# Vorbereitung zur 2. Runde des deutschen Auswahlwettbewerbes zur IPhO 2027




Created by Notein

# Gliederung


1. Bauteile der Elektronik

2. Gleichstromkreis
   - Allgemeine Definitionen
   - Verschaltungen von Bauteilen
   - Notwendige Skills

3. Spule und Kondensator im DC-Stromkreis


Created by Notein

# Gliederung


1. Wechselstromkreis
   - Allgemeine Einführung
   - Bauteile und Eigenschaften
   - Hilreiche skills - Komplexe Wechselstromrechnung
2. Zusätze
3. Weitere Übungen


Created by Notein

# Bauteile der Elektronik

Created by Notein

# Fundamentale Bauteile der Elektronik

| | | |
|---|---|---|
| Leiter, Kabel, Stromweg | Buchse und Stecker | NTC-Widerstand (Heißleiter) |
| Dreiphasen-Vierleitersystem | Spannungsquelle (allgemein) | PTC-Widerstand (Kaltleiter) |
| Kreuzung von Leitern ohne Verbindung | galvanische Spannungsquelle (Batterie) | Generator |
| Leitungsverzweigung: fest, lösbar | Widerstand (allgemein) | Motor |
| Erde (allgemein) | stellbarer Widerstand | Kondensator<br>stellbar |
| Schutzerde | Schalter als Schließer Öffner | Elektrolytkondensator |
| Masse | Taster als Schließer Öffner | Fotowiderstand |
| Gehäuse | handbetätigter Schalter (allgemein) | Diode |
| Schutzisolierung | Glühlampe | Lichtemitterdiode (LED) |
| Sicherung | Glimmlampe | Fotoelement |
| Antenne | Spule, Drossel | npn-Transistor |
| Hörer | Spule mit Eisenkern | Feldeffekttransistor |
| Lautsprecher | Transformator | Spannungsmessgerät |
| Klingel | Dauermagnet | Stromstärkemessgerät |

Created by Notein

# Widerstände

→ behindern den elektrischen Strom, Maß für anzulegende Spannung

ohmsches Gesetz: $R = \frac{U}{I}$ $U$...Spannung ($U = \Delta\varphi$), $I$...Stromstärke

Potential

elektrische Leistung: $P = UI = RI^2 = \frac{U^2}{R}$

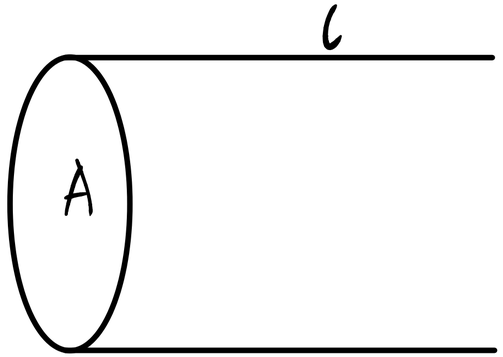
Drahtwiderstände mit Zusammenhang $R = \rho \cdot \frac{l}{A}$



mit $l$... Länge des Leiters

$A$... Querschnittsfläche des Leiters

$\rho$... spezifischer elektrischer Widerstand




bzw. differentiell $dR = \frac{\rho}{A} dl$

Created by Notein

# Widerstände

→ behindern den elektrischen Strom, Maß für anzulegende Spannung

ohmsches Gesetz: $R = \frac{U}{I}$ $U$...Spannung ($U = \Delta\varphi$), $I$...Stromstärke

elektrische Leistung: $P = UI = RI^2 = \frac{U^2}{R}$

Drahtwiderstände mit Zusammenhang $R = \rho \cdot \frac{l}{A}$



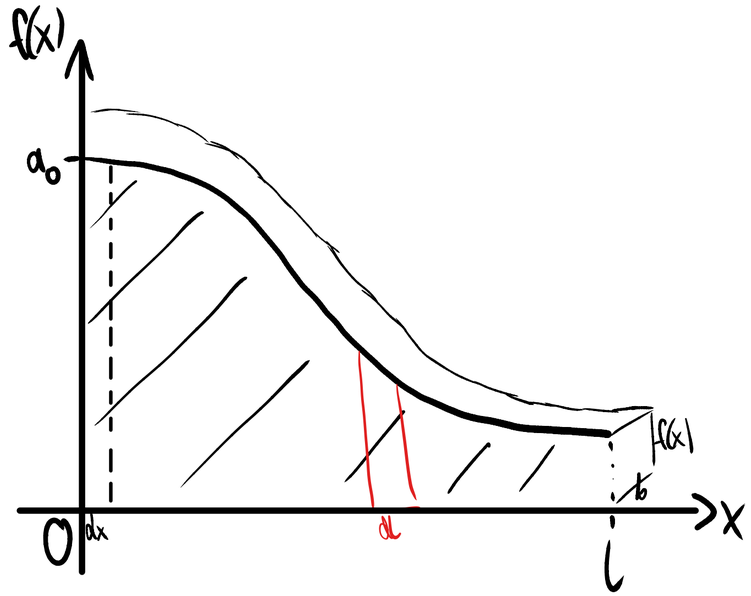
mit $l$... Länge des Leiters

$A$... Querschnittsfläche des Leiters

$\rho$... spezifischer elektrischer Widerstand

→ $\sigma = \frac{1}{\rho}$ ... elektrische Leitfähigkeit

Created by Notein




- Widerstand mit rechteckigem Querschnitt (Tiefe) b
- Höhe gemäß f(x)

Draufsicht:



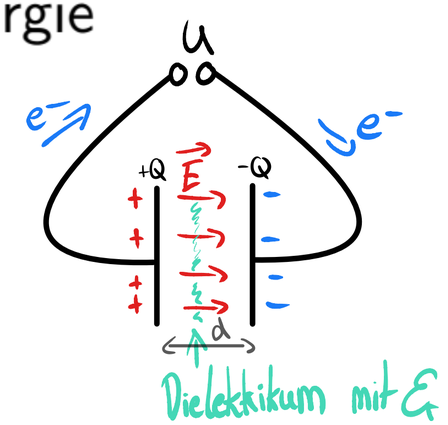

Betrachte infinitesimales Element dx: $dR = s \cdot \frac{dL}{A(x)} = s \cdot \frac{dx}{b \cdot f(x)}$

Integrieren (Summe mit unendlich dünnen Scheiben): $R = \int_0^l s \cdot \frac{dx}{b \cdot f(x)} = \frac{s}{b} \int_0^l \frac{dx}{f(x)}$

Created by Notein

# Kondensatoren

...Bauteile zur Speicherung von Ladungsträgern, elektrischer Energie




Kapazität $C$... $C = \frac{Q}{U}$

Gespeicherte Energie $E = \frac{1}{2}QU = \frac{1}{2}CU^2 = \frac{Q^2}{2C}$

Aufbau Plattenkondensator:

- zwei gegenüberliegende Platten verschiedenen Potentials durch Ladungsdifferenz
- oft Dielektrikum ($\epsilon_r$) in Zwischenraum
- Wickelkondensatoren mit doppelter effektiver Fläche ($A$)

Plattenkondensator $C = \epsilon_0 \epsilon_r \frac{A}{d}$ und E-Feld $E = \frac{U}{d}$

Created by Notein

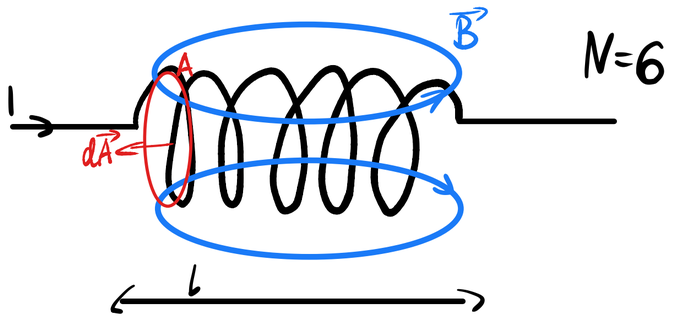
# Spulen

...aufgewickelter Draht mit verstärktem Magnetfeld im Inneren

magnetische Flussdichte: $B = \mu_0 \mu_r \cdot \frac{N \cdot I}{l}$ (I ← Strom, l ← Länge)

es gilt: $\vec{B} = \mu_0 \mu_r \cdot \vec{H}$ mit $\vec{H}$...magnetische Feldstärke

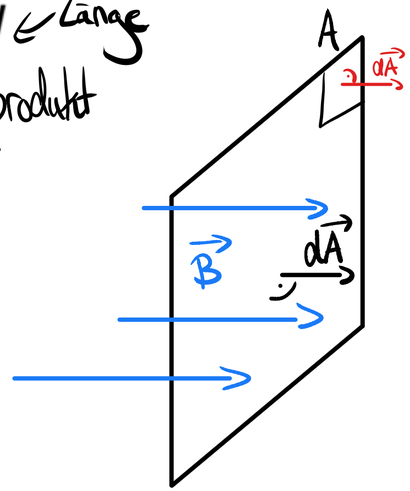
Induktivität: $L = \mu_0 \mu_r N^2 \cdot \frac{A}{l}$ (l ← Länge)

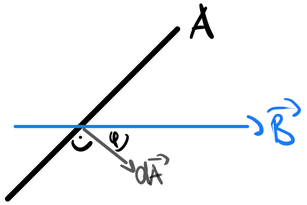



Induktionsgesetz:

$$U_I = -\frac{d\Phi}{dt} \quad \text{mit } \Phi = \int_A \vec{B} \cdot d\vec{A}$$

($\frac{d\Phi}{dt}$: magnetischer Fluss; $\vec{B} \cdot d\vec{A}$: Skalarprodukt)




$\vec{B} \cdot \vec{A} = B \cdot A \cdot \cos\varphi$



ohne Eisenkern



mit Eisenkern

$$U_I = -L \cdot \frac{dI}{dt}$$

Created by Notein

# Spulen

...aufgewickelter Draht mit verstärktem Magnetfeld im Inneren

magnetische Flussdichte: $B = \mu_0 \mu_r \cdot \frac{N \cdot I}{l}$

es gilt: $\vec{B} = \mu_0 \mu_r \cdot \vec{H}$ mit $\vec{H}$...magnetische Feldstärke




Induktivität: $L = \mu_0 \mu_r N^2 \cdot \frac{A}{l}$




Induktionsgesetz:

$$U_I = -\frac{d\Phi}{dt} \text{ mit } \Phi = \int_A \vec{B} \cdot d\vec{A}$$

Exkurs Vektoren: $\vec{a} \times \vec{b} = ab \sin \sphericalangle \vec{a}, \vec{b}$ $\quad$ $\vec{a} \cdot \vec{b} = ab \cos \sphericalangle \vec{a}, \vec{b}$

Created by Notein

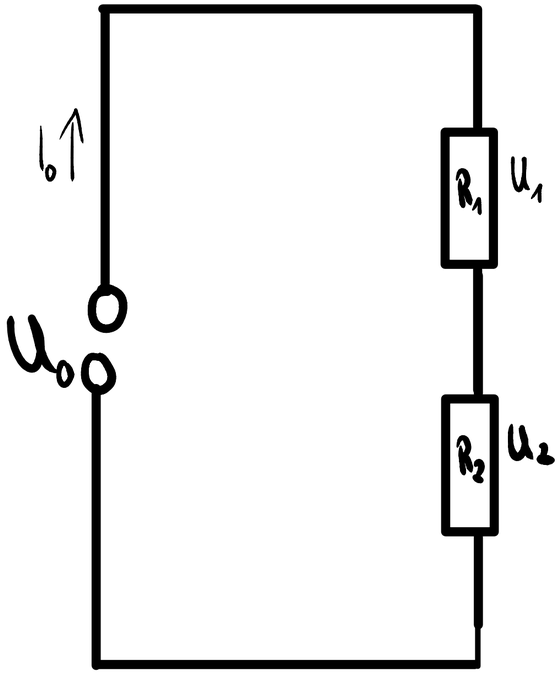
# Gleichstromkreis

Created by Notein

# Allgemeingültige Gesetze

## Spannungsteilerregel

- konstante Stromstärke an Bauteilen in Reihenschaltungen



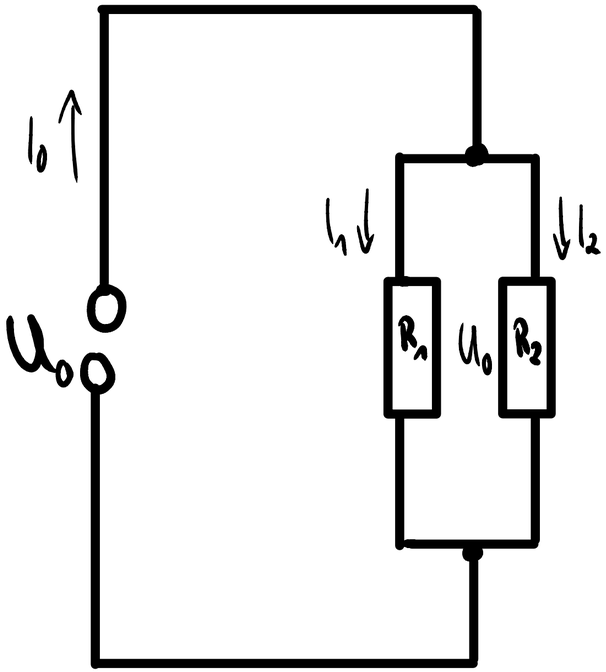

- Aufteilung der Spannung gemäß $\frac{U_1}{U_2} = \frac{R_1}{R_2}$ $\qquad U_0 = U_1 + U_2$

Created by Notein

# Allgemeingültige Gesetze

## Stromteilerregel

- konstante Spannung an Bauteilen in Parallelschaltungen

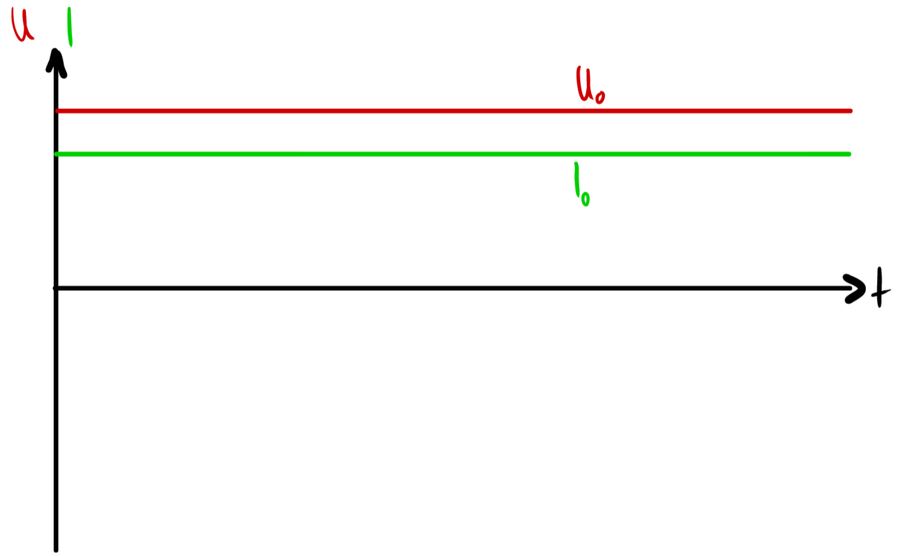



- Aufteilung der Stromstärke gemäß $\frac{I_1}{I_2} = \frac{R_2}{R_1}$ $\quad I_0 = I_1 + I_2$

# Der Gleichstromkreis

Schaltkreise mit konstanter Ausgangsspannung $U_0$ und somit Gesamtstromstärke $I_{Ges}$

keine Phasenverschiebung, $U$ und $I$ in Phase (bzw. keine Phase)




Created by Notein

# Reihen- und Parallelschaltungen

## Reihenschaltungen

Widerstände

$$R = R_1 + R_2 + ... = \sum_{i=1}^{n} R_i$$

Spulen

$$L = L_1 + L_2 + ... = \sum_{i=1}^{n} L_i$$

Spannungsquellen

$$U = U_1 + U_2 + ... = \sum_{i=1}^{n} U_i$$

Kondensatoren

$$\frac{1}{C} = C^{-1} = C_1^{-1} + C_2^{-1} + ... = \sum_{i=1}^{n} C_i^{-1}$$

## Parallelschaltungen

Widerstände

$$\frac{1}{R} = R^{-1} = R_1^{-1} + R_2^{-1} + ... = \sum_{i=1}^{n} R_i^{-1}$$

Spulen

$$\frac{1}{L} = L^{-1} = L_1^{-1} + L_2^{-1} + ... = \sum_{i=1}^{n} L_i^{-1}$$

Spannungsquellen

$$U = U_1 = U_2 = ...$$

Kondensatoren

$$C = C_1 + C_2 + ... = \sum_{i=1}^{n} C_i$$

Created by Notein

## Aufgabe 10 Kapazitives Oktaedernetzwerk (15 Pkt.)

*(Idee: Aufgabengruppe der PhysikOlympiade, Joachim Brucherseifer)*

Zwölf identische Kondensatoren der Kapazität $C$ sind, wie nebenstehend gezeigt, in einem symmetrischen Kondensatornetzwerk in Form eines Oktaeders verbunden.

10.a) Bestimme die Gesamtkapazität des Kondensatornetzwerks zwischen den Eckpunkten A und B. *(5 Pkt.)*

10.b) Bestimme die Gesamtkapazität des Kondensatornetzwerks zwischen zwei benachbarten Eckpunkten. *(10 Pkt.)*

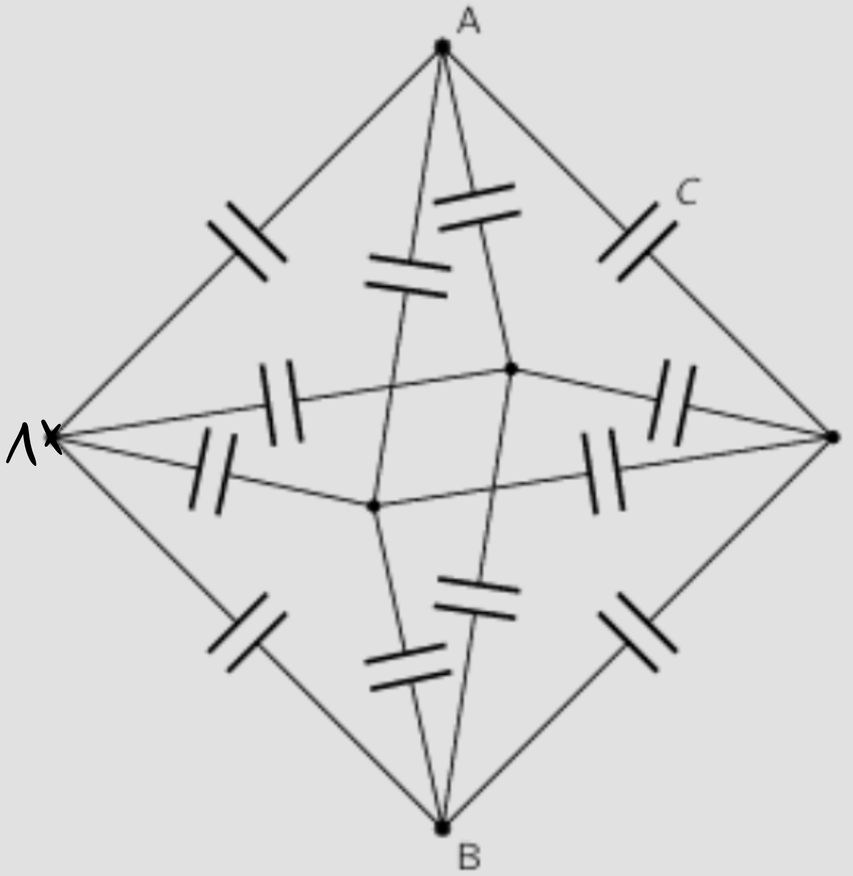
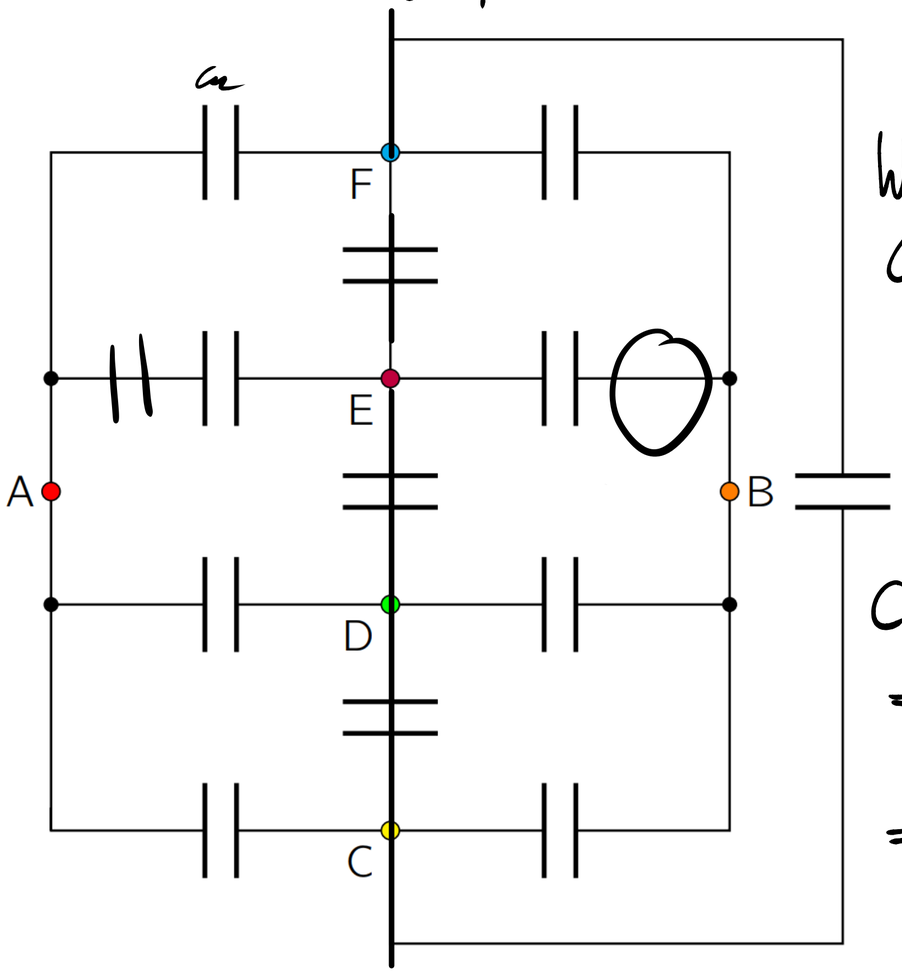



Abb. 5. *Skizze des Kondensatornetzwerkes.*

Created by Notein

a) ≪ Symmetrie




Potential = Energie / Ladung

Wichtig: $U = \Delta\varphi$

↳ Spannung als Potentialdifferenz

⟶

C, D, E, F gleiches $\varphi$

⇒ keine Spannung zwischen den Punkten

⇒ kein Strom

Abb. 7. *Ebenes Ersatzschaltbild des Kondensatornetzwerkes.*

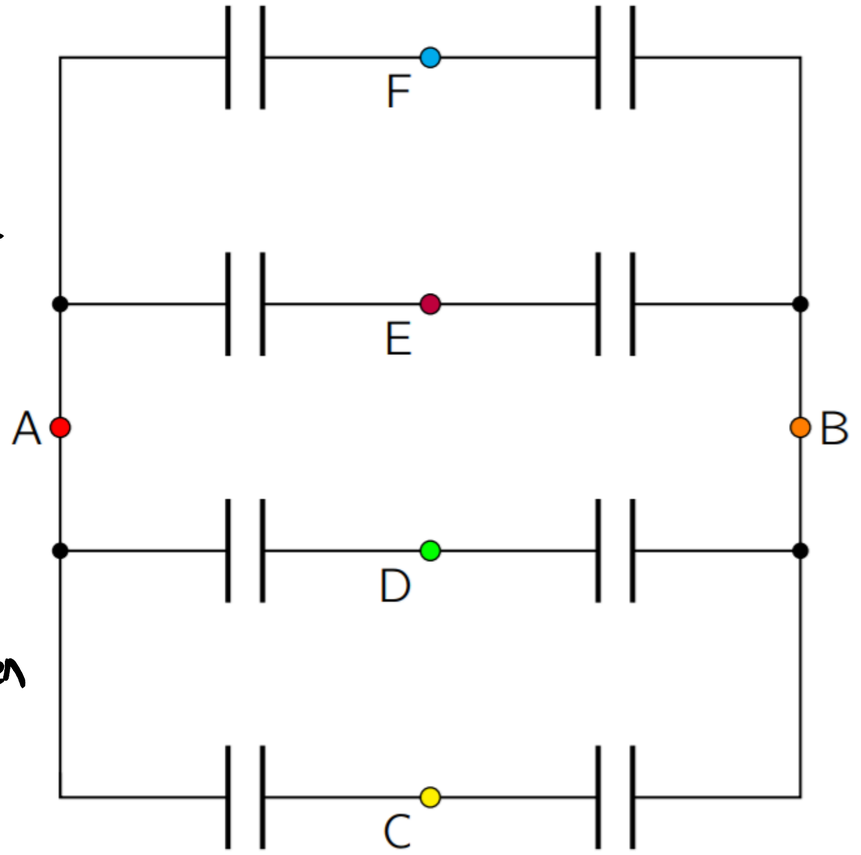



Abb. 8. *Vereinfachtes Ersatzschaltbild des Kondensatornetzwerkes zwischen A und B.*

$\Rightarrow C_{Ges} = 2C$

Created by Notein

# Die Kirchhoff'schen Gesetze

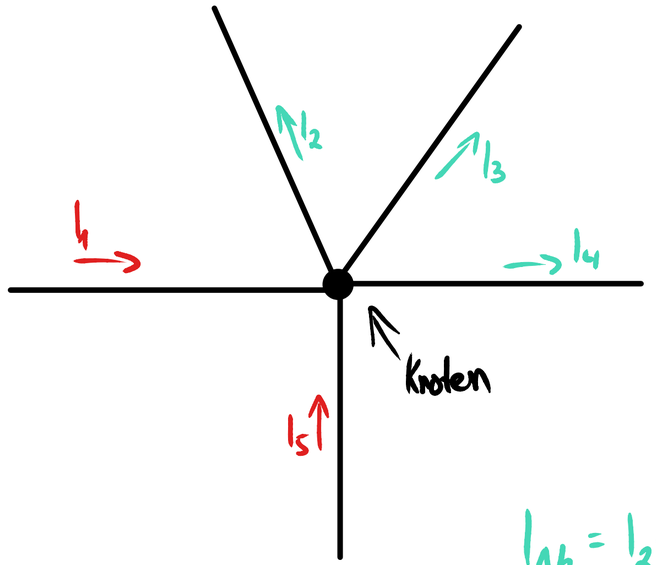
Ermöglichung von Berechnungen in sehr verzweigten Stromkreisen

**Knotenpunktsatz**

Der in einen Knoten hineinfließende Strom muss auch wieder herausfließen.

$$I_{Zu} = I_{Ab}$$

$$\sum_{i=1}^{n} I_i = 0$$




$I_{Zu} = I_1 + I_5$

$I_{Ab} = I_2 + I_3 + I_4$

$I_1 \cdot I_5 > 0$

$\Rightarrow \sum_{i=1}^{n} I_i = I_1 + I_2 + I_3 + I_4 + I_5 = 0$ da $I_2, I_3, I_4 < 0$

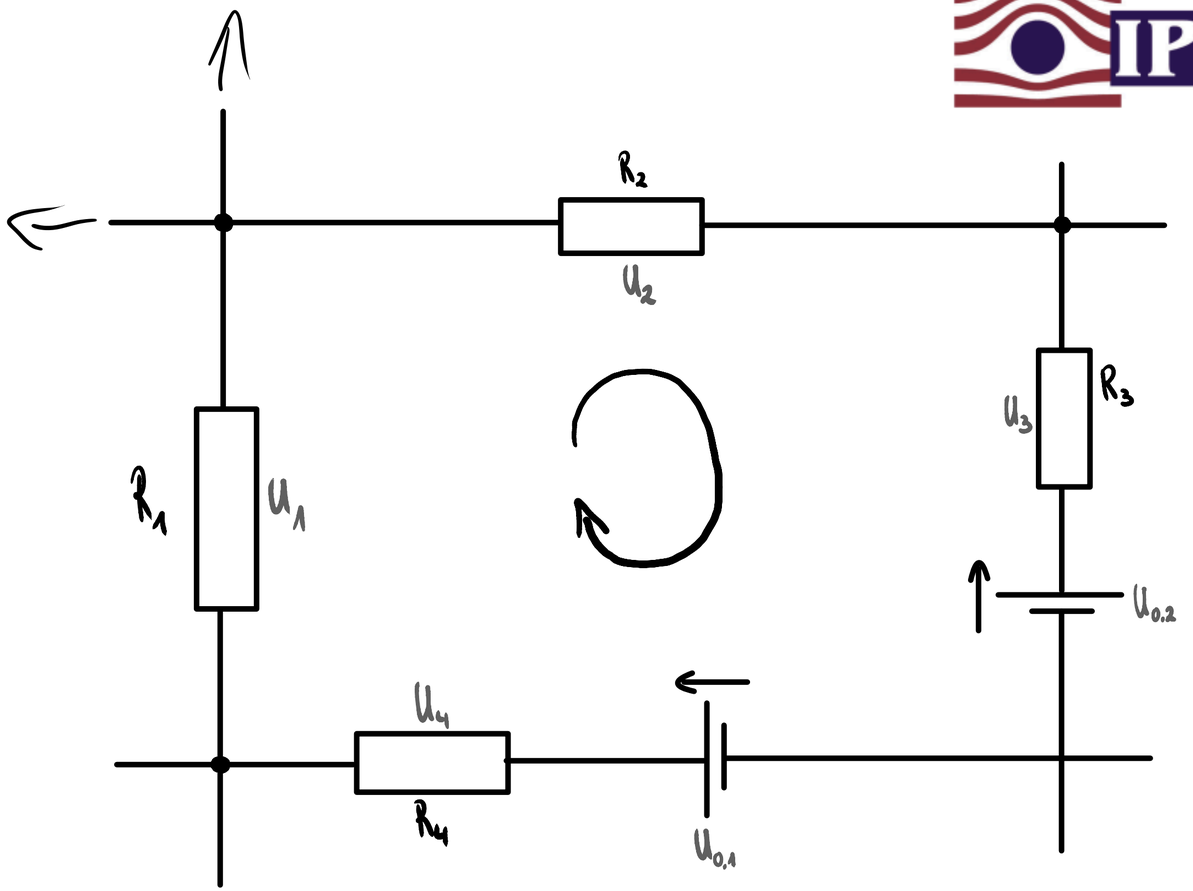


Created by Notein

# Die Kirchhoff'schen Gesetze

**Der Maschensatz**

Die an einer Masche angelegte Gesamtspannung (mit Spannungsquellen $U_{0,k}$) fällt an allen Bauteilen in ihr zu 0 ab.




$$\sum_{i=1}^{n} U_i = \sum_{i=1}^{n} R_i \cdot I_i = \sum_{k=1}^{m} U_{0,k}$$

→ Aufstellen eines Gleichungssystems für gesuchte Größen mit vorhandenen Maschen und Knoten

→ Lösen des LGS

$U_{0,1} - U_{0,2} = U_1 + U_2 + U_3 + U_4$

gegensätzliche Polung

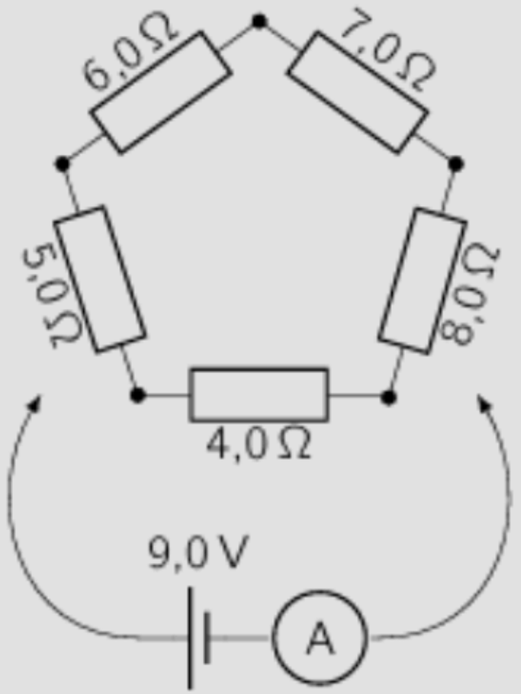
Created by Notein

## Aufgabe 6 Fünfeck aus Widerständen (MC-Aufgabe) (5 Pkt.)

Eine Batterie mit einer Spannung von 9,0 V ist mit einem idealen Amperemeter in Reihe geschaltet ist. Die Reihenschaltung kann an zwei beliebige Ecken des abgebildeten Widerstandfünfecks angeschlossen werden.

Wie groß ist die betragsmäßig kleinste Stromstärke, die dabei durch das Amperemeter fließt?

A 0,30 A B 0,60 A C 1,2 A D 2,3 A




Created by Notein

$$R = \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)^{-1} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

o.B.d.A. $R_1 < R_2$

Strom: $I = \frac{U}{R}$

$$R < R_1$$

Denn: $0 < R_1^2$

$$R_1 R_2 < R_1^2 + R_1 R_2 \iff \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} < \frac{R_1 (R_1 + R_2)}{R_1 + R_2} \iff R < R_1 \quad \square$$

R kleiner als der kleinere Widerstand in Parallelschaltung

$\Rightarrow$ R soll maximal werden $\Rightarrow$ kleinerer Widerstand möglichst groß

$\Downarrow I = \frac{U}{R\uparrow}$

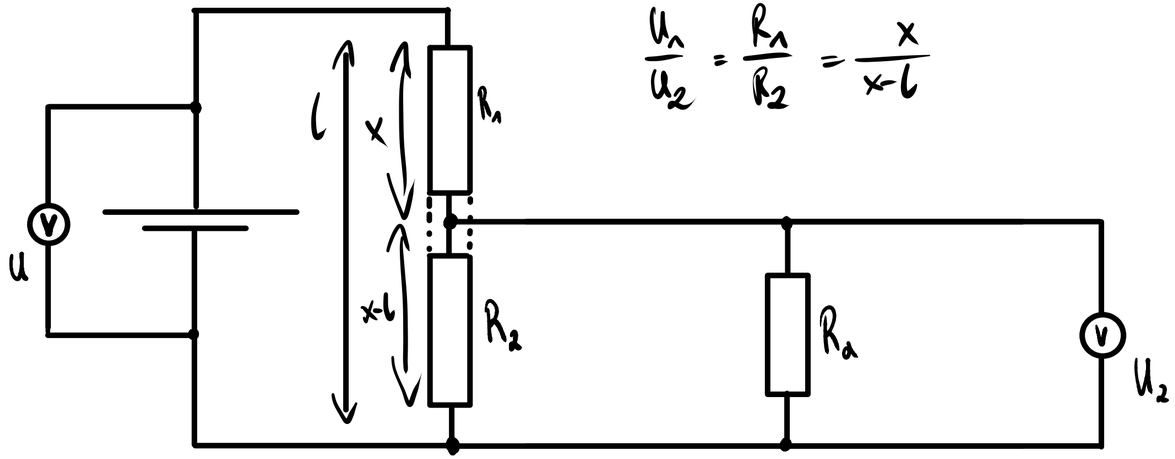
$$\Rightarrow R_1 = R_2$$

$\Rightarrow$ s. Zeichnung: $R_1 = R_2 = 15\,\Omega$

Created by Notein

# Aufbau einer Potentiometerschaltung

Potentiometer als praktische Anwendung einer Parallelschaltung
→ Einstellen einer veränderlichen Spannung mit Drehwiderstand trotz $U_0 = const.$




$\frac{U_1}{U_2} = \frac{R_1}{R_2} = \frac{x}{x-l}$

$R_2$ & $R_a$ mit gleicher Spannung

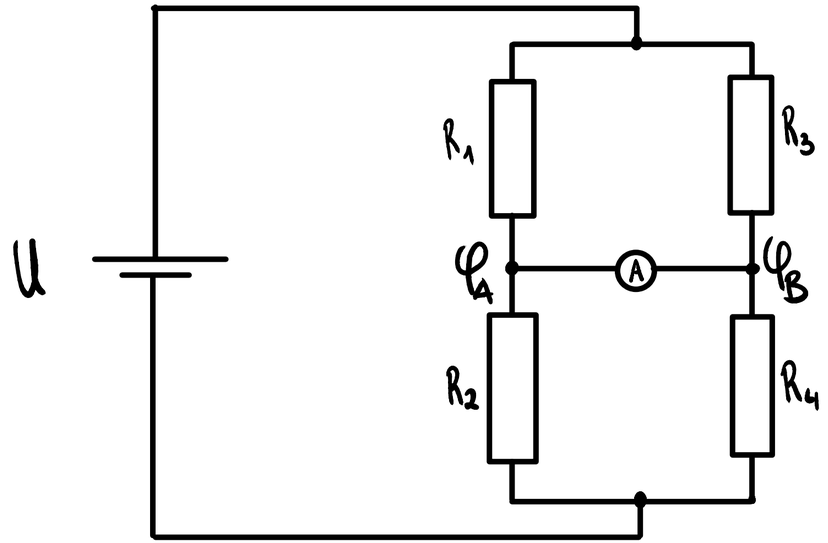
experimentell: Messen von $U_2$ mit Voltmeter

theoretisch mit STR: $U_2 = \dfrac{R_2}{R_1 + R_2 + \dfrac{R_1 \cdot R_2}{R_a}} U$

Created by Notein

# Die Wheatston'sche Messbrücke

Ermittlung eines unbekannten Widerstandes mit einem bekannten Widerstand und einem Spannungsteiler (ohne Messen von Werten)




**Aufbau:**

Verschiebung des Spannungsteilers bis $I = 0 \rightarrow$ keine anliegende Spannung

$\rightarrow$ beide Knoten auf gleichem Potential $\varphi$ denn Spannung $U := \Delta\varphi = \varphi_B - \varphi_A$

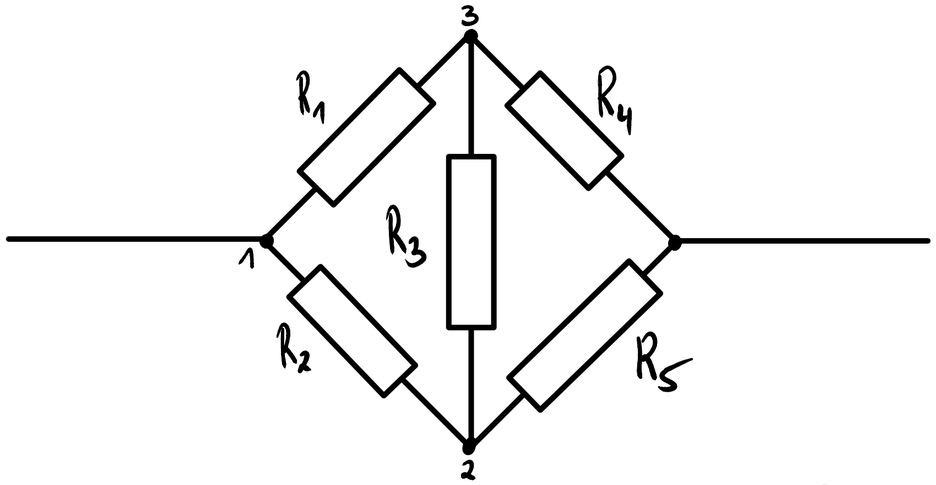
Es gilt: $\dfrac{R_1}{R_2} = \dfrac{R_3}{R_4}$, wobei $R_1, R_2, R_3$ unbekannt

Created by Notein

# Dreieck-Stern-Umformung

Ziel: Vereinfachung von Schaltplänen und Ermöglichung von Berechnungen

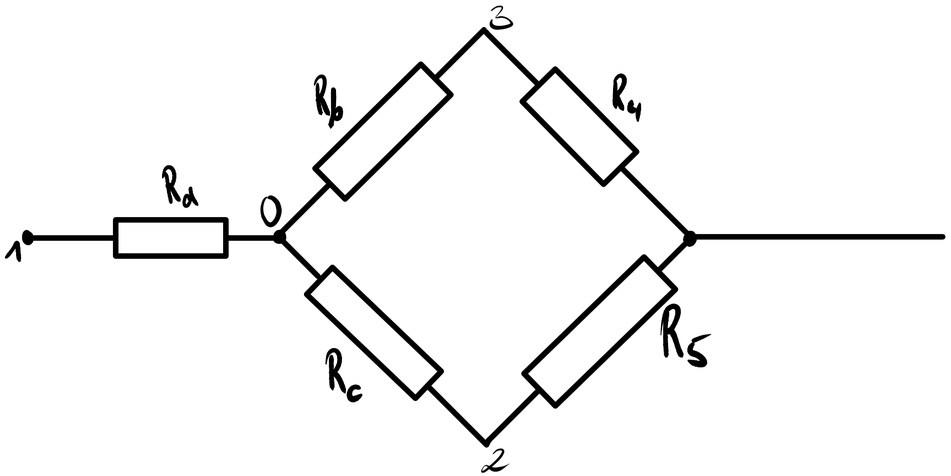
**Situation:**




$$R_{Ges} = ?$$

$\rightarrow$ schwierige, zeitaufwendige Berechnung (Kirchhoff)

Trick: Dreieck-Stern-Umformung von Widerständen




$$R_{Ges} = R_a + \left( \frac{1}{R_b + R_4} + \frac{1}{R_c + R_5} \right)^{-1}$$

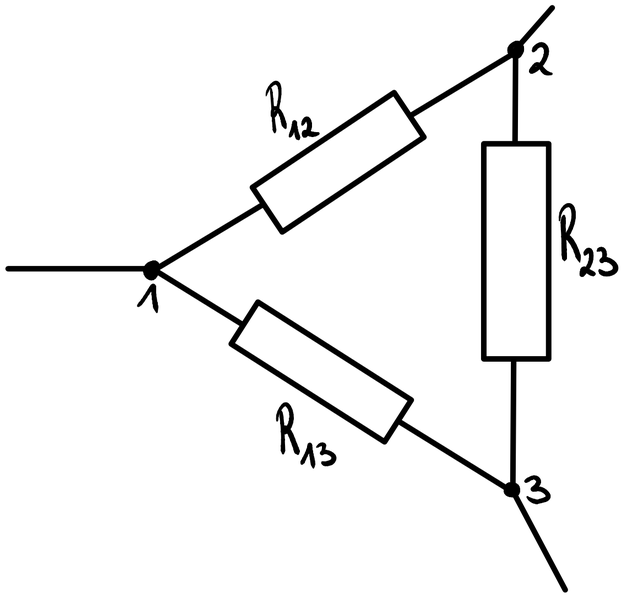
$$R_{Ges} = R_a + \frac{(R_b + R_4)(R_c + R_5)}{R_b + R_c + R_4 + R_5}$$

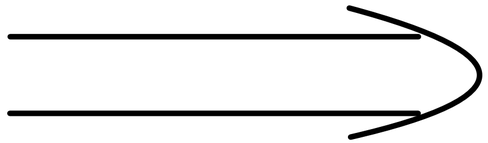
Created by Notein

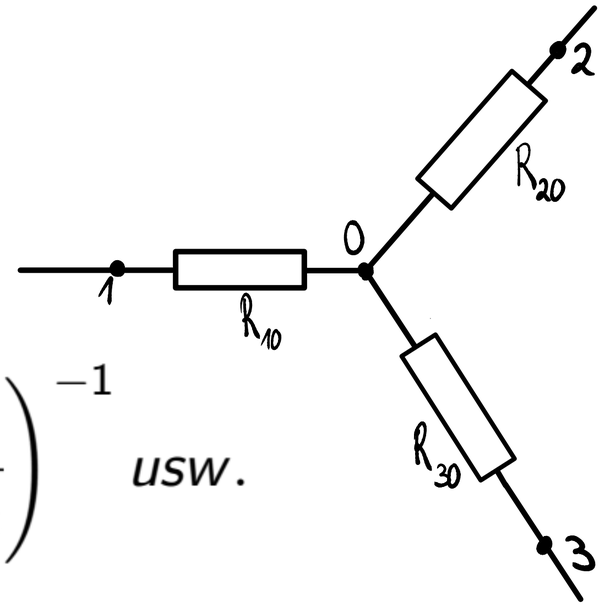
# Dreieck-Stern-Umformung

Maßnahme erlaubt, wenn zwischen zwei Punkten weiterhin der gleiche Gesamtwiderstand anliegt

$\rightarrow$ $U$ und $I$ an allen Punkten unbeeinflusst, keine Auswirkungen auf weiteren Schaltplan






$$R_{10} + R_{20} = \left( \frac{1}{R_{12}} + \frac{1}{R_{13} + R_{23}} \right)^{-1} \quad usw. \tag{1}$$

Aufstellen der Gleichungen und Lösen LGS:

$$R_{10} = \frac{R_{12} \cdot R_{13}}{R_{12} + R_{13} + R_{23}} \qquad R_{20} = \frac{R_{12} \cdot R_{23}}{R_{12} + R_{13} + R_{23}} \qquad R_{30} = \frac{R_{13} \cdot R_{23}}{R_{12} + R_{13} + R_{23}} \tag{2}$$

Created by Notein

b)

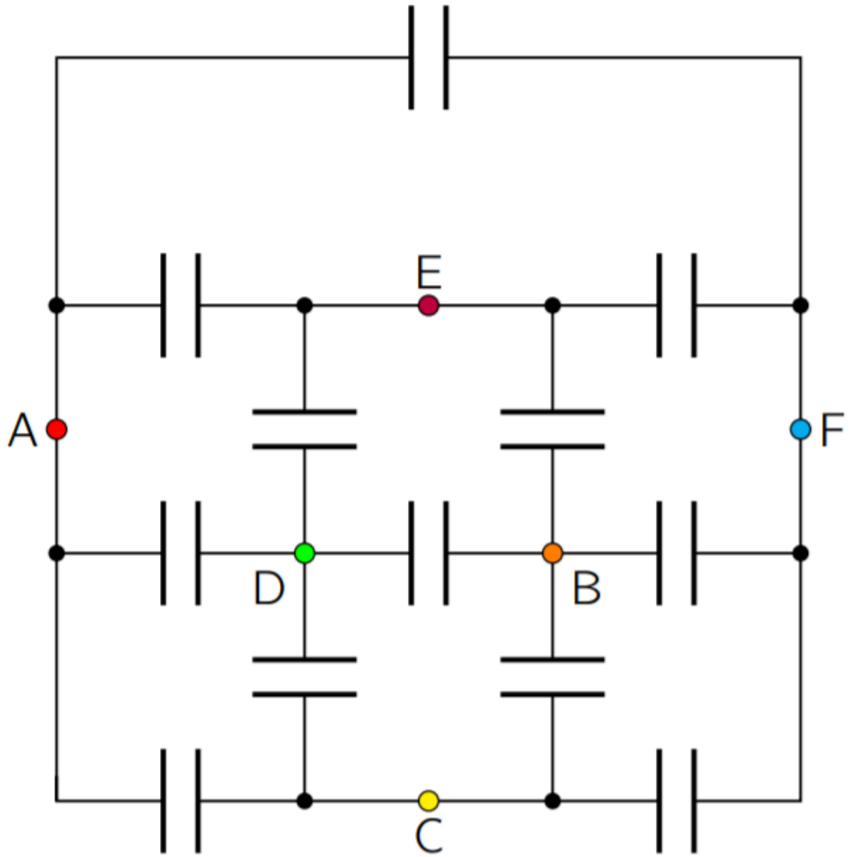



Abb. 9. *Alternative Darstellung des ebenen Ersatzschaltbild des Kondensatornetzwerkes.*

Created by Notein

Dreieck-Stern-Umformung zwischen B, D, E

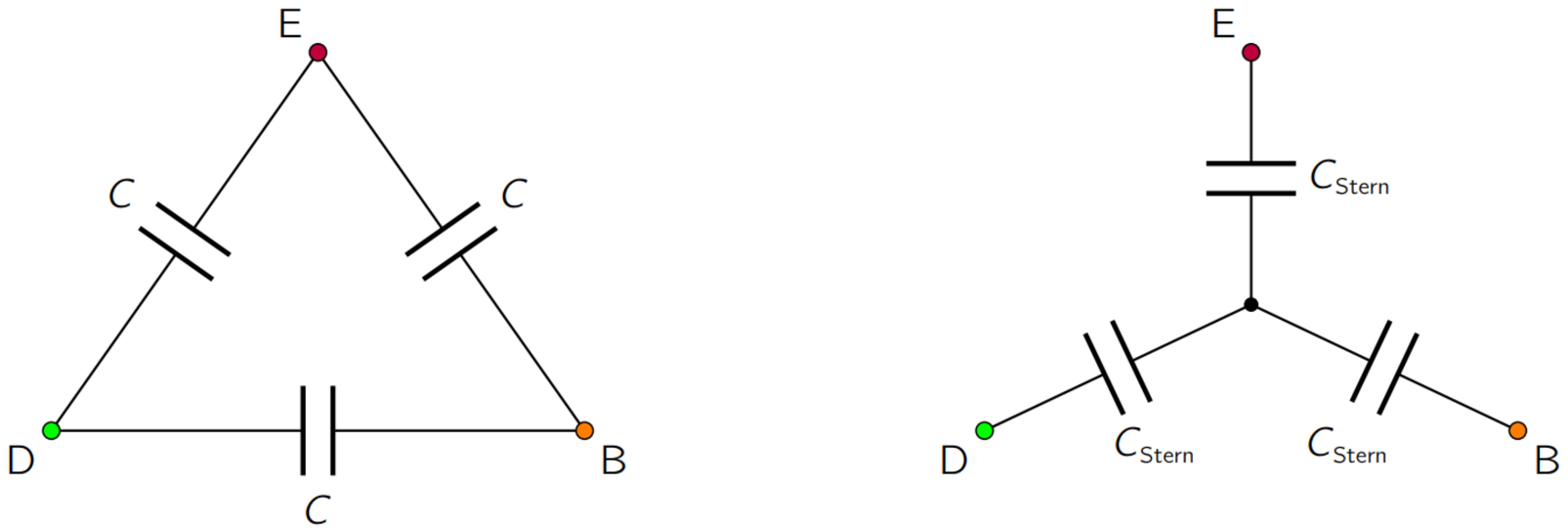
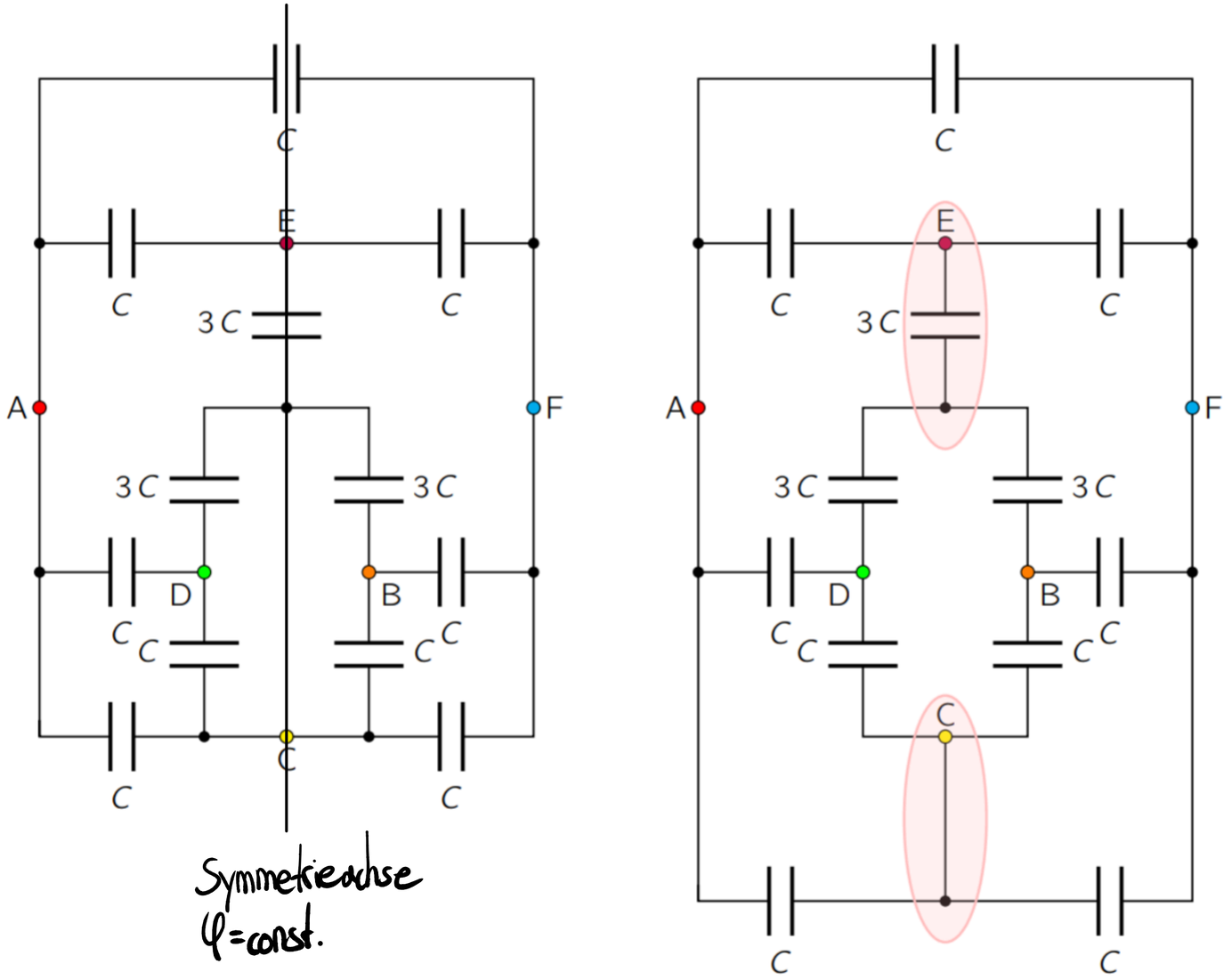



Abb. 10. *Dreiecks- (links) und äquivalente Sternschaltung (rechts) zwischen B, D & E .*

Damit sich die beiden Schaltungen gleich verhalten, müssen die Ersatzkapazitäten der Schaltungen zwischen je zwei Anschlüssen identisch sein. Es muss mit (10.1) also gelten:

$$C + \left(\frac{1}{C} + \frac{1}{C}\right)^{-1} = \left(\frac{1}{C_{\text{Stern}}} + \frac{1}{C_{\text{Stern}}}\right)^{-1} \qquad \text{bzw.} \qquad C_{\text{Stern}} = 3\,C\,. \qquad (10.3)$$

Created by Notein




$$C_{Ges} = \frac{12}{5} C$$

Abb. 11. *Ersatzschaltbild nach Umformung. Rechts sind Punkte gleichen Potentials gekennzeichnet.*

Created by Notein




# Spule und Kondensator im DC-Stromkreis

Created by Notein

# Spulen im Gleichstromkreis

**Induktionsgesetz:** Ändert sich die Zahl der eine Spule durchsetzenden Magnetfeldlinien, so wird in der Spule eine Spannung induziert.

$$U_I = -N \cdot \frac{d\phi}{dt} \qquad \text{mit } \phi = \int_A \vec{B}\, d\vec{A}$$

**Lenzsche Regel:** Der Induktionsstrom ist so gerichtet, dass er der Ursache seiner Entstehung entgegenwirkt.

**Selbstinduktion:** Durchsetzt sich eine Spule selbst mit einem veränderlichen Magnetfeld, so wird in ihr eine Spannung induziert.

$$U_L = -L \cdot \frac{dI}{dt} \qquad \text{mit Induktivität...} L = \mu_0 \mu_r N^2 \cdot \frac{A}{l}$$

Created by Notein

## Aufgabe 3 Magnetfall (MC-Aufgabe) (5 Pkt.)

Ein zylinderförmiger Magnet wird durch drei verschiedene, senkrecht aufgestellte Rohre fallen gelassen. Die Rohre haben identische Abmessungen, bestehen aber aus unterschiedlichem Material - eines aus Plexiglas, eines aus Messing und eines aus Aluminium.



Für eine Fallstrecke von $L = 1{,}0\,\mathrm{m}$ in den Rohren werden die folgenden Fallzeiten des Magneten gemessen:

| | |
|---|---|
| Plexiglas | $t_{\mathrm{Plexiglas}} = 0{,}46\,\mathrm{s}$ |
| Messing | $t_{\mathrm{Messing}} = 2{,}15\,\mathrm{s}$ |
| Aluminium | $t_{\mathrm{Aluminium}} = 3{,}81\,\mathrm{s}$ |

Die elektrische Leitfähigkeit des Materials, aus dem das Aluminiumrohr besteht, beträgt $\sigma_{\mathrm{Aluminium}} = 3{,}7 \cdot 10^7\,\mathrm{A\,V^{-1}\,m^{-1}}$.

Welcher Wert ergibt sich aus den Fallzeiten als Abschätzung für die elektrische Leitfähigkeit $\sigma_{\mathrm{Messing}}$ des Materials des Messingrohres?

A $1{,}2 \cdot 10^7\,\mathrm{A\,V^{-1}\,m^{-1}}$ B $2{,}1 \cdot 10^7\,\mathrm{A\,V^{-1}\,m^{-1}}$

C $4{,}9 \cdot 10^7\,\mathrm{A\,V^{-1}\,m^{-1}}$ D $6{,}6 \cdot 10^7\,\mathrm{A\,V^{-1}\,m^{-1}}$

Created by Notein

$$U \sim \frac{d\Phi}{dt} \sim v_{Magnet} = \frac{L}{t} \sim \frac{1}{t}$$

Querschnitt im Rohr: $P = \frac{U^2}{R} \sim \frac{1}{t^2}$

Insgesamte Leistung: $P = \frac{mgL}{t}$ ← Länge Rohr

$$R = S \cdot \frac{L}{A}$$

$$= \frac{1}{S \cdot \frac{L}{A}} = \frac{\sigma A}{L}$$

$$\frac{mgL}{t} \sim \frac{1}{Rt^2} \Rightarrow \frac{1}{R} \sim t$$

$$\Rightarrow \sigma \sim t$$

$$\Rightarrow \frac{\sigma}{t} = \text{const.} \qquad \Rightarrow \sigma_{Messing} = \frac{t_M}{t_{AL}} \cdot \sigma_{AL} = B$$

Created by Notein

# Spulen im Gleichstromkreis

Interpretation:

1. Einschalten der Spannungsquelle, $\frac{dI}{dt} > 0$
2. Strom in Spule erzeugt Magnetfeld
3. Induktion einer Spannung durch Selbstinduktion wegen verändertem Magnetfeld
4. Induzierte Spannung nach Lenzscher Regel angelegter Spannung entgegengesetzt
5. fortschreitender Prozess, Änderung der Stromstärke wird immer geringer, langsames Ansteigen von $I$

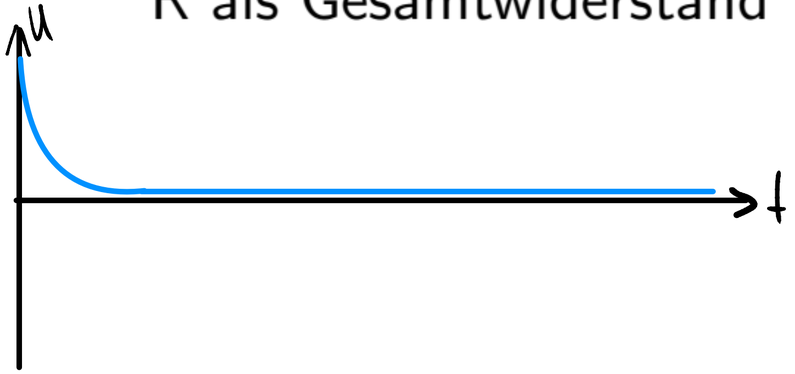
Created by Notein

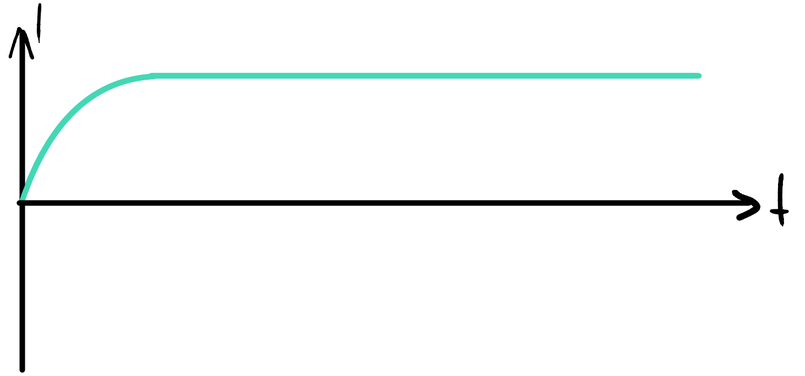
# Spulen im Gleichstromkreis

Lösen der DGL für Einschalten: $U_0 = RI + L\dot{I}$

$U_L(t) = U_0 \cdot e^{-\tau t}$ $\qquad$ $I_L(t) = I_0\,(1 - e^{-\tau t})$

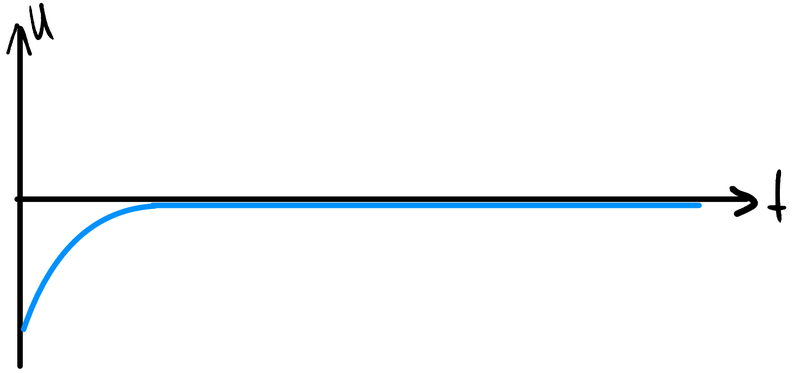
mit $\tau = \dfrac{R}{L}$ $\qquad$ R als Gesamtwiderstand

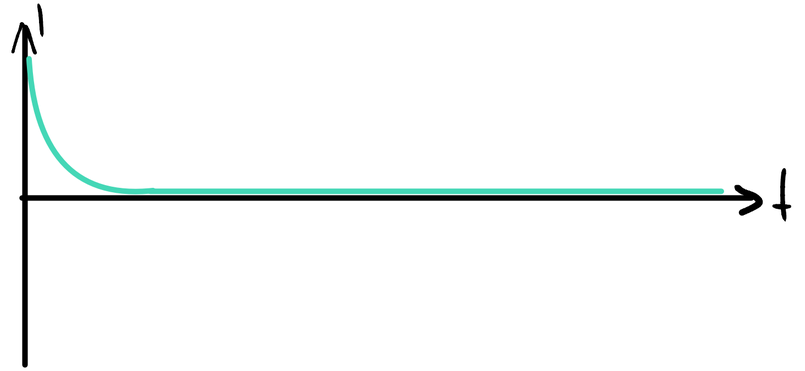



Abschalten der Spannungsquelle durch Selbstinduktion gebremst

$U_L(t) = -U_0 e^{-\tau t}$ $\qquad$ $I_L(t) = I_0 \cdot e^{-\tau t}$

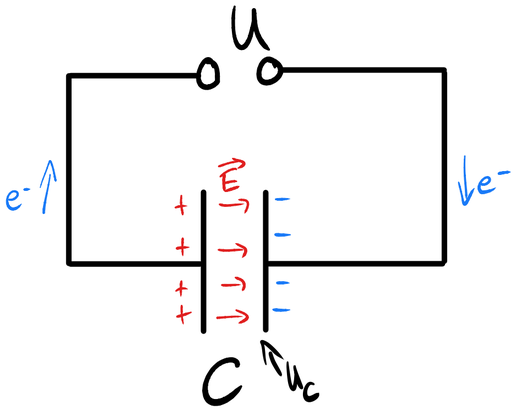



Created by Notein

# Kondensatoren im Gleichstromkreis

Kondensatoren nicht leitfähig




Am Kondensator maximale Ladung

$Q_c = CU$

Ladevorgang:

1. Einschalten der Spannungsquelle initialisiert Ladungstrennung in Kondensator
2. ansteigende Spannung $U_C$
3. verminderte Potentialdifferenz $\Delta\varphi$ zwischen C und $U_0$, weshalb Spannung zwischen beiden abfällt
4. andauernder Vorgang bis $U_C$ Maximum erreicht, Strom sinkt beständig da $I = \dot{Q}$ und $R = const.$ sowie $U_C$ durch $C$ beschränkt

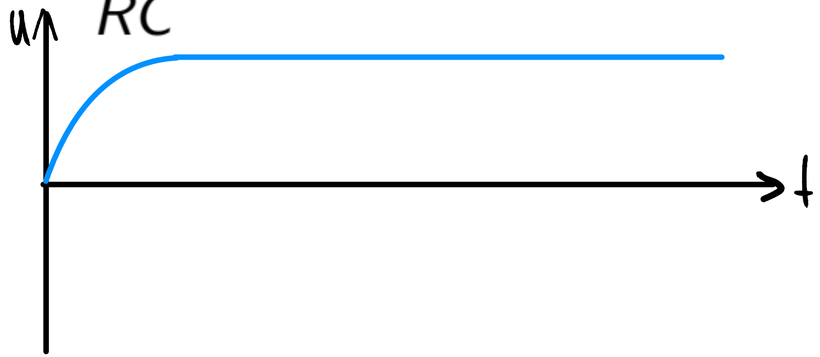
Created by Notein

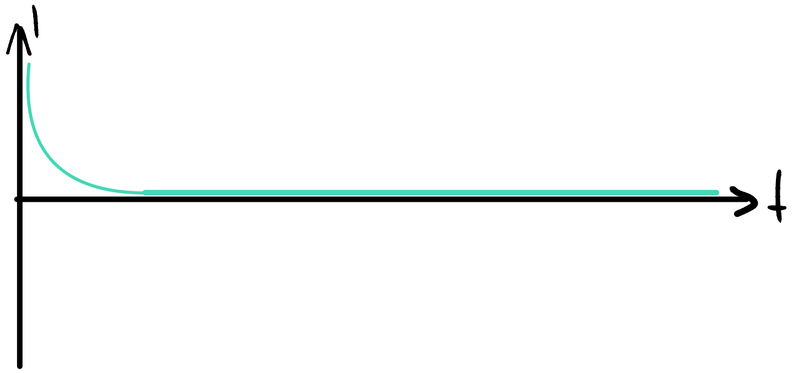
# Kondensatoren im Gleichstromkreis

Ladevorgang:

$$U_C(t) = U_0\,(1 - e^{-\tau t}) \qquad I_C(t) = I_0 \cdot e^{-\tau t}$$

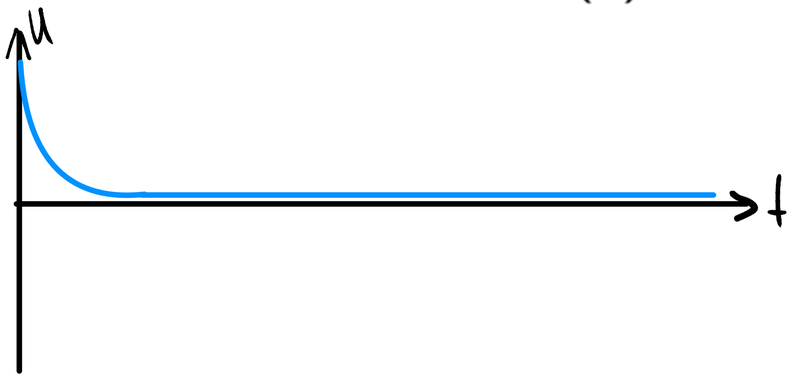
mit $\tau = \dfrac{1}{RC}$ R als Gesamtwiderstand

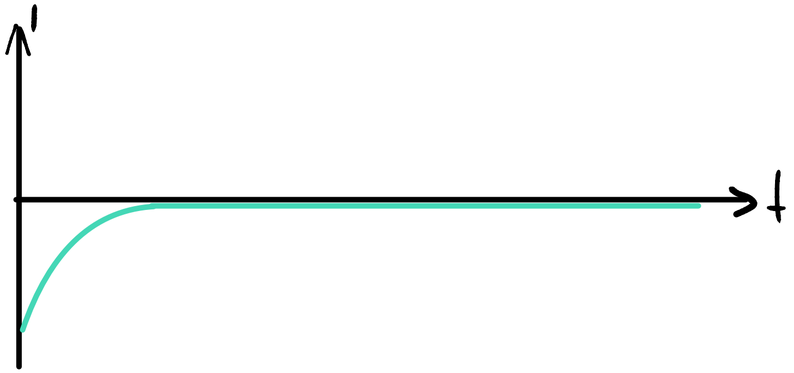



Entladen ähnliche Argumentation mit anderer Stromrichtung

$$U_C(t) = U_0 \cdot e^{-\tau t} \qquad I_C(t) = -I_0 e^{-\tau t}$$



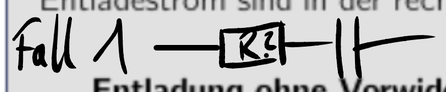

Created by Notein

# Auswahlwettbewerb IPhO 2019 - 2. Runde

**Aufgabe 11 Kondensatorentladung** **(20 Pkt.)**

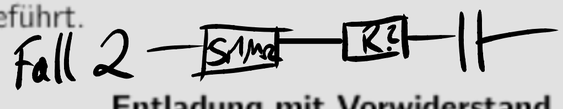
Ein geladener Kondensator wird über einen unbekannten Widerstand entladen. In der linken der unten stehenden Tabellen ist der Entladestrom $I$ des Kondensators in Abhängigkeit von der Zeit $t$ aufgeführt.

In einem zweiten Versuch wird der erneut geladene Kondensator über den unbekannten Widerstand in Reihe mit einem Vorwiderstand von 5,1 MΩ entladen. Die entsprechenden Werte für den Entladestrom sind in der rechten Tabelle aufgeführt.




**Entladung ohne Vorwiderstand**

| $t$ / s | $I$ / µA |
|---|---|
| 0 | 0,96 |
| 10 | 0,81 |
| 20 | 0,69 |
| 30 | 0,59 |
| 40 | 0,50 |
| 60 | 0,36 |
| 80 | 0,26 |
| 100 | 0,19 |
| 120 | 0,13 |




**Entladung mit Vorwiderstand**

| $t$ / s | $I$ / µA |
|---|---|
| 0 | 0,63 |
| 10 | 0,56 |
| 20 | 0,51 |
| 30 | 0,46 |
| 40 | 0,42 |
| 60 | 0,34 |
| 80 | 0,27 |
| 100 | 0,22 |
| 120 | 0,18 |

Bestimme aus den Messwerten sowohl die Kapazität des Kondensators als auch den Widerstandswert des unbekannten Widerstandes. Erstelle dazu einen geeigneten Graphen.

*Hinweis:* Es ist nicht bekannt, auf welche Spannungen der Kondensator in den beiden Versuchen aufgeladen wurde. Insbesondere können die Spannungen in beiden Versuchen unterschiedlich sein.

$I = I_0 e^{-\tau t}$

Linearisieren: Diagramm mit linearer Funktion

$\ln\left(\frac{I}{I_0}\right) = -\tau t$

$\tau t = \ln\left(\frac{I_0}{I}\right)$

↑ lineare Funktion über $t$

Created by Notein

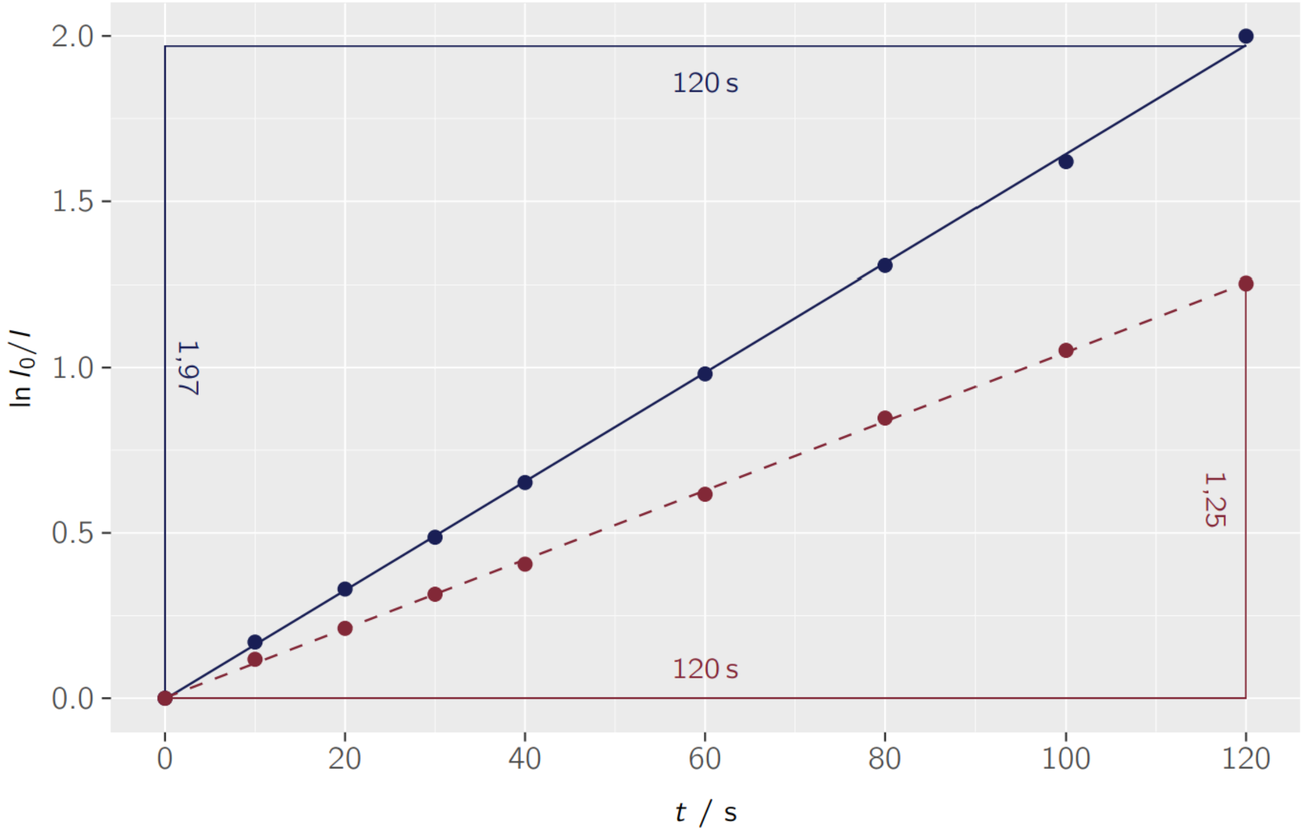



Abbildung 1: *Graph der Logarithmen von $I_0/I$ als Funktion der Zeit $t$ (blau: ohne Vorwiderstand, rot, gestrichelt: mit Vorwiderstand) mit dazugehörigen Ausgleichsgeraden und eingezeichneten Steigungsdreiecken.*

Anstieg $b_1 = \gamma_1$

$\Rightarrow \gamma_i = \frac{\hat{}}{R_i C_i}$

$\Rightarrow \hat{b_i^{-1}} = R_i C_i$

$\hat{b_1^{-1}} = RC$

$b_2^{-1} = (R + R_{S,1M\Omega})C$

$\downarrow$ Lösen für $R, C$

Created by Notein

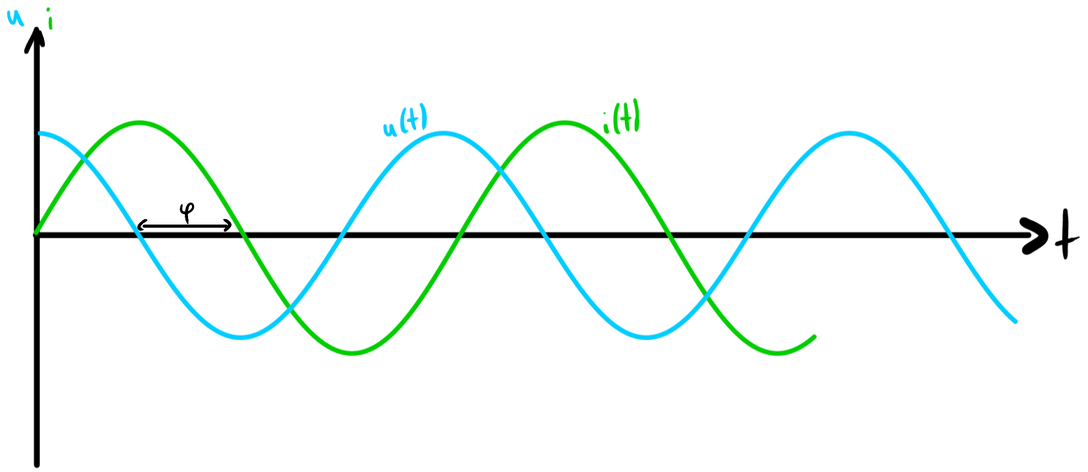
# Wechselstromkreis

Created by Notein

# Wechselstromkreise

...elektrischer Strom, dessen Stärke (Amplitude) und Richtung sich periodisch mit bestimmter Winkelgeschwindigkeit $\omega = 2\pi f$ ändern
$\rightarrow$ keine konstante Spannung $U_0$, sondern Maximalspannung $u_{max}$

mögliche Phasenverschiebung zwischen Stromstärke und Spannung
$u(t) = u_{max} \cos(\omega t + \varphi_{0/u})$ $\quad$ $i(t) = i_{max} \cos \omega t + \varphi_{0/i}$
Phasenverschiebung als $\varphi = \varphi_{0/u} - \varphi_{0/i}$




Created by Notein

# Messungen im Wechselstromkreis

Impedanz (Scheinwiderstand) $Z = U/I$ als komplexer Widerstand

Effektivspannung $U_{eff}$... die Gleichspannung, die am ohmschen Widerstand die gleiche Wärmemenge bzw. über die Zeit gemittelte Leistung erzielt.

**WICHTIG:** Bei Messungen werden Effektivwerte (Leistungen) gemessen

Es gilt: $U_{eff} = \frac{u_{max}}{\sqrt{2}}; I_{eff} = \frac{i_{max}}{\sqrt{2}}$

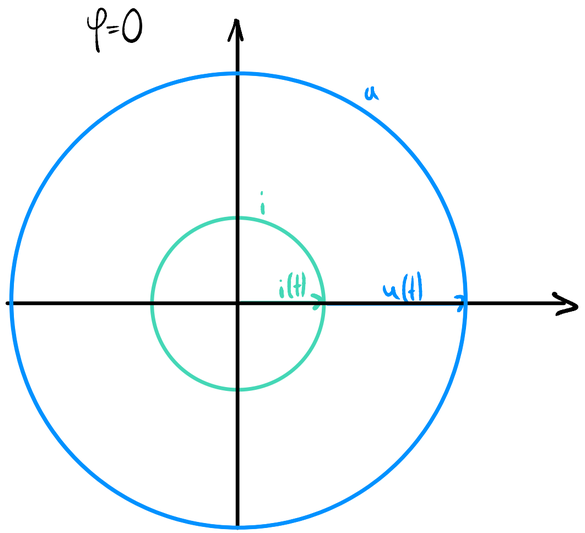
Somit Gesamtimpedanz ermittelbar: $Z = U_{eff}/I_{eff}$

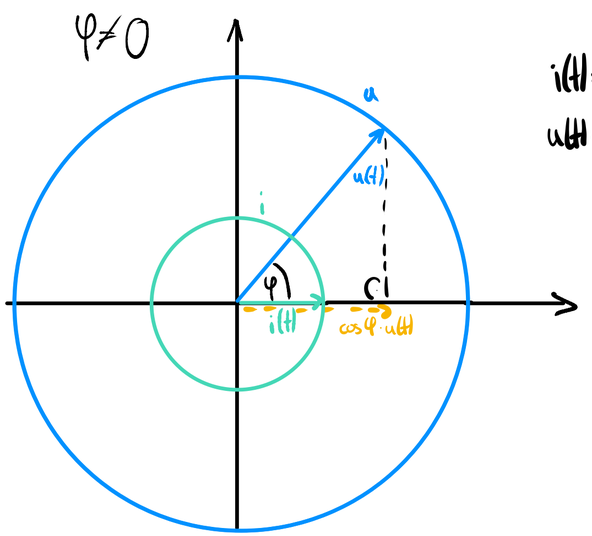
Created by Notein

# Widerstände im Wechselstromkreis

Darstellung von $u$ und $i$ in Zeigerdiagrammen
$\rightarrow$ Darstellung von Spannungen und Widerständen für Bauteile in Reihen- oder Parallelschaltung

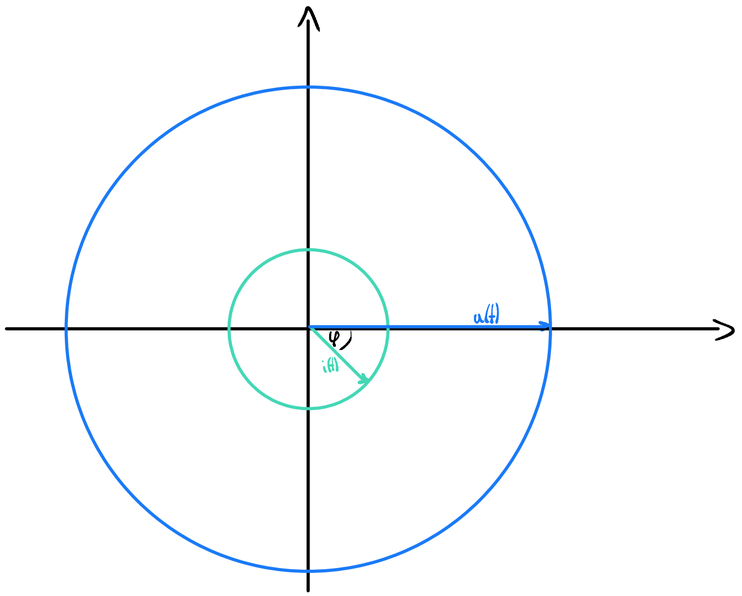
**i=const.**




$i(t) = \hat{i} \sin(\omega t)$
$u(t) = \hat{u} \sin(\omega t + \varphi)$

**u=const.**




an Widerständen $\varphi = 0$, $u$ und $i$ in Phase
$\rightarrow$ gesamte Leistung als Wirkleistung $P_W = UI$ in Wärme

Created by Notein

# Leistungsarten im Wechselstromkreis

- für $\varphi \neq 0$ ist gemessene Leistung $S = UI$ Scheinleistung
  $\rightarrow$ nur Teil von $S$ nutzbar als Wirkleistung $P$
- Teil von $S$ parallel zu $i$ als Wirkleistung (Abfall an Widerstand)
  $\rightarrow P = UI \cdot \cos\varphi$
- Blindleistung $Q$ verbleibt in Stromkreis (Energie in B- und E-Feldern)
  $\rightarrow Q = UI \cdot \sin\varphi$

Es gilt:

$$S^2 = U^2 I^2 \cdot 1 = U^2 I^2 \cdot (\sin^2\varphi + \cos^2\varphi) = U^2 I^2 \sin^2\varphi + U^2 I^2 \cos^2\varphi$$

$$S^2 = Q^2 + P^2$$

Created by Notein

# Kondensatoren im Wechselstromkreis

Blindleistung durch Engergie zum Auf- und Abbauen des E-Feldes im Kondensator

i als imaginäre Einheit: $i \in \mathbb{C} \setminus \mathbb{R}$
$i := \sqrt{-1}$ mit $i^2 = -1$

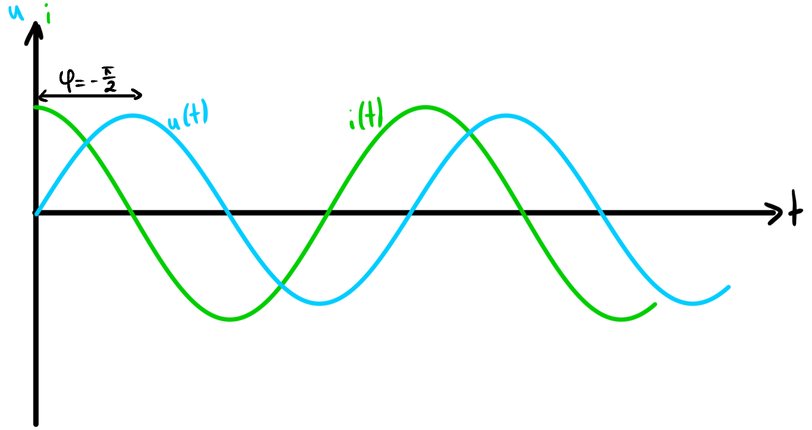
C im AC-Stromkreis leitungsfähig (anders als DC)

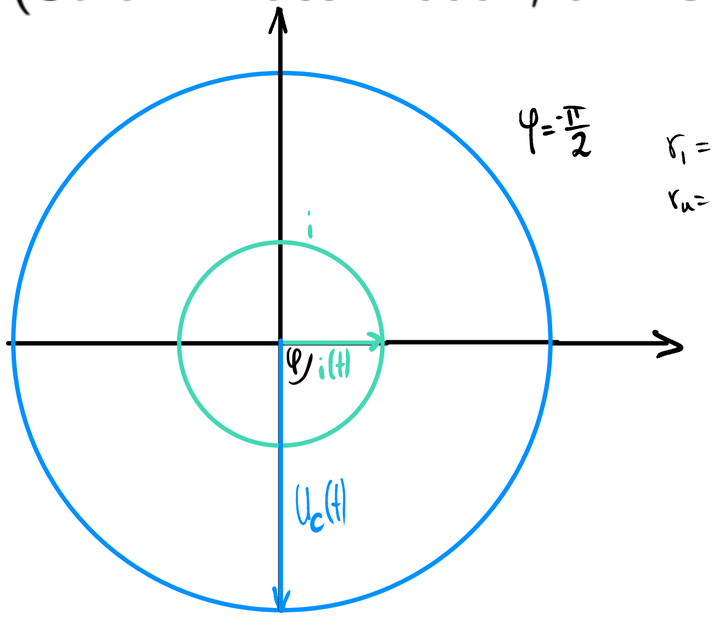
Kapazitiver Widerstand. $X_C = \frac{1}{i\omega C} = \frac{-i}{\omega C}$ als komplexe Impedanz

→Messung nur über abfallende Blindleistung, imaginärer Widerstand (mathematisch)

Phasenverschiebung von $\varphi = -\frac{\pi}{2}$ von $u$ gegenüber $i$ (Strom muss fließen, um C zu laden)

**Diagramme:**




Created by Notein

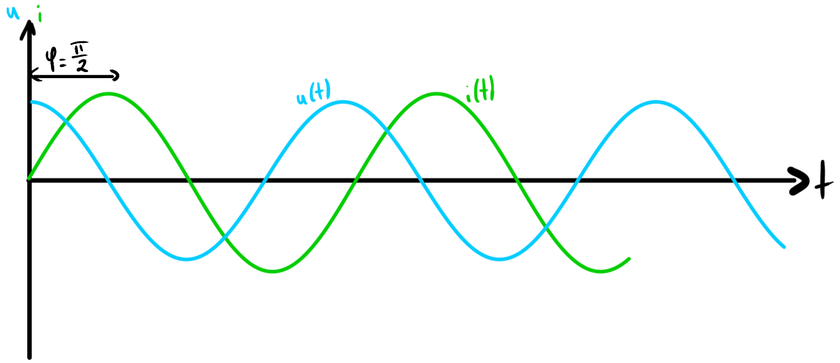
# Spulen im Wechselstromkreis

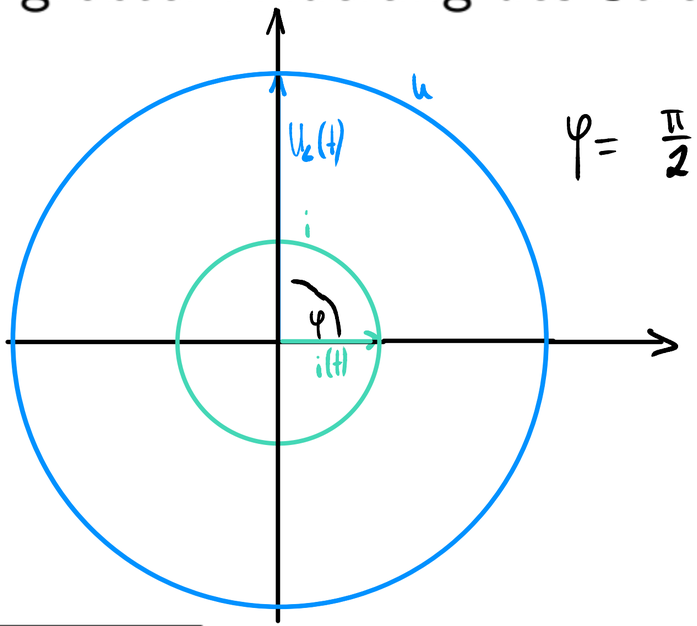
Blindleistung durch Engergie zum Auf- und Abbauen des B-Feldes in Spule

L im AC-Stromkreis weniger leitungsfähig als im DC-Kreis
Induktiver Widerstand... $X_L = i\omega L$
$\rightarrow$imaginärer Widerstand, Leistung vervleibt im Stromkreis

Phasenverschiebung von $\varphi = \frac{\pi}{2}$ von $u$ gegenüber $i$ (bei größter Änderung des Stroms ($i(0)$) ist $u$ am höchsten)

**Diagramme:**




Gesamtwiderstand mit ohmschen Widerstand: $Z = \sqrt{R^2 + X_L^2}$

Created by Notein

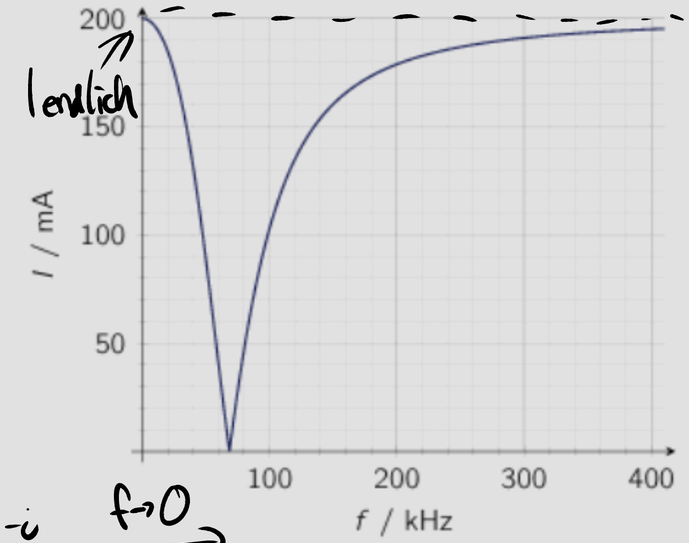
# Auswahlwettbewerb IPhO 2019 - 2. Runde

**Aufgabe 8 Wechselstromschaltkreis (MC-Aufgabe)** **(5 Pkt.)**

Ein Widerstand mit Widerstandswert $R$, ein Kondensator der Kapazität $C$ und eine Spule der Induktivität $L$ werden an eine Wechselspannungsquelle angeschlossen. Die Amplitude der Wechselspannung beträgt $U$ und die Bauteile können als ideal angenommen werden.

Der folgende Graph zeigt die Amplitude $I$ der Stromstärke in dem Stromkreis als Funktion der Frequenz $f$ der sinusförmigen Wechselspannung.

Welche der folgenden Schaltskizzen stellt die verwendete Schaltung korrekt dar?



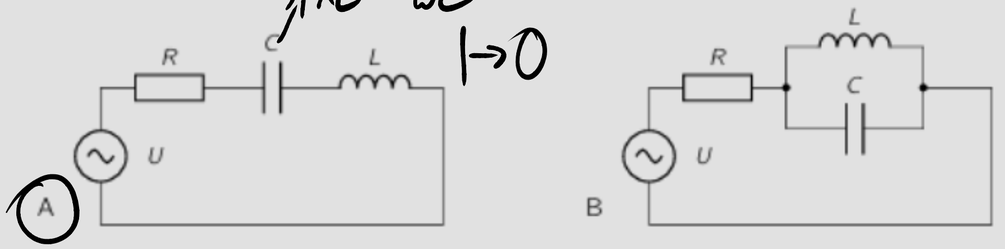

$I = \frac{U}{Z} \rightarrow Z$ endlich

I endlich

$X_C = \frac{-i}{\omega C}$ $f \to 0 \rightarrow \infty$

$I \to 0$

$\Rightarrow$ Lösung: B

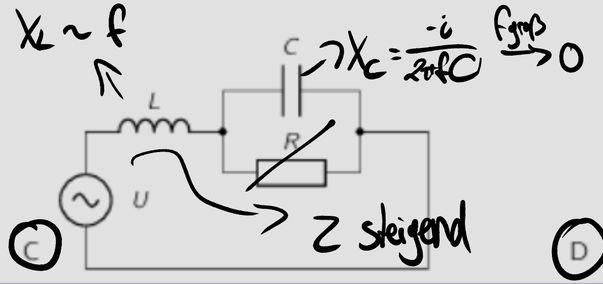






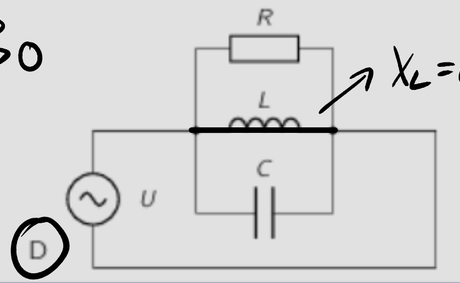
$X_L \sim f$

$X_C = \frac{-i}{2\pi f C}$ $f \to 0 \to \infty$




$X_L = i\omega L$ $f \to 0 \rightarrow 0$

$I \to \infty$ (Kurzschluss)




Created by Notein

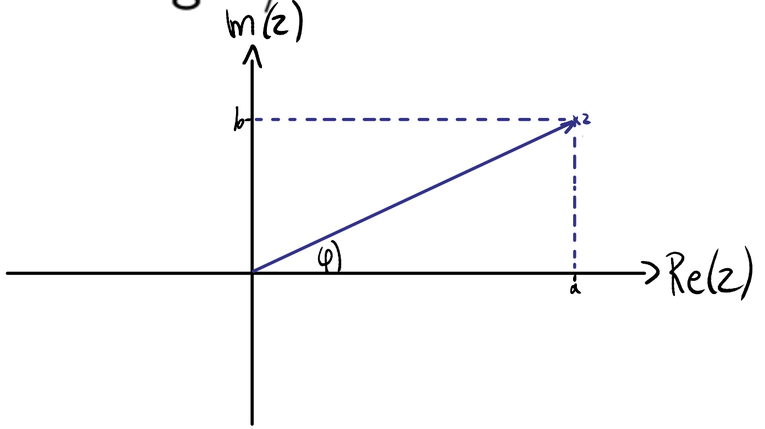
# Auswahlwettbewerb IPhO 2019 - 2. Runde

Created by Notein

# Verschaltungen von Bauteilen

**Orientierung am Zeigerdiagramm/komplexe Zahlenebene** (Reihenschaltung):

- Spannungen/Widerstände als Vektoren in Gaußscher Zahlenebene (Betrag als Wert, Orientierung gibt Phasenlage)
- reelle Leistungen/Widerstände in reeller Ebene
- imaginäre Leistungen/Widerstände in imaginärer Ebene




$z = a + ib$

$= |z|(\cos\varphi + i\sin\varphi)$

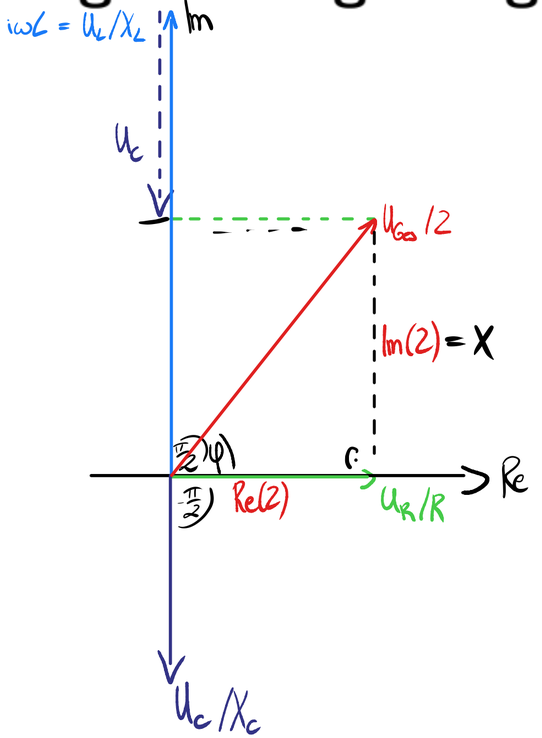
$\Rightarrow z = |z|e^{i\varphi}$

- Phasenverschiebungen geben Beziehungen der Pfeile zueinander
- Gesamtwiderstand/ -spannung durch Vektoraddition
  → Betrag als äußere messbare Impedanz
  → Realteil als Wirkwiderstand, Imaginärteil als Blindleistung

Created by Notein

# Verschaltungen von Bauteilen

**Orientierung am Zeigerdiagramm/komplexe Zahlenebene** (Reihenschaltung):




mit $R = \frac{U}{I}$ und $I = \text{const.}$

Blindwiderstand... $X = X_L + X_C$

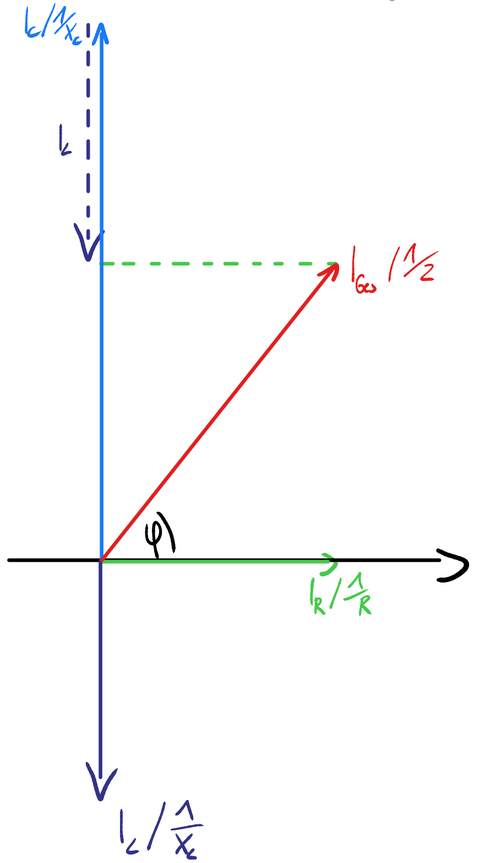
Scheinwiderstand... $Z = \sqrt{R^2 + X^2}$

Phasenverschiebung... $\tan\varphi = \frac{X}{R}$

Created by Notein

# Verschaltungen von Bauteilen

**Orientierung am Zeigerdiagramm** (Parallelschaltung):




mit $\frac{1}{R} = \frac{1}{U}$ und $U = \text{const.}$

Blindwiderstand... $\frac{1}{X} = \frac{1}{X_C} - \frac{1}{X_L}$

Scheinwiderstand... $\frac{1}{Z} = \sqrt{\frac{1}{R^2} + \frac{1}{X^2}}$

Phasenverschiebung... $\tan\varphi = R\left(\frac{1}{X_C} - \frac{1}{X_L}\right)$

Created by Notein

# Komplexe Wechselstromrechnung

Vereinfachung des mühsamen Rechnens mit Wurzeln und Reziproken durch komplexe Zahlen $\mathbb{C}$
Definition der imaginären Einheit $i$ mit $i := \sqrt{-1}$
$z = a + bi = Re(z) + i \cdot Im(z)$ mit $z \in \mathbb{C}$

Wirkwiderstand $R$ als Realteil $a$, Imaginärteil $X$ als Imaginärteil $b$

**Vorgehen:**
Reihenschaltung: Addition der komplexen Zahlen jedes Bauteils
Parallelschaltung: Addition der Reziproken der komplexen Zahlen jedes Bauteils

Ergebnis: $Z = R + iX$ mit $R$ als Wirkwiderstand und $X$ als Blindwiderstand, $|Z|$ als außen messbare Impedanz

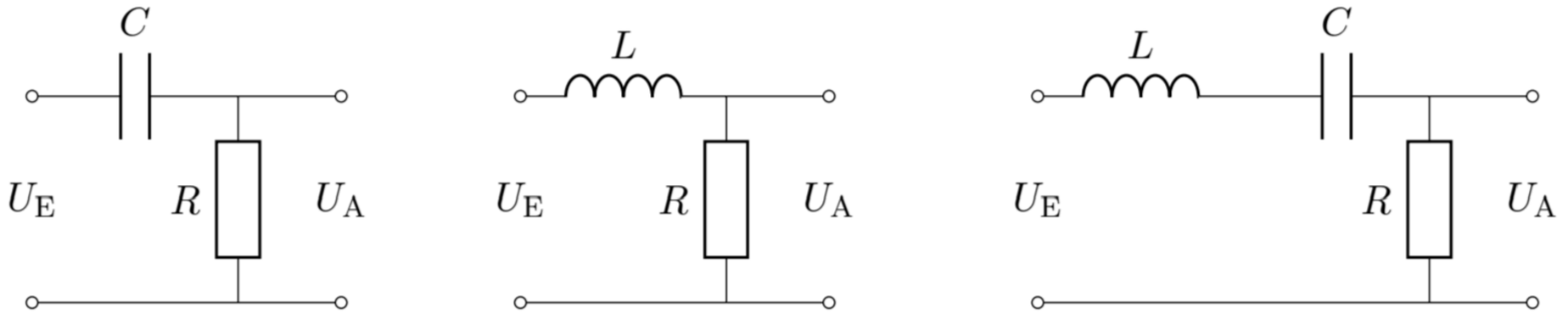
Phasenverschiebung $\varphi = \arctan \frac{Im(Z)}{Re(Z)}$ (s. Zeigerdiagramm)

$$|Z| = \sqrt{Re^2(Z) + Im^2(Z)}$$

Created by Notein

# Aufgabe: Übertragungsfunktionen

Wir wollen den hergeleiteten Formalismus auf einige Beispiele anwenden. Dazu betrachten wir die in Abbildung 5 aufgeführten Schaltungen. An die Schaltungen wird jeweils eine Eingangs-




(a) Hochpassfilter (b) Tiefpassfilter (c) Schwingkreis

Abbildung 5: Verschiedene Wechselstromschaltung.

spannung $U_E$ angelegt. Am Widerstand wird die Ausgangsspannung $U_A$ abgegriffen. Unser Ziel ist es, dass Amplitudenverhältnis und die Phase zwischen Eingangs- und Ausgangsspannung zu ermitteln.

↳ Gesucht: $\left|\frac{U_A}{U_E}\right|$ & $\varphi$ zwischen $U_A$ und $U_E$


Created by Notein

# Aufgabe: Übertragungsfunktionen

Wir beginnen mit dem Hochpassfilter (siehe Abbildung 5a). Der Gesamtwiderstand der Schaltung ist gegeben durch

$$Z = \frac{1}{i\omega C} + R.$$

Da die Ausgangsspannung am Widerstand abgegriffen wird, gilt

$$\begin{aligned} \hat{U}_\mathrm{A} &= R\hat{I} = \frac{R}{Z}\hat{U}_\mathrm{E}, \\ \Rightarrow \frac{\hat{U}_\mathrm{A}}{\hat{U}_\mathrm{E}} &= \frac{R}{\frac{1}{i\omega C} + R} \\ &= \frac{\omega CR}{1+\omega^2 C^2 R^2}(i + \omega CR). \end{aligned}$$

Daraus können wir die gesuchten Werte ermitteln:

$$\frac{|\hat{U}_\mathrm{E}|}{|\hat{U}_\mathrm{A}|} = \left|\frac{\hat{U}_\mathrm{E}}{\hat{U}_\mathrm{A}}\right| = \frac{\omega CR}{\sqrt{1+\omega^2 C^2 R^2}},$$

$$\varphi = \arctan\left(\frac{\mathrm{Im}\left(\frac{\hat{U}_\mathrm{E}}{\hat{U}_\mathrm{A}}\right)}{\mathrm{Re}\left(\frac{\hat{U}_\mathrm{E}}{\hat{U}_\mathrm{A}}\right)}\right) = \arctan\left(\frac{1}{\omega CR}\right)$$

Created by Notein

Empfehlung:

Seminare des Orpheus e.V.

Skripte von Kalda & Kevin Zhou

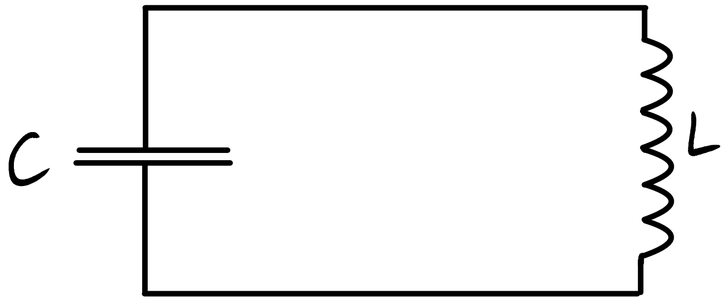



Created by Notein

# Thomson'scher Schwingkreis

Kreisschaltung aus Kondensator und Spule

Bauteile füreinander Spannungsquelle und -verbraucher → Schwingung des Stroms




**ungedämpfte** Eigenfrequenz: $f = \dfrac{1}{2\pi \cdot \sqrt{LC}}$

Thomson'sche Schwingungsgleichung: $T = 2\pi\sqrt{LC}$

**gedämpfte** Eigenfrequenz: $f = \dfrac{1}{2\pi}\sqrt{\dfrac{1}{LC} - \dfrac{R^2}{4L^2}}$ mit Abklingkoeffizient $\delta = \dfrac{R}{2L}$

*Funktionsgleichung der Spannung:* $u(t) = u_0 \cdot e^{-\delta t} \cos\sqrt{\dfrac{1}{LC} - \delta^2}\, t$

Created by Notein

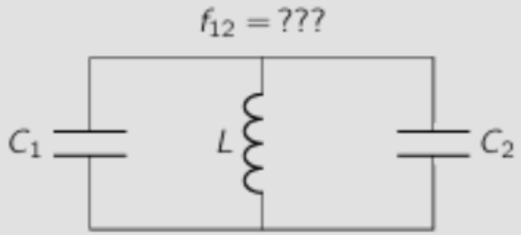
**Aufgabe 6 Schwingkreise (MC-Aufgabe)** **(5 Pkt.)**

*(Idee: Aufgabengruppe der PhysikOlympiade - Thomas Hellerl & Rolf Faßbender)*

Eine Schaltung aus einer idealen Spule und einem idealen Kondensator heißt Schwingkreis. Die beiden, oben abgebildeten elektrischen Schwingkreise mit gleicher Induktivität $L$ aber unterschiedlichen Kapazitäten $C_i$ schwingen völlig widerstandslos mit den angegebenen Frequenzen.




Wie groß ist die Schwingungsfrequenz $f_{12}$ (Eigenfrequenz) des folgenden, gekoppelten Systems?




A $\frac{2}{3}f$ B $\frac{3}{4}f$ C $\frac{4}{5}f$ D $\frac{5}{4}f$

Created by Notein

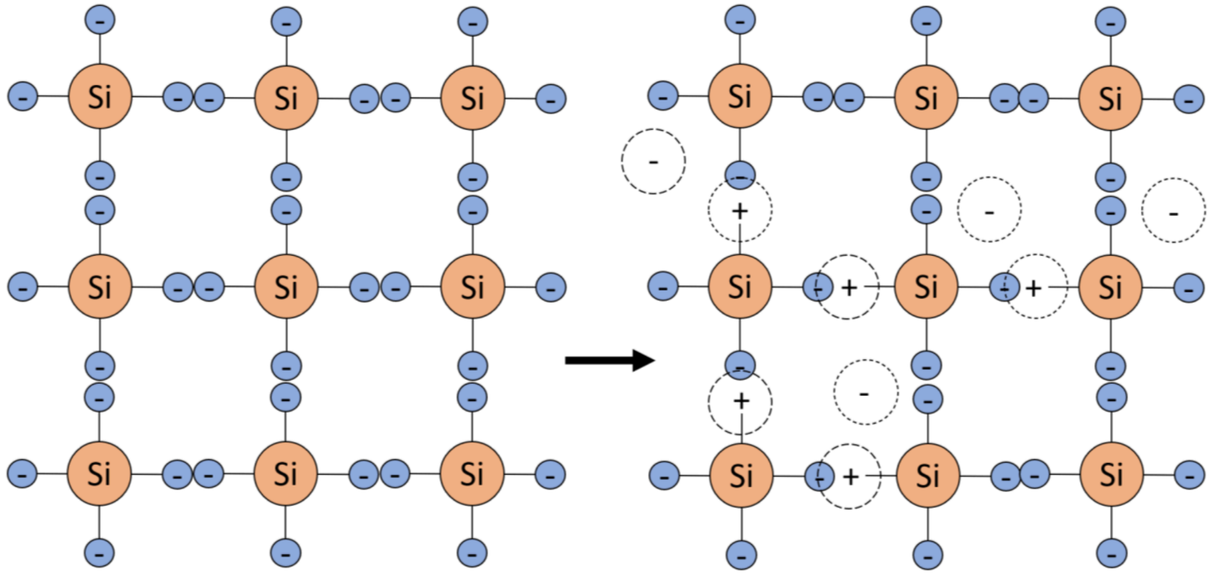
# Auswahlwettbewerb IPhO 2024 - 2. Runde

Created by Notein

# Dioden

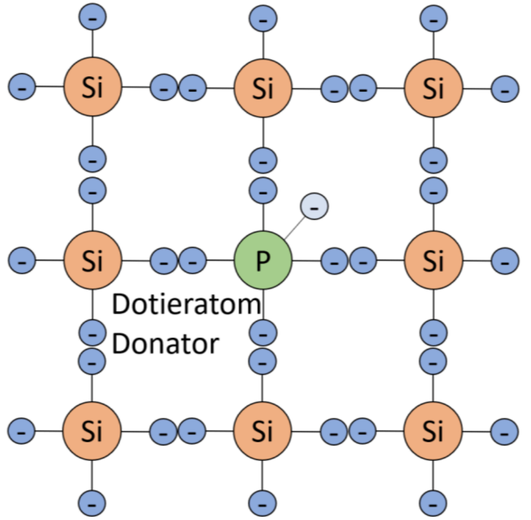
...ist ein elektronisches Bauelement auf Halbleiterbasis, das elektrischen Strom in einer Richtung passieren lässt und in der anderen Richtung sperrt (Durchlass- und Sperrrichtung)
Aufbau:

**Silizium-Kristallgitter - Intrinsischer Halbleiter**

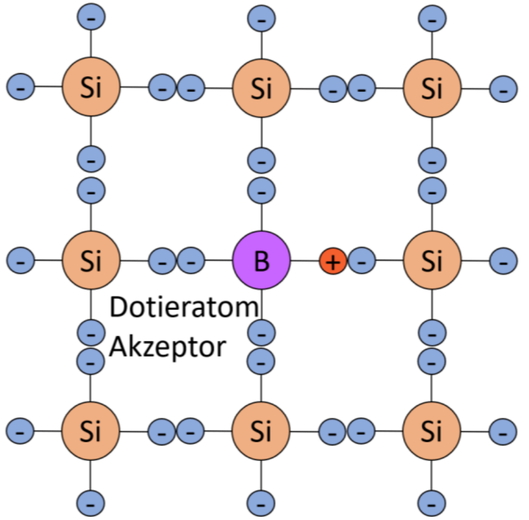



Energie – Elektronen lösen sich

**Do tierter Halbleiter** - gezielt durch Fremdatome verunreinigt




N-Dotierung



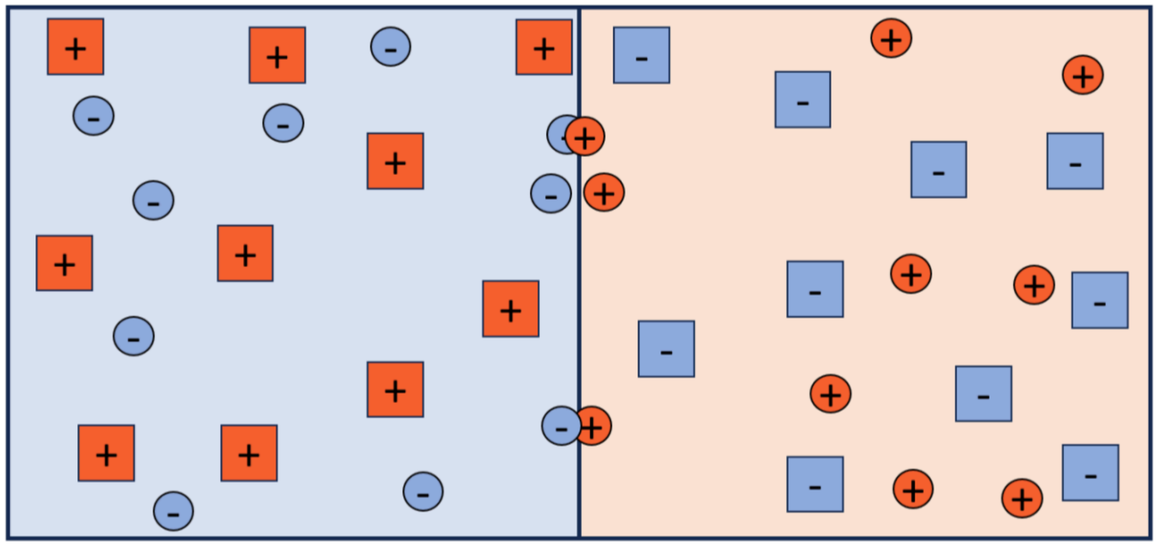

P-Dotierung

Created by Notein

# Dioden

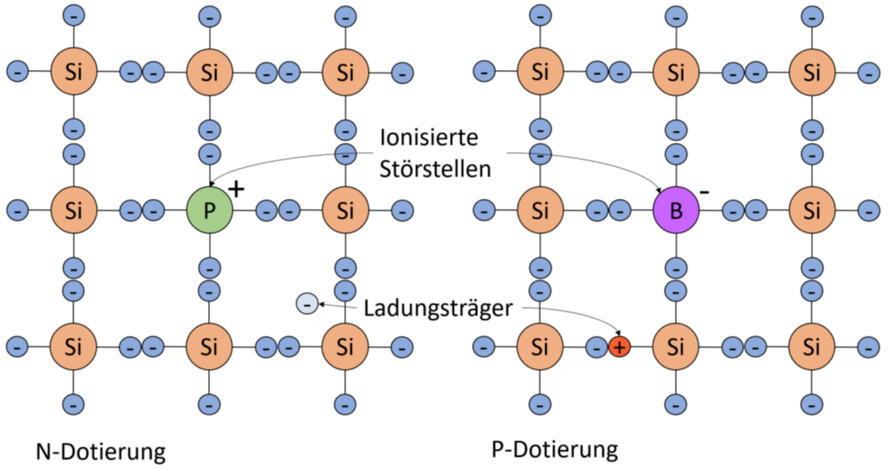
...ist ein elektronisches Bauelement auf Halbleiterbasis, das elektrischen Strom in einer Richtung passieren lässt und in der anderen Richtung sperrt (Durchlass- und Sperrrichtung)
Aufbau:

**PN-Übergang**: Löcher und Leitbandelektronen ziehen sich an und rekombinieren sich (Diffusion)



N-dotierter Halbleiter P-dotierter Halbleiter

**Dortierter Halbleiter** - gezielt durch Fremdatome verunreinigt




Created by Notein

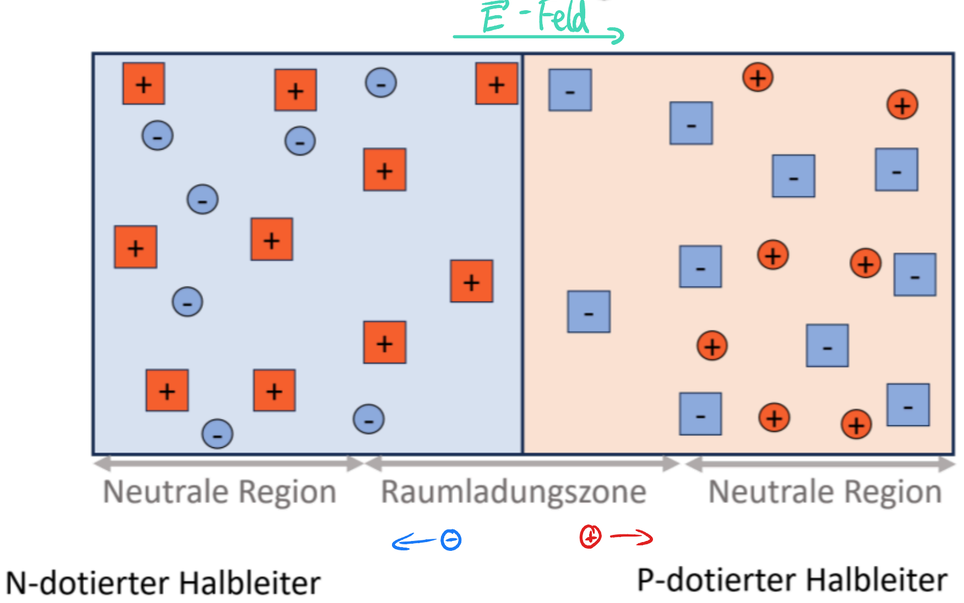
# Dioden

...ist ein elektronisches Bauelement auf Halbleiterbasis, das elektrischen Strom in einer Richtung passieren lässt und in der anderen Richtung sperrt (Durchlass- und Sperrrichtung)

Aufbau:

**PN-Übergang**:
- Ortsfeste Dotieratome bleiben zurück
- Durch Rekombination werden die Dotieratome nicht mehr neutralisier

= die Halbleiter weisen eine Ladung an der Grenze auf



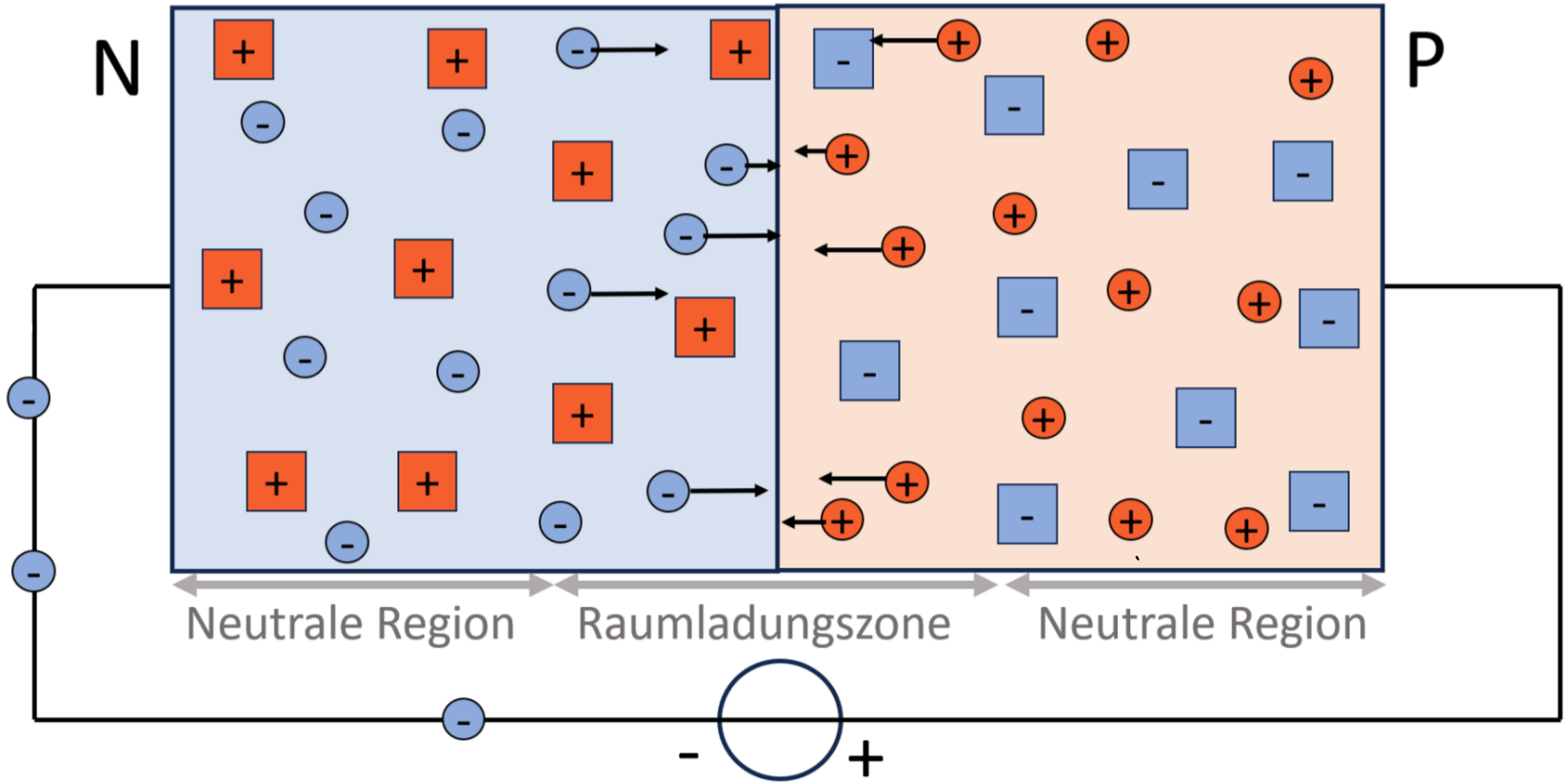

→ Diffussionsspannung $U_G$ über gesamte Raumladung

Created by Notein

# Anschließen einer Diode

Anlegen einer äußeren Spannung:
Sperrrichtung: innere Spannung zwischen Raumladungen wird verstärkt, kein Stromfluss

**Diode**: In Flussrichtung = Stromfluss



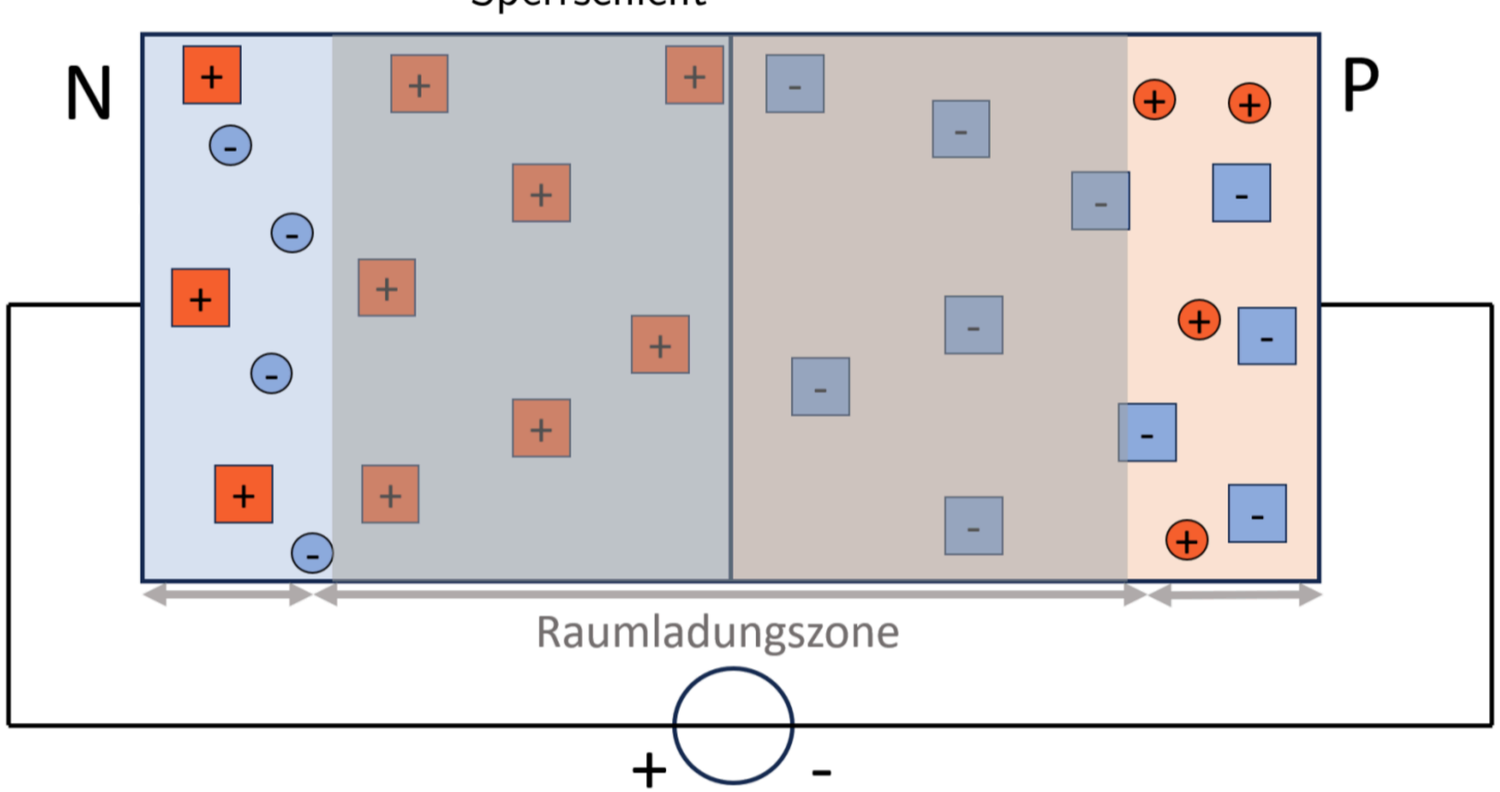

Created by Notein

# Anschließen einer Diode

Durchlassrichtung: äußere Spannung als Gegenfeld zu innerer Spannung, kann $U_G$ überwinden und Stromfluss ermöglichen

$\rightarrow$Diode nun als Leiter

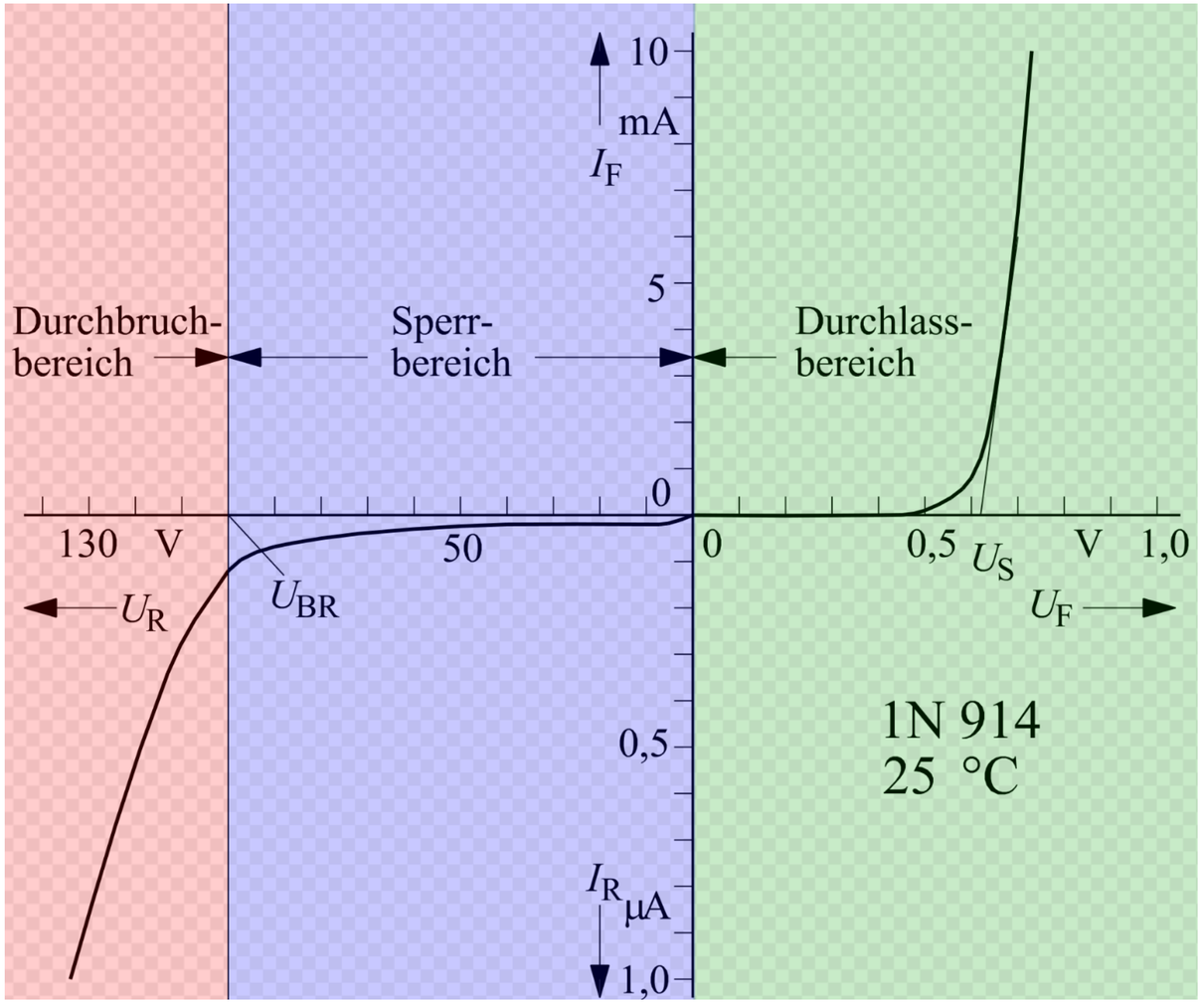
**Diode**: In Sperrichtung = kein Stromfluss




Created by Notein

# Stromverlauf an einer Diode

Ermitteln von $U_G$ durch ausreichend starkes Gegenfeld, lineares Extrapolieren des Anstieges

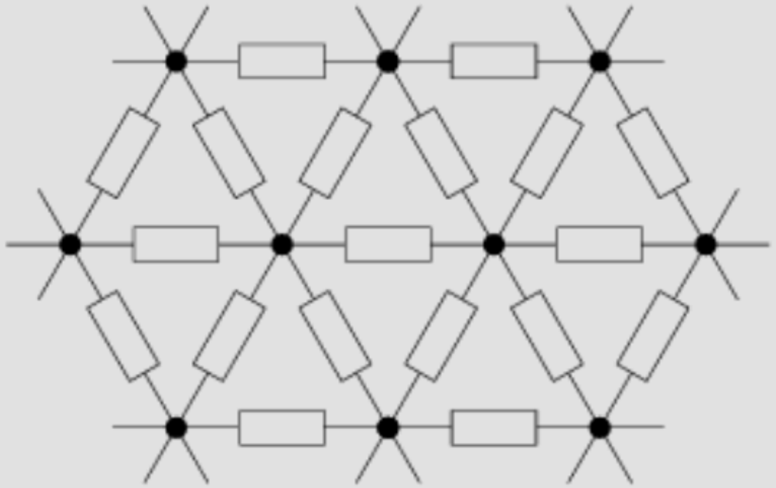




Created by Notein

## Aufgabe 7 Unendliche Dreiecksschaltung

In dieser Aufgabe geht es darum, den Widerstand eines unendlichen, dreieckigen Gitters (siehe Abbildung) zu berechnen. Alle Widerstände in dem dargestellten unendlichen Gitter haben denselben Widerstand $R$.



a) Was ist der Ersatzwiderstand zwischen zwei benachbarten Gitterpunkten?

b) Was ist die Ersatzinduktivität zwischen zwei benachbarten Gitterpunkten, wenn alle Widerstände durch Spulen mit Induktivität $L$ ausgetauscht werden?

c) Was ist die Ersatzkapazität zwischen zwei benachbarten Gitterpunkten, wenn alle Widerstände durch Kondensatoren mit Kapazität $C$ ausgetauscht werden?

Created by Notein

# Auswahlwettbewerb IPhO 2023 - 4. Runde

Created by Notein