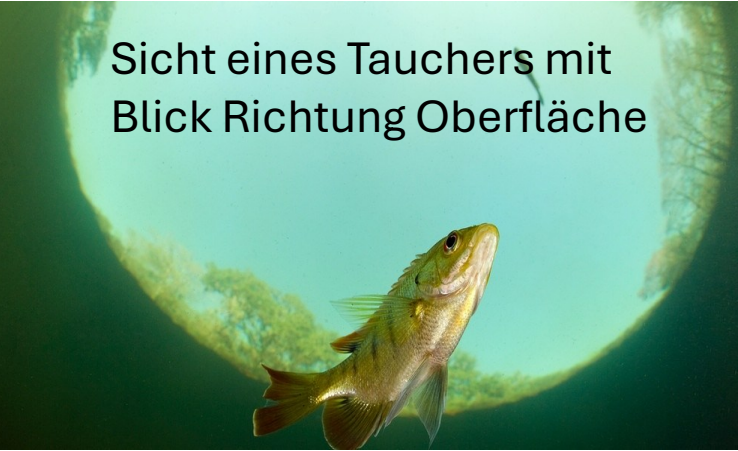
Einfallswinkel: $\alpha_1 = \alpha$

Brechungswinkel: $\alpha_2 = \beta$



Totalreflexion

Sicht eines Tauchers mit
Blick Richtung Oberfläche



Die Totalreflexion ist ein Grenzfall der Brechung, bei dem Licht unter einem zu schrägen Lotwinkel nicht mehr aus dem dichteren Medium austreten kann. Der Grenzwinkel β_G ist für einen Einfallswinkel $\alpha = 90^\circ$ definiert.

Berechne den Grenzwinkel der Totalreflexion für den Übergang Wasser-Luft?

$$\frac{\sin 90^\circ}{\sin \beta_G} = \frac{1,33}{1,00}$$

$$\sin^{-1} \frac{1}{1,33} \approx 49^\circ$$

Experiment:

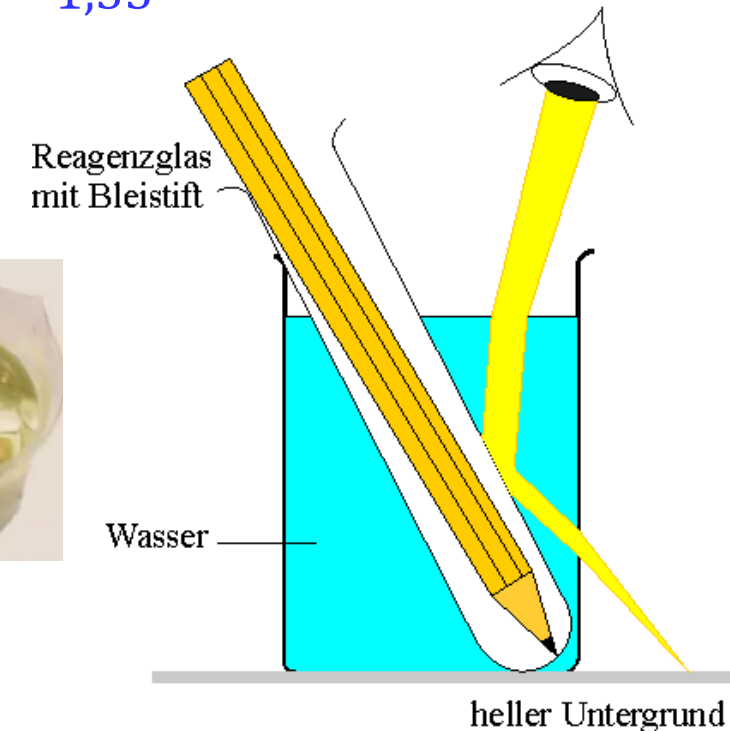
Das „verspiegelte“ Reagenzglas
Beschreibe und erkläre deine
Beobachtung.

Das an der Grenze Glas – Luft
totalreflektierte Licht "überstrahlt"
das Licht vom Bleistift.

ANWENDUNG: Lichtleitkabel

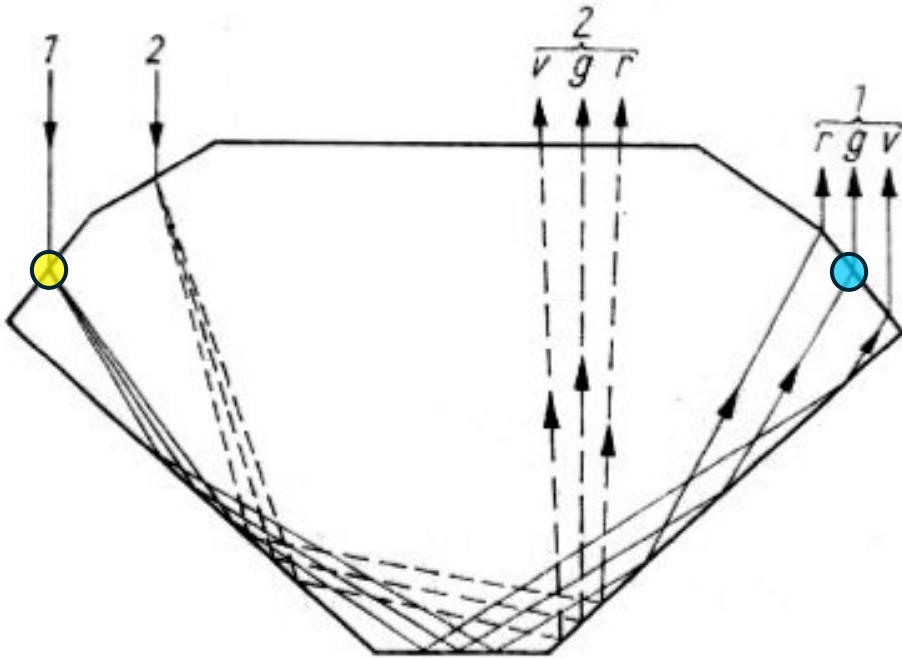


Laser-Licht im Lichtleitkabel gefangen



Berechnungen zur Brechung

Bestimme aus der Brillantquerschnittsskizze den mittleren Brechungsindex für Diamant. Wie verändert sich der Strahlenverlauf, wenn man Kronglas statt Diamanten verwendet?

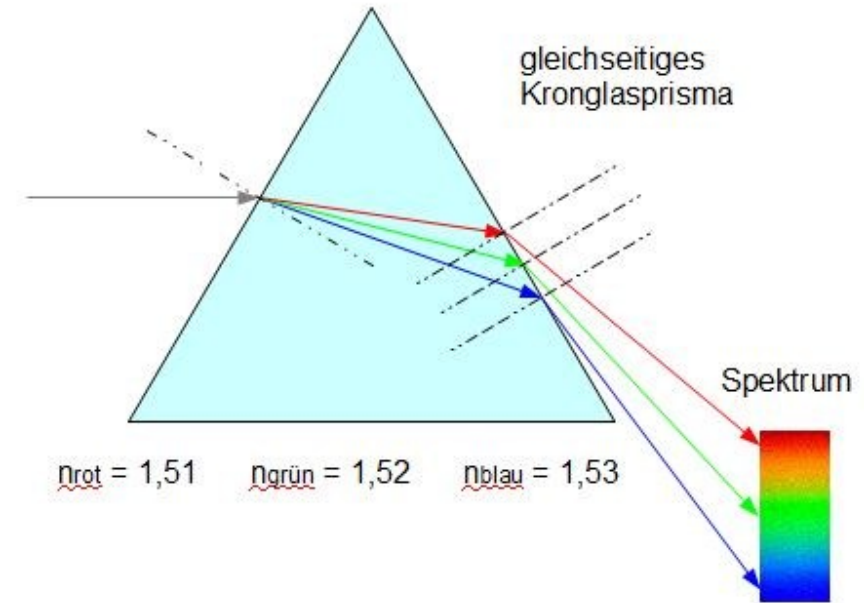


$$n_1 = \frac{\sin 51^\circ}{\sin 17,5^\circ} = 2,58 \quad n_2 = \frac{\sin 50^\circ}{\sin 21^\circ} = 2,14$$

$$\bar{n} = 2,36 \quad n_{TW} = 2,42$$

Bei Kronglas geht die Totalreflexion an den Bodenflächen verloren und das meiste Licht wird unten herausgebrochen.

Welche Winkelbreite hat das Spektrum eines gleichseitigen Prismas bei grundseiten-parallelem Weißlicht-Eintritt?



$$\alpha_w = 30^\circ \quad \beta_{1R} = \sin^{-1}\left(\frac{\sin \alpha}{1,51}\right) = 19,3^\circ \quad \beta_{2R} = 40,7^\circ$$

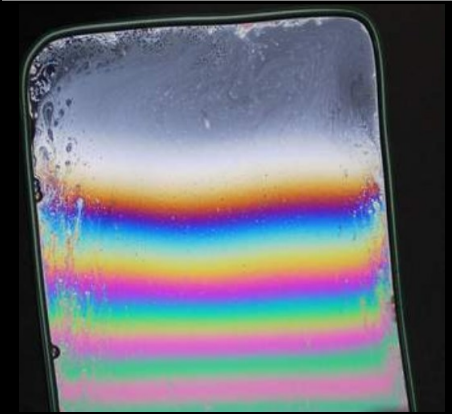
$$\alpha_{2R} = \sin^{-1}(1,51 \cdot \sin 40,7^\circ) = 80,0^\circ$$

$$\alpha_w = 30^\circ \quad \beta_{1B} = \sin^{-1}\left(\frac{\sin \alpha}{1,53}\right) = 19,1^\circ \quad \beta_{2B} = 40,5^\circ$$

$$\alpha_{2B} = \sin^{-1}(1,53 \cdot \sin 40,5^\circ) = 83,5^\circ \quad \Delta\alpha_2 = 3,5^\circ$$

Interferenz an dünnen Schichten

Seifenhaut



Beschreibung:

Dicke nimmt v. o. n. u. zu!

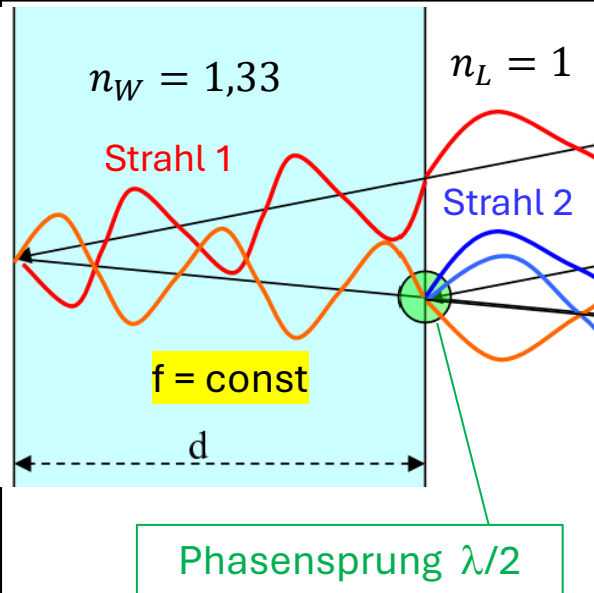
Sehr dünn: black hole + grey

Dünn: white

Mittel: brown → blue

Dick: cyan → yellow → magenta

Sehr dick: CYM-Sequenz wird schmaler und zu GM-Sequenz



Erklärung:

Phasensprung am optisch dichteren Medium ($c < c_o$)

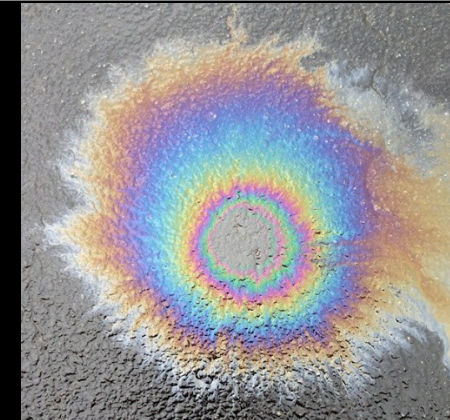
Wellenlängenstauchung im dichteren Medium: $c = \lambda f$

Gangunterschied für senkrechte Betrachtung: $\Delta\lambda = 2nd + \frac{\lambda}{2}$

farbselektive Verstärkung:
 $\Delta\lambda = k \lambda_{MAX}$

farbselektive Auslöschung:
 $\Delta\lambda = \left(k + \frac{1}{2}\right) \lambda_{MIN}$

Dieselöl auf Wasserfilm



Beschreibung:

Dicke nimmt v. i. n. a. ab!

Extrem dick: light grey

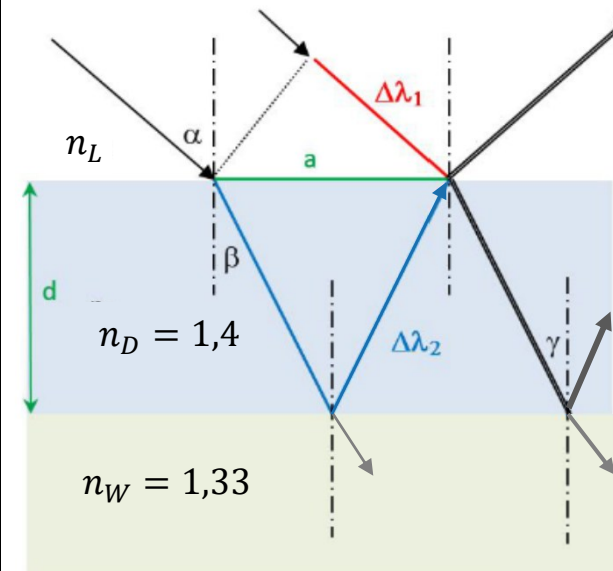
Sehr dick: MG-Sequenz

Dick: magenta → yellow → cyan

Mittel: blue → brown

Dünn: white

Sehr dünn: dark-grey



Erklärung:

Es gelten dieselben Formeln wie bei der Seifenhaut.

Kein Phasensprung an der Wassergrenze, da $n_W < n_D$.

Bei schräger Betrachtung verringert sich $\Delta\lambda$, da $\Delta\lambda_1$ mit wachsendem α stärker gegen $\Delta\lambda_2$ arbeitet. Die Farben changieren je nach Betrachtungswinkel.

$$Z: \Delta\lambda = 2d \sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha} + \frac{\lambda}{2}$$

Z: HERLEITUNG $\Delta\lambda = 2d \sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha} + \frac{\lambda}{2}$

Geom. Gangunterschied: $\Delta\lambda' = \Delta\lambda_2 - \Delta\lambda_1 = \frac{2d}{\cos \beta} - a \cdot \sin \alpha$

Seifenblase: $n_2 > n_1/3 = 1 \rightarrow$ **Phasensprung** an n_2

Benzinpfütze: $n_2 > n_3 > n_1 = 1 \rightarrow$ **Phasensprung** an n_2

Opt. Gangunterschied: $\Delta\lambda = \frac{2nd}{\cos \beta} - a \cdot \sin \alpha + \lambda/2$

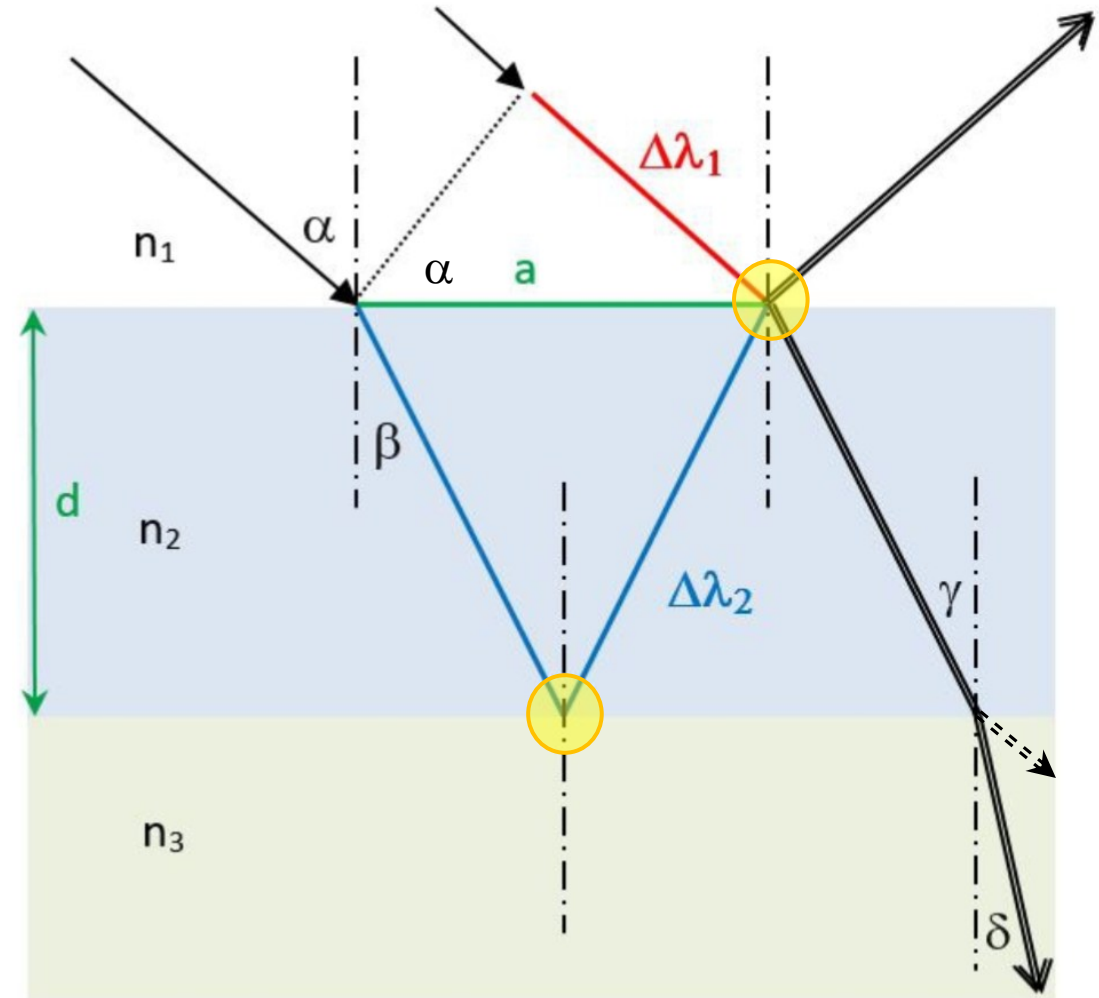
$$n = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} \wedge \tan \beta = \frac{a/2}{d} \rightarrow \Delta\lambda = \frac{2nd}{\cos \beta} - 2d \tan \beta \cdot n \sin \beta + \lambda/2$$

$$\tan \beta \stackrel{\text{def}}{=} \frac{\sin \beta}{\cos \beta} \rightarrow \Delta\lambda = \frac{2nd}{\cos \beta} (1 - \sin^2 \beta) + \lambda/2$$

$$\text{Pythagoras} \rightarrow \Delta\lambda = 2nd \cos \beta + \frac{\lambda}{2}$$

$$\text{Pythagoras} \rightarrow \Delta\lambda = 2nd \sqrt{1 - \sin^2 \beta} + \frac{\lambda}{2}$$

$$n = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} \rightarrow \Delta\lambda = 2d \sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha} + \left(\frac{\lambda}{2}\right)^* \quad \text{q. e. d.}$$



*) Entspiegelung: $n_3 > n_2 > n_1 = 1$ **Phasensprung** an n_2 & $n_3 \rightarrow \frac{\lambda}{2} + \frac{\lambda}{2} = \lambda \rightarrow$ hebt sich auf $\rightarrow d_{\text{MIN}} = \frac{\lambda_{\text{Grün}}}{4 \cdot n_2}$

Berechnungen an der Seifenblase

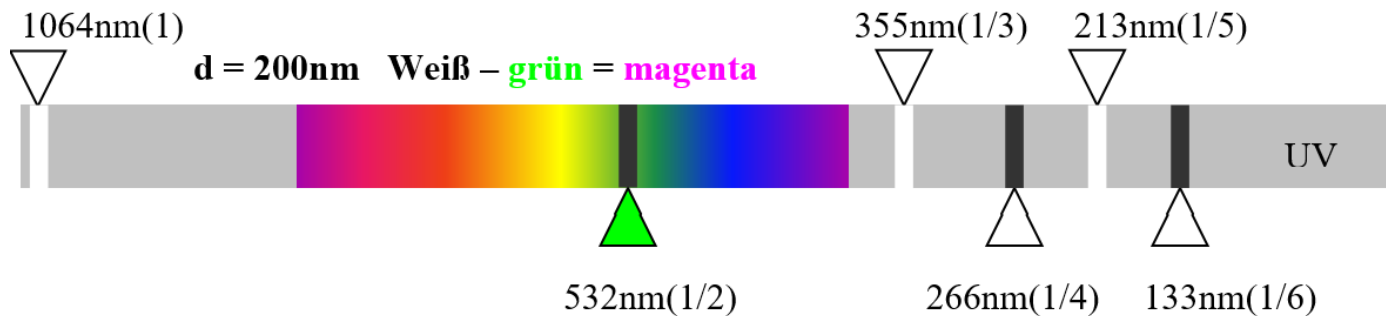
Auslöschungsbedingung: $\Delta\lambda = k\lambda + \frac{\lambda}{2}$

Verstärkungsbedingung: $\Delta\lambda = k\lambda$

Für senkrechte Betrachtung mit $\alpha = 0 \rightarrow \Delta\lambda = 2d\sqrt{n^2 - \sin^2\alpha} + \frac{\lambda}{2} = 2nd + \frac{\lambda}{2}$

Auslöschung: $\lambda_A = \frac{4nd}{2k} \rightarrow d_A = \frac{2k\lambda}{4n}$

Verstärkung: $\lambda_V = \frac{4nd}{2k-1} \rightarrow d_A = \frac{(2k-1)\lambda}{4n}$



d = 200 nm

k	1	2	3
λ_V in nm	1064	355	213
Farbe	IR	UV	UV
k	1	2	3
λ_A in nm	532	266	177
Farbe	grün	UV	UV

Farbeindruck: weiß – grün = magenta

In welcher Farbe erscheint die Seifenblase bei einer Dicke von 100 nm und wie ändert sich der Farbeindruck bei schräger Betrachtung?

k	1	2		k	1
λ_V in nm	532	177		λ_A in nm	266
Farbe	grün	UV		Farbe	UV

Bei schräger Betrachtung wird der Wurzelterm der allgemeinen Gangunterschiedsgleichung kleiner
 $\rightarrow$ es kommt zu einer Farbverschiebung hin zu kürzeren Wellenlängen z. B. blau

Simulation der Farbsequenzen an einer Seifenhaut mit Seifenblase_1.5.exe



[Seifenblase_1.5.exe](#)

Interferenz ist die Überlagerung von Wellen.
Dabei können Muster mit ortsfeste
Verstärkungs- und Auslöschungspunkte
entstehen.

z. B. Hologramme → eingefrorene
Interferenzmuster stehender Wellen



Konstruktive Interferenz:

$$\Delta\lambda = k\lambda$$

Destruktive Interferenz:

$$\Delta\lambda = k\lambda + \frac{1}{2}\lambda$$

Interferenzen an der Seifenblasenhaut 1.5



[Simulation der Abhängigkeit von Seifenblasenhautdicke u. reflektierter Farbe](#)

d - Erhöhungsschritt: nm

Anzeigezeitintervall: msec

d - Bereich 0 - nm

n - Seifenblase:

Simulation starten

9 nm

aktuelle Dicke der
Seifenhaut

aktuelle Farbe
bei Draufsicht



Verlauf: d → Farbe

d: 0 nm bis 1000 nm (1 μm)



lineare
Farbinten-
sität (Sonde)

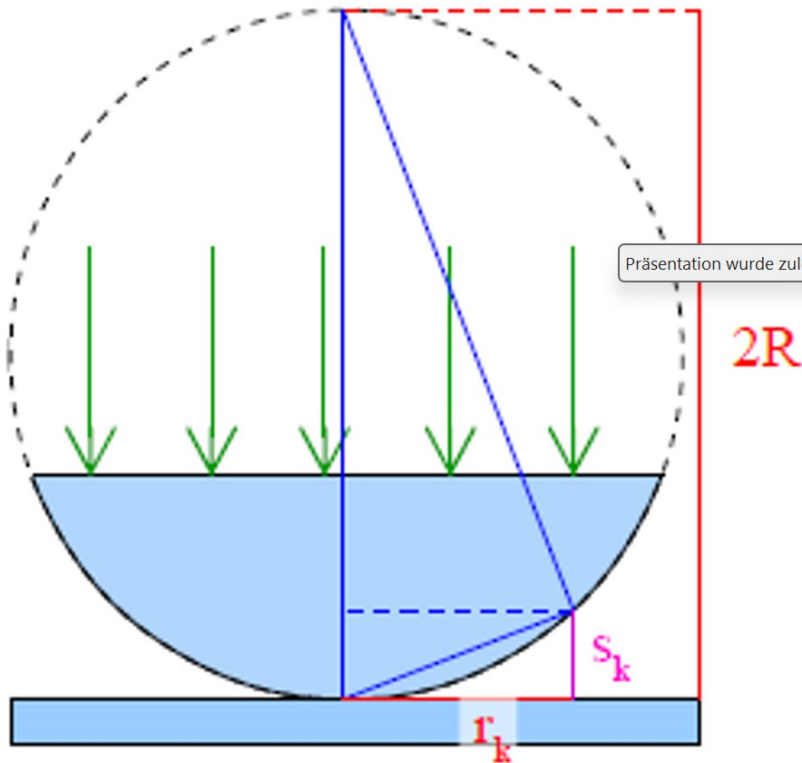
logarithm. u.
quadr. Farb-
intensität

logarithm.
Farbinten-
sität (Auge)

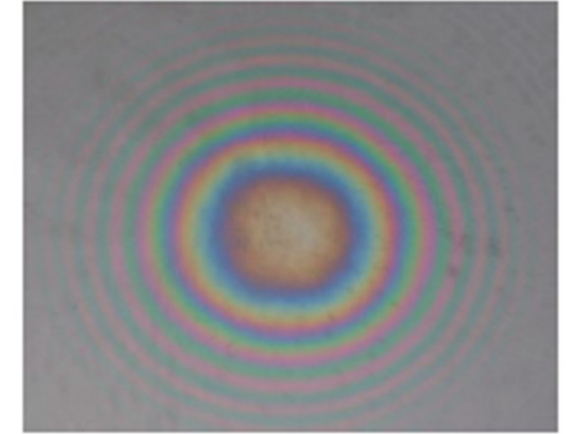
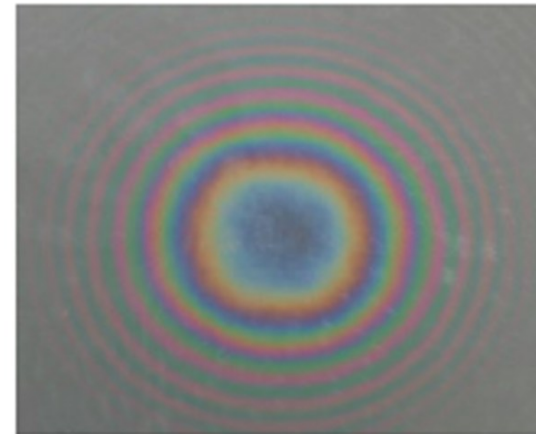
R 255 = 690 nm G 255 = 530 nm B 255 = 425 nm (lineare Farbmitte)

d=462nm

Newtonsche Ringe im Newtonschen Farbenglas



	Reflexion	Transmission
Verstärkung	$r_k = \sqrt{(k - 1/2) \lambda R}$	$r_k = \sqrt{k \lambda R}$
Anlöschung	$r_k = \sqrt{k \lambda R}$	$r_k = \sqrt{(k - 1/2) \lambda R}$



HERLEITUNG: Gangunterschied: $2 s_k + \frac{\lambda_{MAX}}{2} = k \lambda_{MAX}$

Höhensatz: $r_k^2 = (2R - s_k) \cdot s_k \approx 2 R s_k$

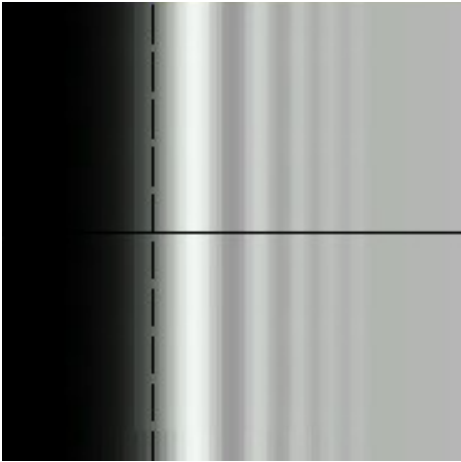
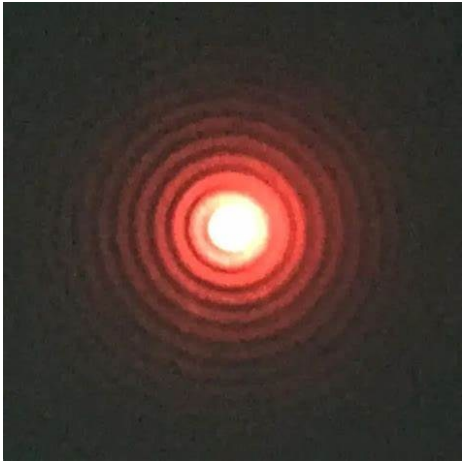
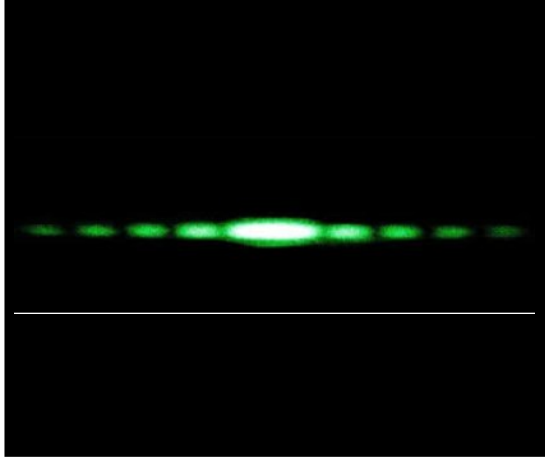
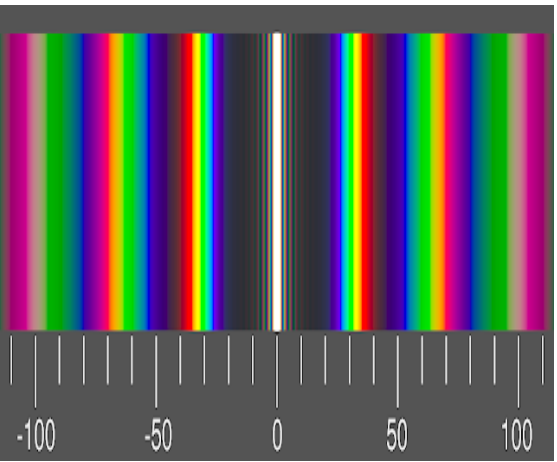
$$\frac{r_k^2}{R} + \frac{\lambda_{MAX}}{2} = k \lambda_{MAX} \quad \rightarrow \quad r_k^2 = R \left(k - \frac{1}{2} \right) \lambda_{MAX}$$

Übersicht – Interferenz an dünnen Schichten

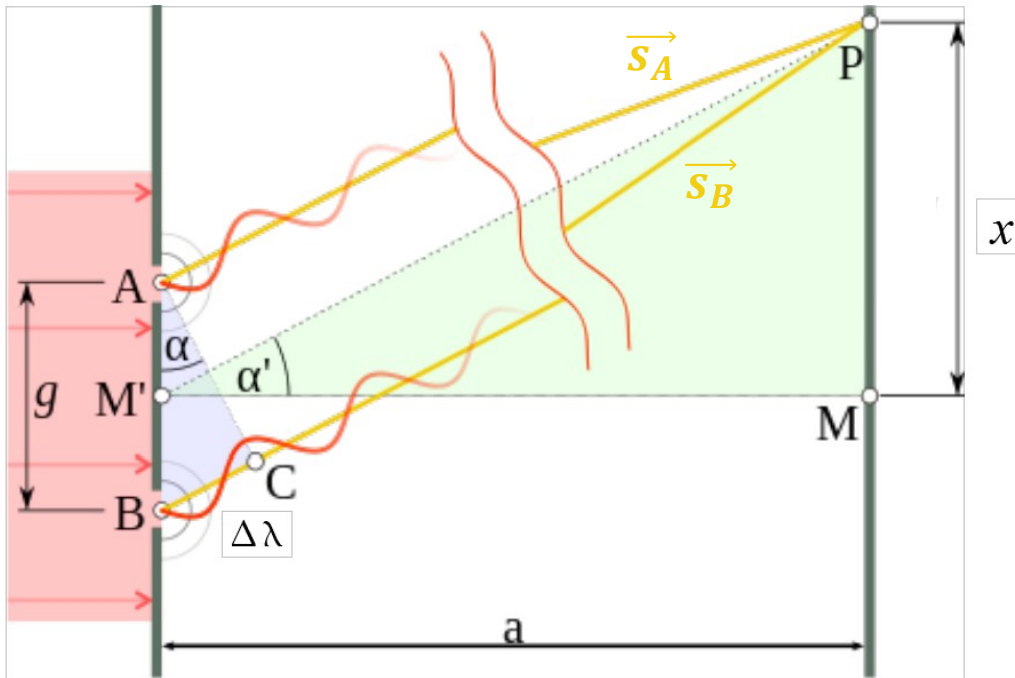
FALLUNTERSCHIEDUNG	Senkrechter Lichteinfall	Schräger Lichteinfall
Seifenblase $n_1 = n_3 = 1 \quad n_2 = 1,33$	$\Delta\lambda = \Delta\lambda_2 + \lambda/2$ $\Delta\lambda = 2 d n + \lambda/2$	$\Delta\lambda = \Delta\lambda_2 - \Delta\lambda_1 + \lambda/2$ $\Delta\lambda = 2 d \sqrt{n^2 - \sin^2(\alpha)} + \lambda/2$
Brillenentspiegelung ($\rightarrow$ Abbildung) $n_1 < n_2 < n_3$ mit $n_2 = \sqrt{n_1 n_3}$	$\Delta\lambda = \Delta\lambda_2$ $\Delta\lambda = 2 d n_2$	$\Delta\lambda = \Delta\lambda_2 - \Delta\lambda_1$ $\Delta\lambda = 2 d \sqrt{n^2 - \sin^2(\alpha)}$
Luftspalt ($\rightarrow$ Newton'sche Ringe) $n_1 = n_3 > 1 \quad n_2 = 1$	$\Delta\lambda = \Delta\lambda_2 + \lambda/2$ $\Delta\lambda = 2 d + \lambda/2$	$\Delta\lambda = \Delta\lambda_2 - \Delta\lambda_1 + \lambda/2$ $\Delta\lambda = 2 d \sqrt{1 - \sin^2(\beta)} + \lambda/2$
Benzin auf der Pfütze $n_1 = 1 \quad n_2 = 1,5 \quad n_3 = 1,33$	wie Seifenblase n_3 spielt keine Rolle, solange $n_3 < n_2$	wie Seifenblase n_3 spielt keine Rolle, solange $n_3 < n_2$

Die Beugung

Beugung ist die Änderung der Ausbreitungsrichtung des Lichts an einem Hindernis.
Die Überlagerung der gebeugten Wellen führt zu typischen Beugungsinterferenzmustern der Verstärkungs- und Auslöschungsgebiete.

Kante	Loch	Spalt	Gitter
			
$x_{MIN} \approx \sqrt{a \lambda \left(k - \frac{1}{4}\right)}$ $k = 2; 4; 6 \dots$	$r_{MIN} = J_1$ <i>Besselfunktion 1. Art</i>	$x_{MIN} \approx \frac{a}{b} k \lambda$ $k = 1; 2; 3 \dots$	$x_{MAX} \approx \frac{a}{g} k \lambda$ $k = 1; 2; 3 \dots$

FRAUNHOFER-Beugung am Gitter



Gehe davon aus, dass beide Näherungen erfüllt sind und finde eine Gleichung für die Lage x der Maxima und Minima auf dem Schirm:

$$\frac{\Delta\lambda}{g} = \frac{x}{a} \rightarrow x_{MAX} = \frac{a}{g} k\lambda \quad x_{MIN} = \frac{a}{g} (2k-1) \frac{\lambda}{2}$$

1. Fraunhofer-Näherung: $\sin \alpha' \approx \tan \alpha$ g. d. w. $x \ll a$
 Auch Kleine-Winkel-Näherung genannt: $\alpha < 5^\circ$
 Wenn die Gitterkonstante g groß ist, so sind die Beugungswinkel klein, denn dann genügt schon ein kleiner Winkel, um einen Gangunterschied benachbarter Wellen von λ zu erzeugen.

2. Fraunhofer-Näherung: $\alpha' \approx \alpha$ g. d. w. $g \ll a$
 Auch Parallellicht-Näherung genannt: $\vec{s}_A \parallel \vec{s}_B$
 Wenn das Gitter sehr weit vom Schirm entfernt ist, haben wir Verhältnisse wie bei den Sonnenstrahlen – sie sind auch bei großen Winkeln nahezu parallel.

Gehe davon aus, dass nur die 2. Näherung erfüllt ist und finde eine Gleichung für die Lage x der Maxima auf dem Schirm:

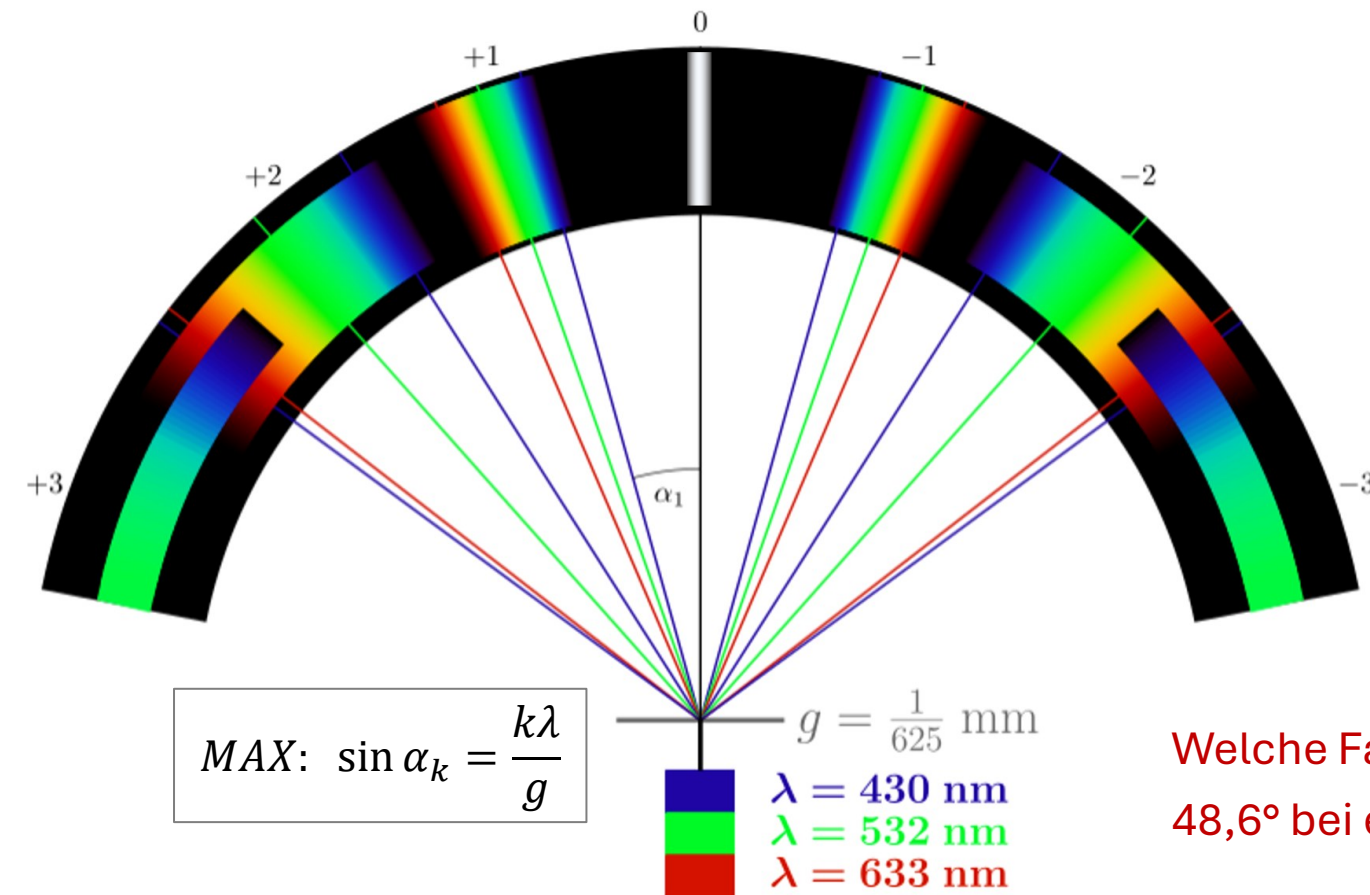
$$\sin^{-1} \left(\frac{\Delta\lambda}{g} \right) = \tan^{-1} \left(\frac{x}{a} \right) \rightarrow x_{MAX} = a \cdot \tan \left(\sin^{-1} \frac{k\lambda}{g} \right)$$

Das Beugungsspektrum des weißen Lichtes

Unter Verwendung von weißem Licht entsteht in der 1. Ordnung aufgrund des wellenlängenabhängigen Beugungswinkels ein sogenanntes Gitterspektrum.

Dabei wird die Farbe **ROT** am stärksten gebeugt.

Höhere Ordnungen sind für den Bau eines Gitterspektrometers ungeeignet, da es dort zur Überlagerung der Spektralanteile der verschiedenen Ordnungen kommt.



k	1	2	3
λ_{MAX}	1200 nm (IR)	600 nm	400 nm

Welche Farbe sieht man unter einem Beugungswinkel von $48,6^\circ$ bei einer Gitterkonstante $g = \frac{1}{625} \text{ mm}$?

$$\lambda_{MAX} = \frac{g}{k} \sin 48,6^\circ = \frac{0,75}{625 \cdot k} \text{ mm} = \frac{6000}{5 \cdot k} \text{ nm}$$

Es entsteht eine Mischung aus **orange-rot** und **blau-violett**
 → **Magenta**

FRAUNHOFER-Beugung am Spalt

Paarweise **Auslöschung** aller Elementarwellen des Spaltes.

Für Gangunterschied der Randstrahlen gilt: $\sin \alpha = \frac{\Delta \lambda'}{b} = \frac{x}{a}$ (♥)

Mit FRAUNHOFER Näherung 1 & 2:

$$\frac{x_{A_1}}{a} = \frac{\lambda/2}{b/2} \quad \frac{x_{A_2}}{a} = \frac{\lambda/2}{b/4}$$

$$\frac{x_{A_k}}{a} = \frac{\lambda/2}{b/2k}$$

$$\rightarrow x_{A_k} = \frac{a}{b} k \lambda \quad k \neq 0$$

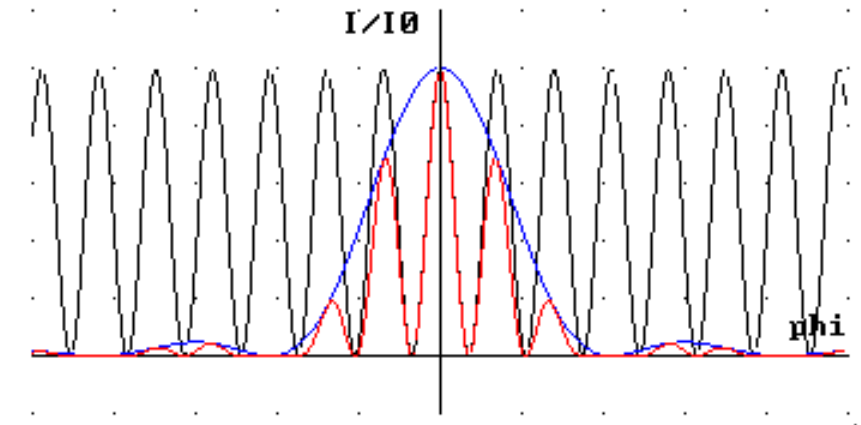
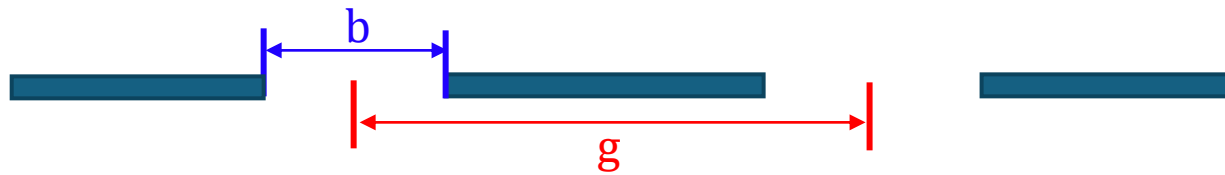
$$\rightarrow x_{V_k} = \frac{a}{b} \frac{2k-1}{2} \lambda \quad k \neq 0$$

Ein Spalt mit $b = \frac{1}{20} \text{ mm}$ wird mit rotem Laserlicht $\lambda = 633 \text{ nm}$ beleuchtet. Bei welchem Schirmabstand a sind die beiden 1. Verstärkungsordnungen $10,0 \text{ mm}$ voneinander entfernt?

$$x_{V_1} = \frac{d}{2} \rightarrow d = \frac{a}{b} (2 \cdot k - 1) \lambda = \frac{a}{b} \lambda \rightarrow a = \frac{d b}{\lambda} = \frac{10 \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot 50 \cdot 10^{-6} \text{ m}}{1 \cdot 633 \cdot 10^{-9} \text{ m}} = \frac{500 \text{ m}^2}{633 \text{ m}} = \mathbf{79,0 \text{ cm}}$$

FRAUNHOFER-Beugung am Doppelspalt

Beim Beugungsbild eines Doppelspaltess soll die 3. Verstärkungsordnung durch das Spaltbeugungsbild ausgelöscht werden. Bestimmen Sie für diese Situation das Verhältnis von Spaltabstand g und Spaltbreite b .



FALL 1 kleine Beugungswinkel:

Auslöschung Spalt g. d. w. $\frac{k \lambda}{b} = \frac{x_k}{a}$

Verstärkung Gitter g. d. w. $\frac{3 \lambda}{g} = \frac{x_3}{a}$

FALL 2 große Beugungswinkel:

Auslöschung Spalt g. d. w. $\arcsin \frac{k \lambda}{b} = \arctan \frac{x_k}{a}$

Verstärkung Gitter g. d. w. $\arcsin \frac{3 \lambda}{g} = \arctan \frac{x_3}{a}$

In beiden Fällen ist die Bedingung die gleiche:

$$x_k = x_3 \rightarrow \frac{k}{b} = \frac{3}{g} \rightarrow \frac{g}{b} = \frac{3}{k}$$

Die Verhältnisse bleiben gleich, nur die geometrischen Beugungswinkel α werden im FALL 2 größer.

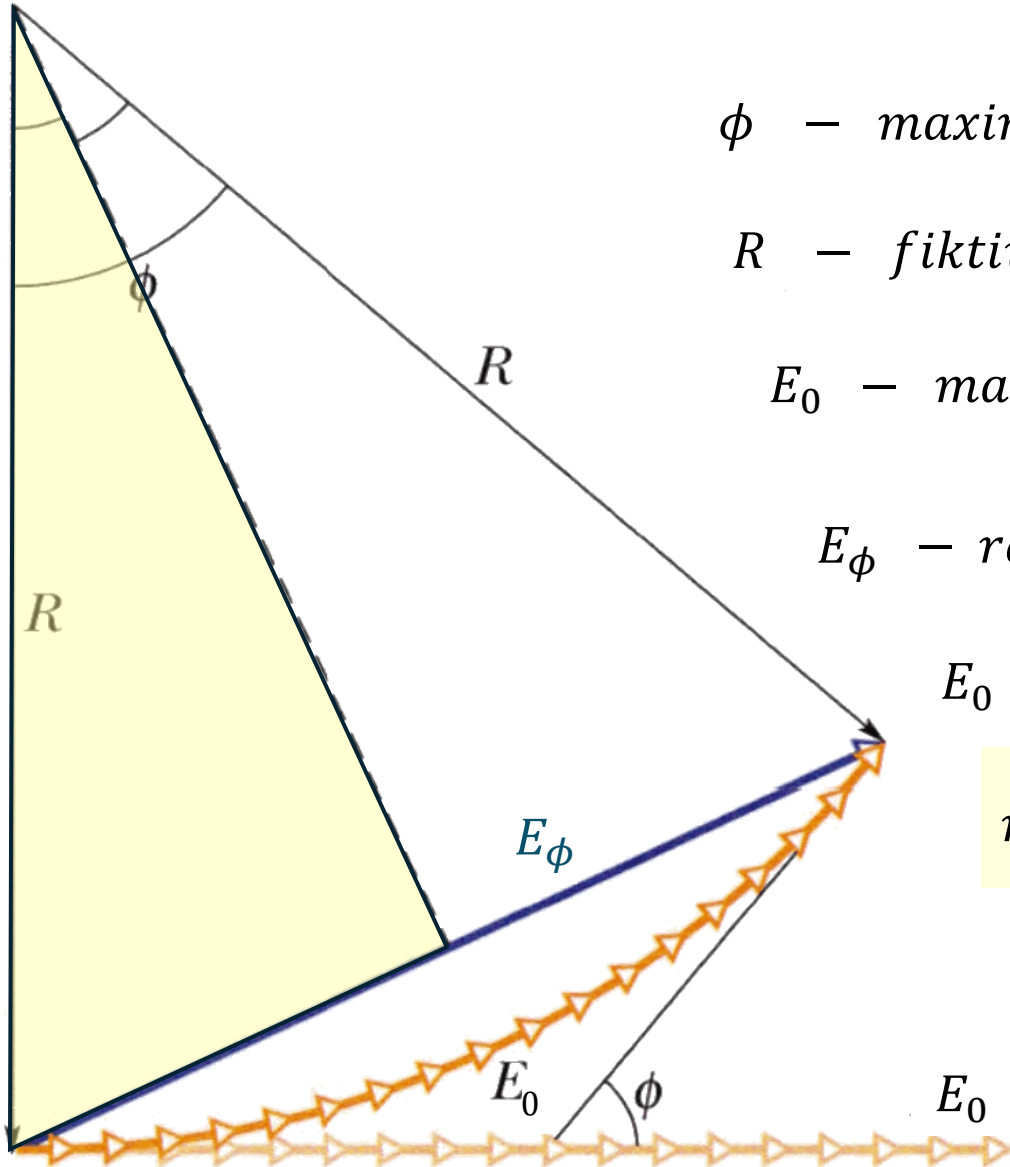
Es kommen nur 2 Einstellungen in Betracht:

$k = 1: \rightarrow g/b = 3$

$k = 2: \rightarrow g/b = 3/2$

$k = 3: \rightarrow g/b = 1$ nicht möglich, es gibt kein Gitter ohne Stäbe!

FRESNEL-Beugung am Spalt



ϕ – maximaler Gangunterschiedswinkel der Randstrahlen

R – fiktiver Radius in der komplexen Zeigerebene

E_0 – maximale Amplitude der 0. Ordnung: $E_0 = \sum_{i=1}^n E_i$

E_ϕ – resultierende Amplitude: $E_\phi = \sum_{i=1}^N \vec{E}_i$

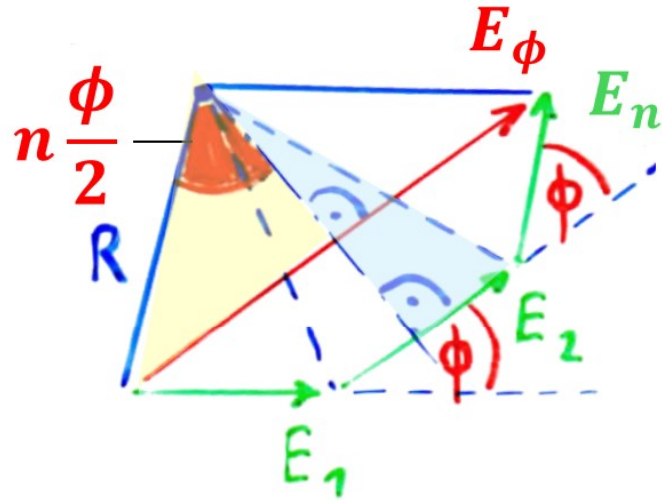
E_0 ist Bogen über $\phi \rightarrow E_0 = R \phi$

rechtwinkliges Dreieck $\rightarrow E_\phi = 2R \cdot \sin \frac{\phi}{2}$

Relative Amplitude: $\frac{E_\phi}{E_0} = \frac{\sin \phi/2}{\phi/2}$

Beugungswinkel: (♥) $\rightarrow \sin \alpha = \frac{\Delta \lambda'}{b} = \frac{\lambda}{b} \cdot \frac{\phi}{2\pi}$

FRESNEL-Beugung am Gitter



ϕ – Gangunterschiedswinkel **benachbarter** Strahlen

R – fiktiver Radius in der komplexen Zeigerebene

E_0 – maximale Amplitude der 0. Ordnung: $E_0 = \sum_{i=1}^n E_i$

E_ϕ – resultierende Amplitude: $E_\phi = \sum_{i=1}^N \vec{E}_i$

rechtwinkliges Dreieck $\rightarrow \frac{E_\phi}{2} = R \cdot \sin n \frac{\phi}{2}$

Hauptmaxima: $\phi = k2\pi \rightarrow \frac{\phi}{2} = k\pi$ (NST)

rechtwinkliges Dreieck $\rightarrow \frac{E_i}{2} = R \cdot \sin \frac{\phi}{2}$

Für NST gilt: $\sin \varphi \approx \varphi \rightarrow \frac{E_\phi}{E_0} = 1$

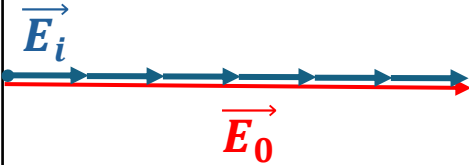
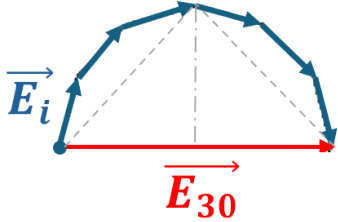
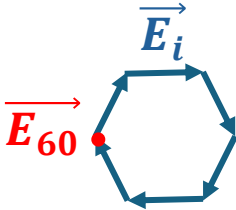
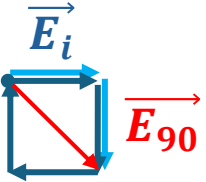
Minima: g.d.w. $\sin\left(n \frac{\phi}{2}\right) = 0 \wedge \sin\left(\frac{\phi}{2}\right) \neq 0$

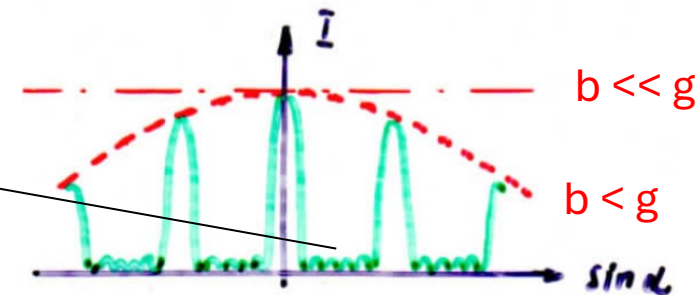
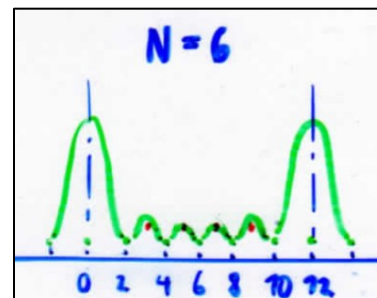
Relative Amplitude: $\frac{E_\phi}{E_0} = \frac{E_\phi}{nE_i} = \frac{\sin\left(n \frac{\phi}{2}\right)}{n \sin\left(\frac{\phi}{2}\right)}$

$n \frac{\phi}{2} = k\pi \rightarrow \phi = \frac{k2\pi}{n} \rightarrow \Delta\lambda = \frac{k\lambda}{n} \wedge \frac{k}{n} \notin N$

Das 6-fach Gitter

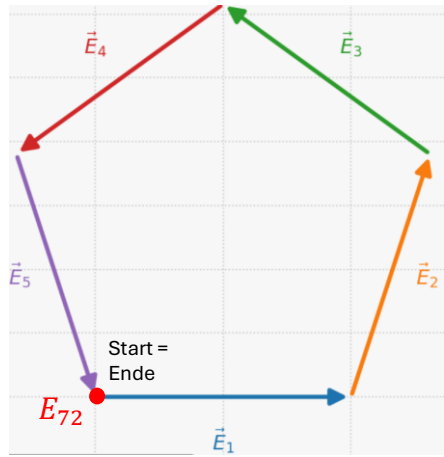
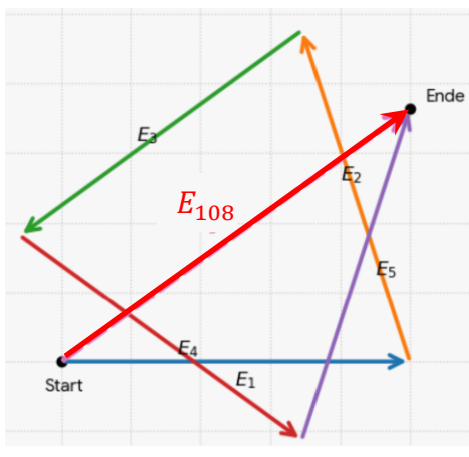
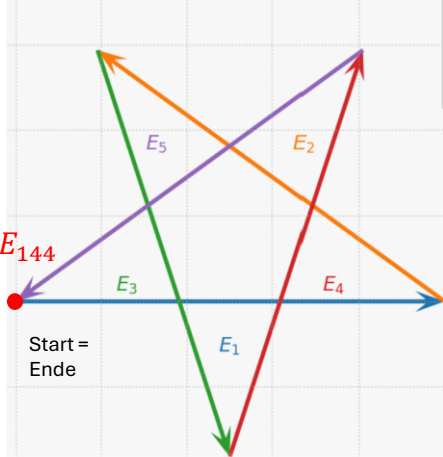
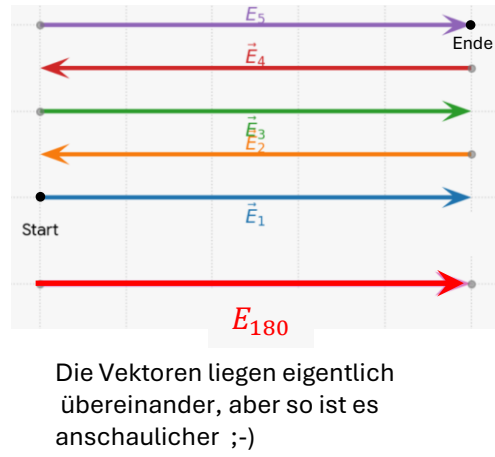
Mit der Zeigeroptik lassen sich nicht nur Maxima und Minima bestimmen, sondern auch Lage und Intensität für jeden Beugungswinkel. Dabei wirkt jeder Spalt als Quelle eines Lichtzeigers.

Interferenzort	0. Hauptmaximum	Flanke Hauptmax.	1. Minimum	1. Nebenmaximum
Gangunterschied	$\phi = 0$ $\Delta\lambda = 0$	$\phi = \frac{\pi}{6}$ $\Delta\lambda = \frac{\lambda}{12}$	$\phi = \frac{\pi}{3}$ $\Delta\lambda = \frac{\lambda}{6}$	$\phi = \frac{\pi}{2}$ $\Delta\lambda = \frac{\lambda}{4}$
Konstruktion				
Amplitude $\left \frac{E_\phi}{E_0} \right $	$\frac{1}{1}$	$\frac{\sin(6 \cdot 30^\circ/2)}{6 \cdot \sin(30^\circ/2)} \approx \frac{1}{1,55}$	$\frac{0}{1}$	$\frac{\sqrt{2}}{6}$



Das 5-fach Gitter

Untersuche das 5-fach Gitter. Es sei $b \ll g$. Fülle dazu die Tabelle aus.

Interferenzort	1. Minimum	1. Nebenmaximum	2. Minimum	2. Nebenmaximum
Gangunterschied	$\phi = 72^\circ \quad \Delta\lambda = \frac{\lambda}{5}$	$\phi = 108^\circ \quad \Delta\lambda = \frac{3}{10}\lambda$	$\phi = 144^\circ \quad \Delta\lambda = \frac{2}{5}\lambda$	$\phi = 180^\circ \quad \Delta\lambda = \frac{\lambda}{2}$
Konstruktion →				 Die Vektoren liegen eigentlich übereinander, aber so ist es anschaulicher ;-)
Amplitude $\left \frac{E_\phi}{E_0} \right $	$\frac{0}{1}$	$\frac{\sin(5 \cdot 108^\circ/2)}{5 \cdot \sin(108^\circ/2)} \approx \frac{1}{4}$	$\frac{0}{1}$	$\frac{1}{5}$

HINWEIS: Die Nebenmaxima sind bei Gittern mit $N > 3$ schwer zu erkennen, da die Intensität I das Quadrat der Amplituden der Feldstärkevektoren E ist. Der Helligkeitsunterschied ist dann für das menschliche Auge einfach zu stark.

$$\frac{I_\phi}{I_0} = \left(\frac{E_\phi}{E_0} \right)^2 \quad (\clubsuit)$$

Ein besonderes 4-fach Gitter

Der Rundfunksender Ithaca hat eine Ausnahmegenehmigung und darf auch nachts senden, da er auf Grund seiner Antennenanordnung die Nachbarstationen nicht stört. Seine 4 Antennen sind auf einer Geraden in Senderichtung im Abstand von einer Viertel-Wellenlänge angeordnet und strahlen jeweils mit einer Phasenverschiebung von $\Delta\phi = \frac{\pi}{2}$ ab.

Zeichne die Intensitätsverteilung in Abhängigkeit des horizontalen Abstrahlwinkels α .

frei nach Jay Orear, Physik, Hanser 1982

$$(\clubsuit) \rightarrow \frac{I_\phi}{I_0} = \frac{\sin^2\left(n\frac{\phi}{2}\right)}{n^2 \sin^2\left(\frac{\phi}{2}\right)} = \frac{\sin^2\left(4\frac{\phi}{2}\right)}{4^2 \sin^2\left(\frac{\phi}{2}\right)} = \frac{\sin^2(2\phi)}{16 \sin^2\left(\frac{\phi}{2}\right)} \quad (\diamond)$$

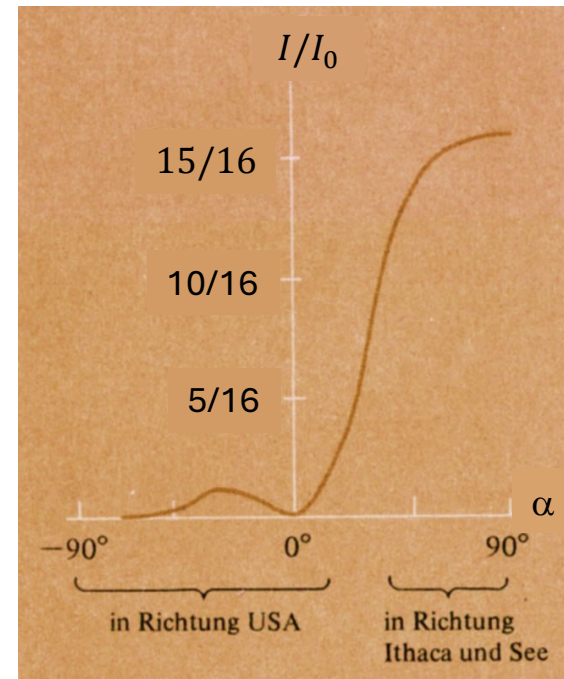
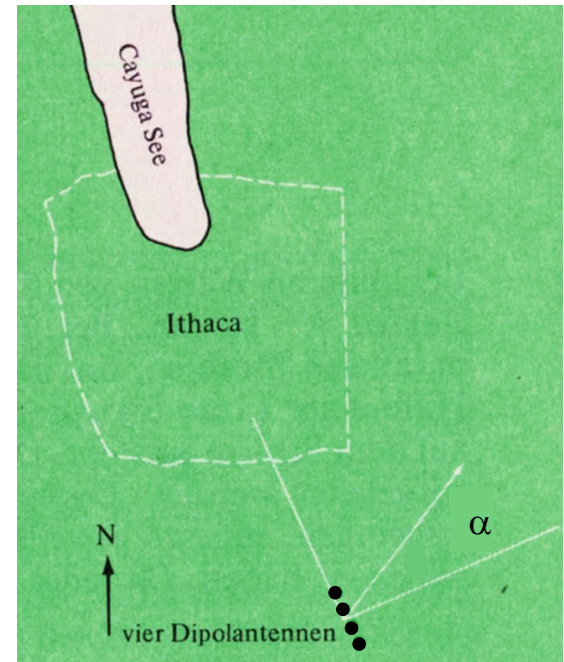
$$\phi = \frac{\Delta\lambda}{\lambda} \cdot 2\pi \quad \& \quad \Delta\lambda = g \cdot \sin \alpha \quad \rightarrow \quad \phi = \frac{g \sin \alpha}{\lambda} 2\pi$$

$$g = \frac{\lambda}{4} \quad \& \quad \Delta\phi = \frac{\pi}{2} \quad \rightarrow \quad \phi = \frac{\sin \alpha}{4} 2\pi - \frac{\pi}{2} \quad \rightarrow \quad \phi = \frac{\pi}{2} (\sin \alpha - 1)$$

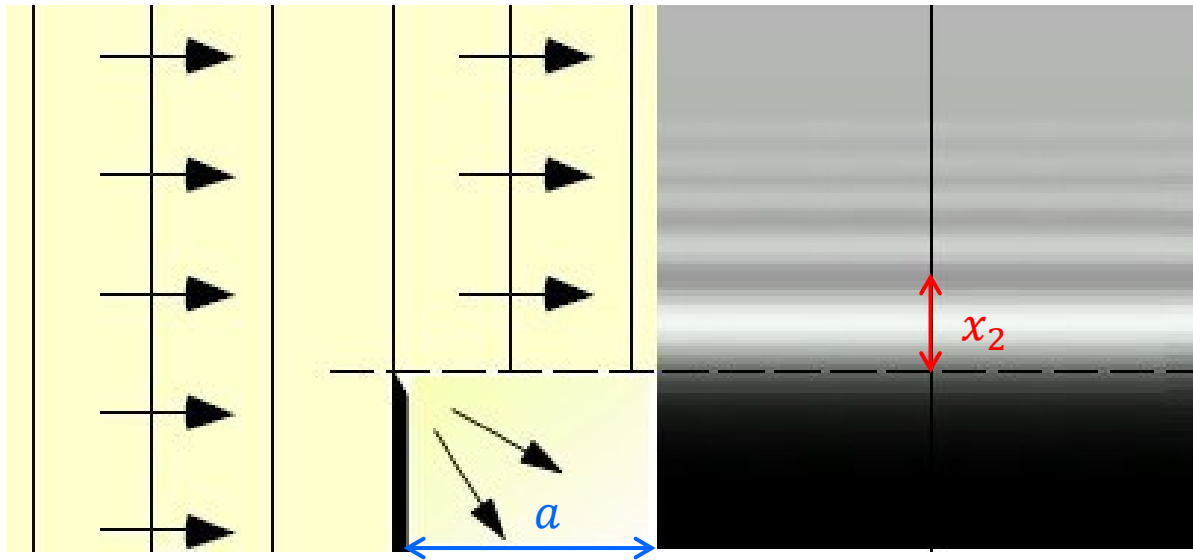
$$\text{Einsetzen in } (\diamond) \rightarrow \frac{I_\phi}{I_0} = \frac{1}{16} \frac{\sin^2(\pi(\sin \alpha - 1))}{\sin^2\left(\frac{\pi}{4}(\sin \alpha - 1)\right)}$$

HINWEIS: Häufig wird die relative Intensität auf die Intensität eines einzelnen Gitterspaltes I_i bezogen und letztere mit I_0 bezeichnet, so auch bei Jay Orear.

In unserer Lesart beziehen wir aber die relative Intensität auf die Intensität der 0. Ordnung $I_0 = (\sum_{i=1}^n E_i)^2$



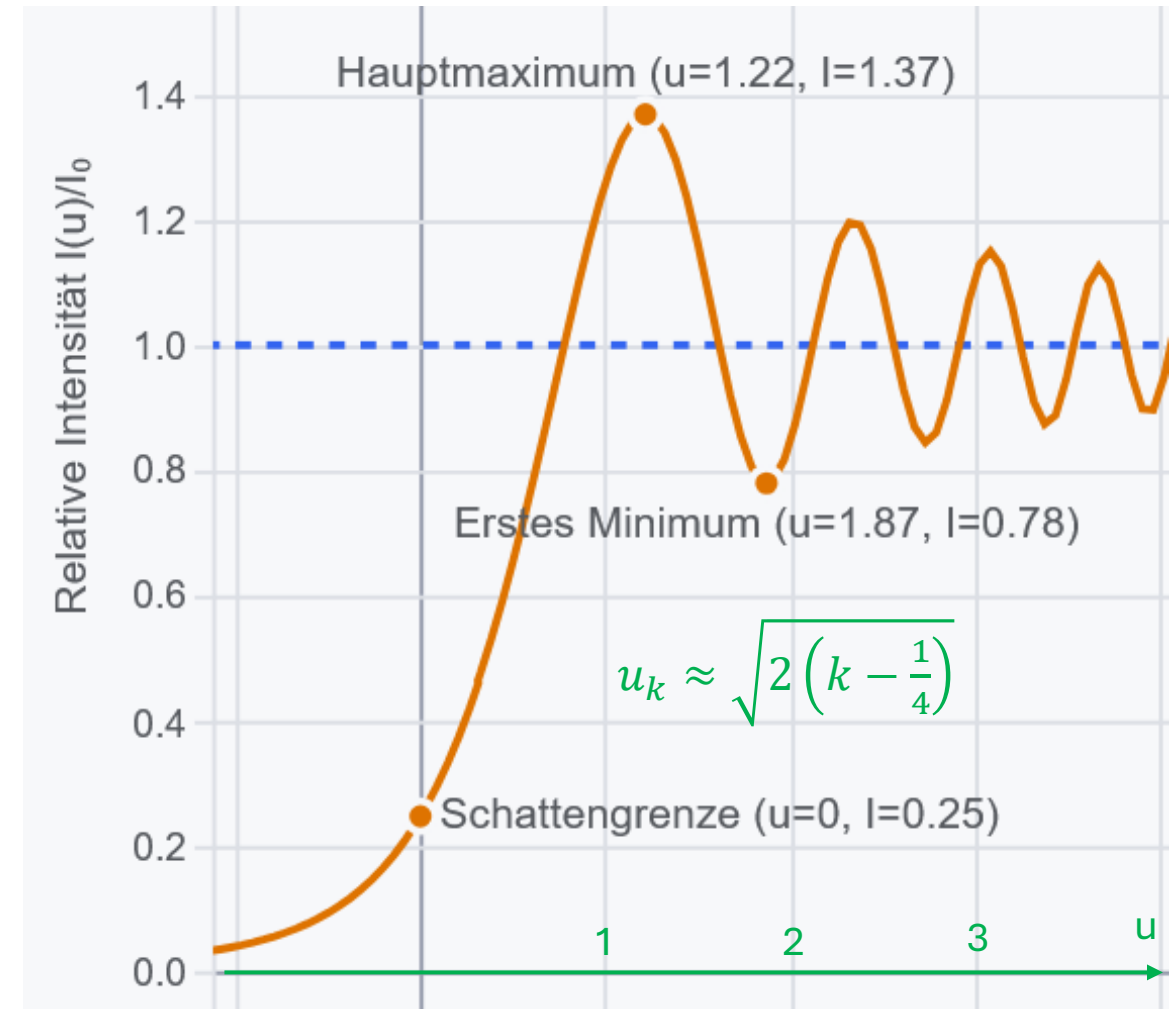
FRESNEL-Beugung an einer Kante



FRESNEL Integral $\rightarrow$

$$x_k \approx \sqrt{\left(k - \frac{1}{4}\right) \lambda \cdot a}$$

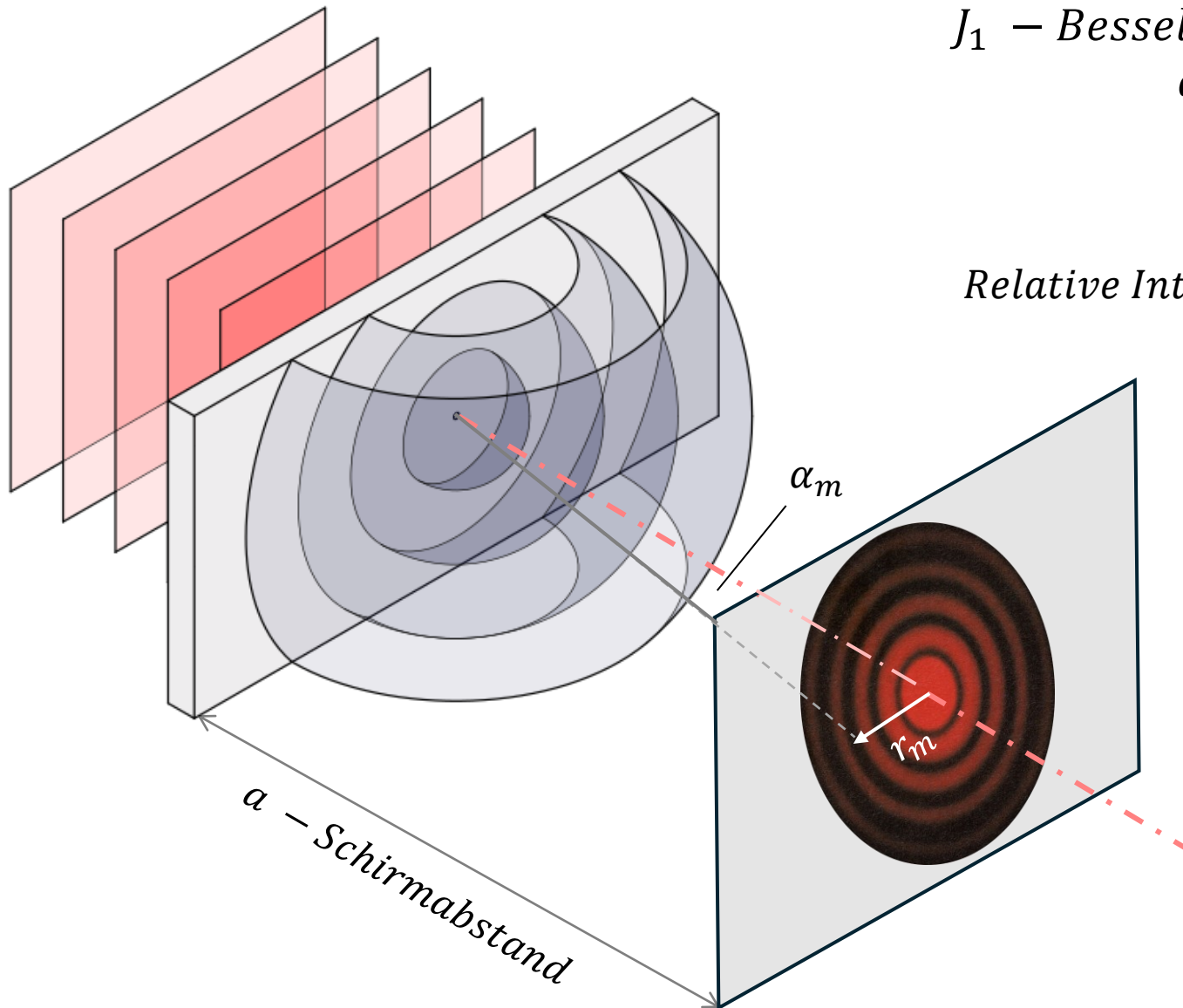
Berechne die Lage des 1. Maximums und 1. Minimums bei der Beugung von He-Ne-Laserlicht ($\lambda = 632,8 \text{ nm}$) an einer Rasierkling in 1 m Entfernung vom Schirm.



$$1. \text{ MAX: } k = 1 \rightarrow \sqrt{\left(1 - \frac{1}{4}\right) \cdot 632,8 \cdot 10^{-9} \cdot 1,0} = 0,69 \text{ mm}$$

$$1. \text{ MIN: } k = 2 \rightarrow \sqrt{\left(2 - \frac{1}{4}\right) \cdot 632,8 \cdot 10^{-9} \cdot 1,0} = 1,05 \text{ mm}$$

FRESNEL-Beugung an einem Pinhole



J_1 – Besselfunktion 1. Gattung und 1. Ordnung

d – Durchmesser Pinhole

α – Beugungswinkel

Relative Intensität:
$$\frac{I(\alpha)}{I_0} = \left(\frac{2 J_1 \left(\pi \frac{d}{\lambda} \cdot \sin \alpha \right)}{\pi \frac{d}{\lambda} \cdot \sin \alpha} \right)^2$$

Minima x_m sind Nullstellen von J_1 :

$$r_m = x_m \cdot \frac{a \lambda}{d \pi} \approx \left(m + \frac{1}{4} \right) \frac{a \lambda}{d} \quad m \in \mathbb{N}^+$$

Optimum zwischen Beugungsunschärfe und geometrischer Unschärfe:

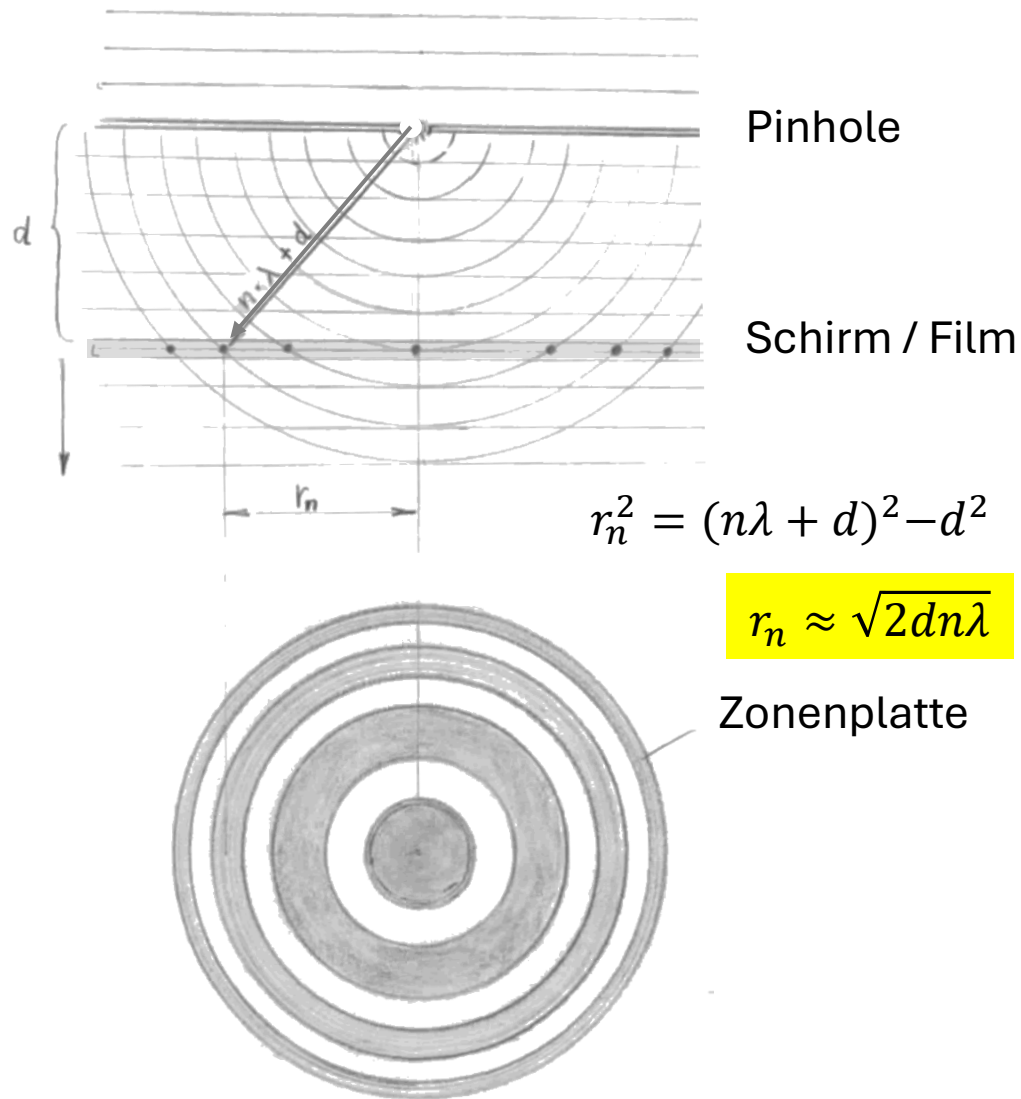
Lord-Rayleigh-Formel $d_{opt} \approx \sqrt{3,6 \cdot \lambda \cdot a}$

Anwendung Lochkamera mit $a = 50 \text{ cm}$

$\lambda = 550 \text{ nm}$ **gesucht:** $d_{opt} = ?$ $r_1 = ?$

$d_{opt} = 1,0 \text{ mm}$ $r_1 = 0,34 \text{ mm}$

FRESNELs Zonenplatte



Ist die Pinhole-Blende halbtransparent, dann ist auf dem Schirm das ortsfeste Interferenzmuster von Referenzstrahl (parallel) und gebeugtem Strahl (sphärisch) zu sehen.

Ist der Schirm ein Film, wird das Stehwellenfeld in dieser Ebene „eingefroren“ - es entsteht eine Zonenplatte. Bei kontrastreichen Filmen sind die entstehenden Ringe wie dargestellt S/W, bei weichen Filmen sind die Übergänge stetig und folgen $f(x) \sim \sin^2 x$.

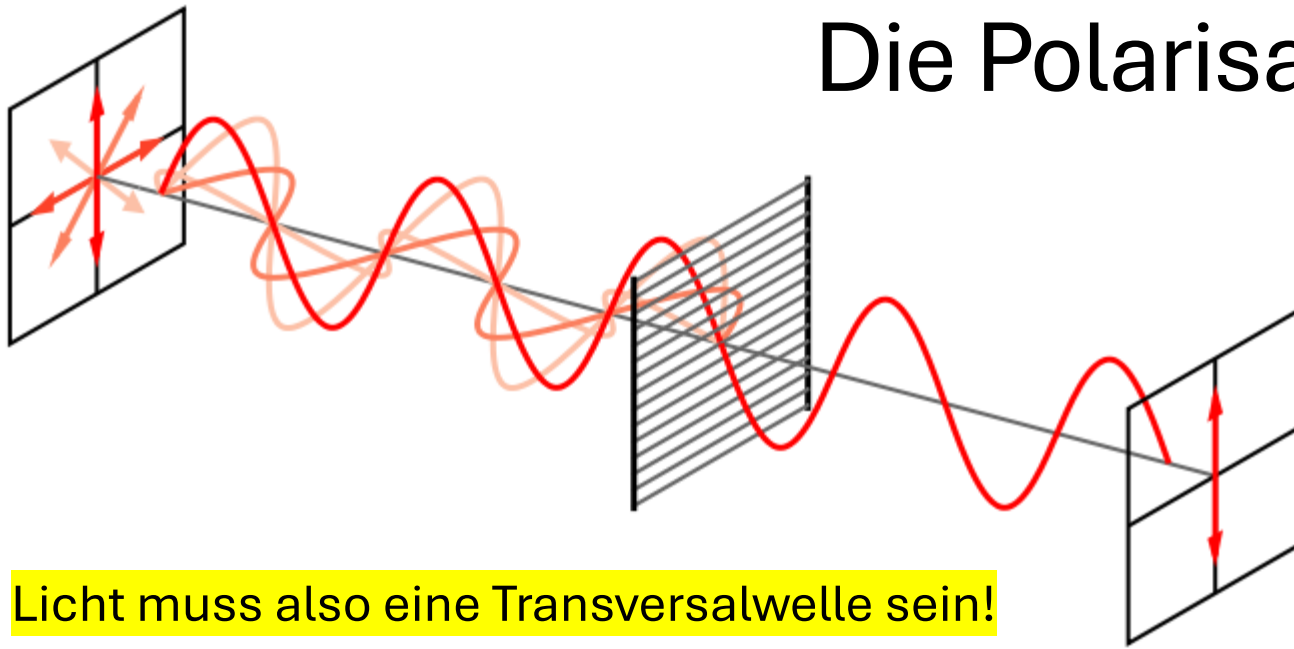
Durch eine Umkehrbleichung und ungestörte Zweitbelichtung kann man die Zonenplatte invertieren.

Beleuchtet man jetzt die Zonenplatte mit einem etwas aufgeweitet, parallelen Laserstrahl (Kollimator), so kehrt man faktisch den Lichtweg um und kann die punktförmige Lichtquelle rekonstruieren.

Die FRESNEL Zonenplatte ist somit das Hologramm eines einzelnen Punktes.

Nach BABINETs Theorem, erzeugt auch das nicht invertierte Hologramm das gleiche Bild.

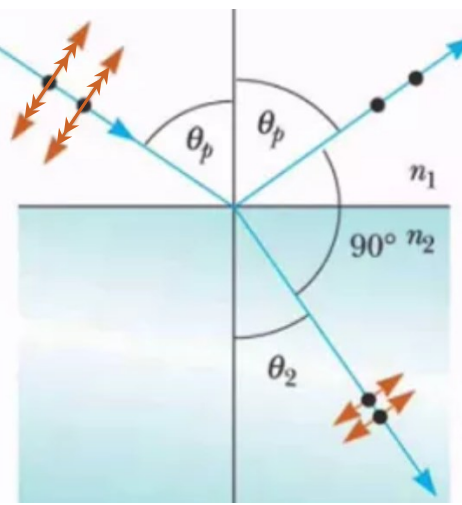
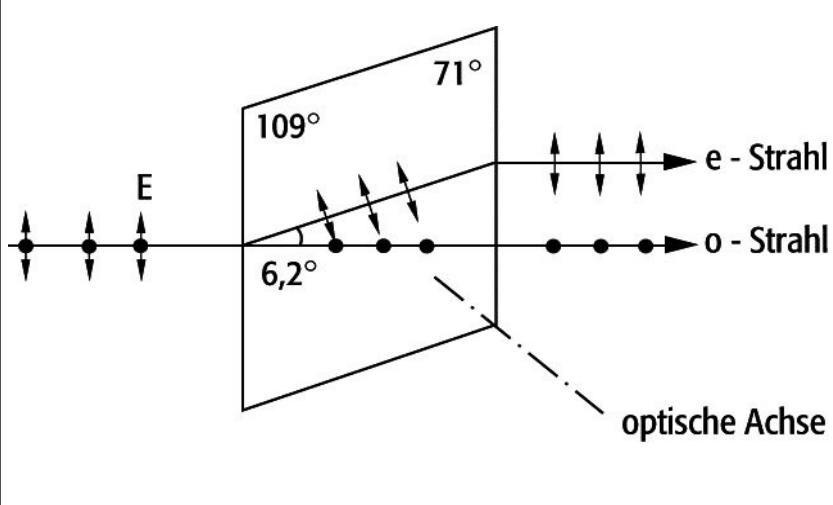
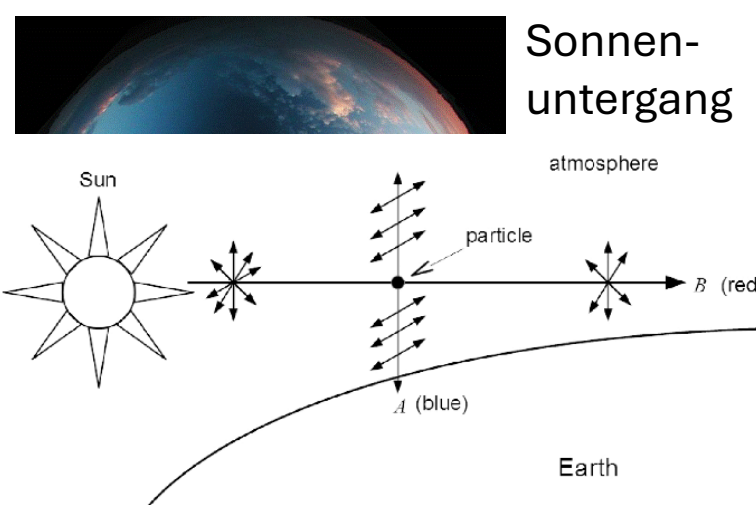
Die Polarisation



Wir beobachten polarisiertes Licht in vielen Alltagssituationen:

- Reflexion (BREWSTER-Winkel)
- Doppelbrechung (Kalkspat)
- Display (LCD)
- Himmelsblau (RAYLEIGH-Streuung)

Licht muss also eine Transversalwelle sein!

Reflexion	Doppelbrechung	Streuung
Glasscheibe, Wasseroberfläche	Kalkspat, Flüssigkristalle, Cellophan	$d \ll \lambda$ (RAYLEIGH) z. B. Luft
 Zeige: $\frac{n_2}{n_1} = \tan \theta_p$ $\frac{n_2}{n_1} = \frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} = \frac{\sin \theta_p}{\sin(90^\circ - \theta_p)} = \frac{\sin \theta_p}{\cos \theta_p}$	 optische Achse	 Sonnen- untergang