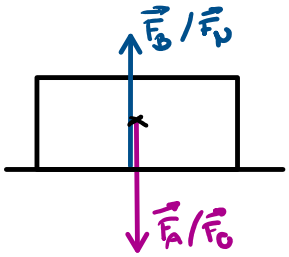
Mechanik (Statik)

- Körper befindet sich in gewähltem Inertialsystem in Ruhe
- in diesem Inertialsystem ist die Summe aller Kräfte und die Summe aller Drehmomente, die auf den Körper wirken gleich Null ($\sum \vec{F} = 0$, $\sum \vec{M} = 0$)

Newtonsche Gesetze

1. **Trägheitsprinzip** Ist die Summe aller auf einen Körper wirkenden Kräfte gleich 0, so befindet er sich in Ruhe oder geradlinig gleichförmiger Bewegung ($\vec{v} = const.$).
2. **Aktionsprinzip** Wirkt auf einen Körper mit Masse m eine Kraft $\vec{F}$, so wird der Körper in Richtung der Kraft beschleunigt ($\vec{a}$): $\vec{F} = m \cdot \vec{a}$
3. **Wechselwirkungsprinzip** Zu jeder Kraft gehört eine Gegenkraftkraft – Übt Körper A eine Kraft $\vec{F}_A$ auf Körper B aus, so übt B eine gleich große, entgegengesetzt gerichtete Kraft $\vec{F}_B$ auf A aus: $\vec{F}_A = -\vec{F}_B$



Vektoren

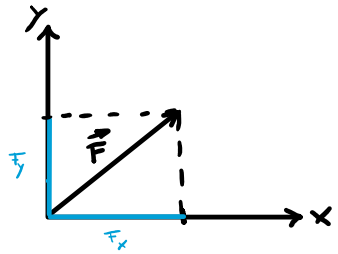
siehe:
https://wolke2.orpheus-verein.de/s/bKEmfb7qXLYfgF6?dir=/&openfile=true, ab S. 7

Koordinatenkonvention (rechte-Hand-Regel):



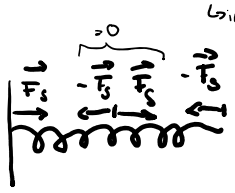
$$\vec{F} = \begin{pmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \end{pmatrix}$$

$$\vec{r} \times \vec{F} = \begin{pmatrix} r_y F_z - r_z F_y \\ r_z F_x - r_x F_z \\ r_x F_y - r_y F_x \end{pmatrix}$$



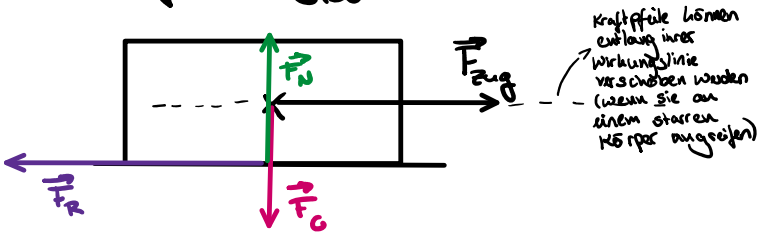
Kräfte

- **Gravitationskraft** F_G**:** wirkt zwischen allen massiven Körpern $\left(F_G = m \cdot \left(\frac{M \cdot G}{r^2}\right)\right)$. Die Anziehungskraft, die ein Körper auf der Erde erfährt (und die Richtung Erdmittelpunkt gerichtet ist) ist $\vec{F_G} = m \cdot \vec{g}$ (Erdbeschleunigung $g = \frac{M \cdot G}{r^2} = 9.81 \frac{m}{s^2}$).
- **Spannkraft** F_S**:** Kraft, die ein Objekt (Feder, Seil, Stock etc.) erfährt, das gedehnt wird. Für Federn gilt das Hookesche Gesetz: $F_S = k \cdot \Delta x$. ($\vec{F_s} = -k\,\Delta\vec{x}$)
- **Normalkraft** F_N**:** wird von Oberfläche auf einen Körper ausgeübt und wirkt senkrecht zu dieser.
- **Reibungskraft** F_R**:** wird von Oberfläche auf einen Körper ausgeübt und wirkt parallel zu dieser.
  Gleitreibung: $F_R = \mu_k \cdot F_N$
  Haftreibung: $F_H \leq \mu_s \cdot F_N$
  } meist gilt: $\mu_s > \mu_k$
  ↳immer genau so groß, dass $\Sigma F = 0$ gilt



(die Spannkraft wirkt an jedem Punkt des Körpers, ist sie überall gleich groß, hebt sie sich allerdings nur an den Endpunkten auf)

Kräfte am Block:



Statik: $\Sigma F_x = 0 \rightarrow F_{Zug} - F_R = 0$

$\Sigma F_y = 0 \rightarrow F_N - F_G = 0$

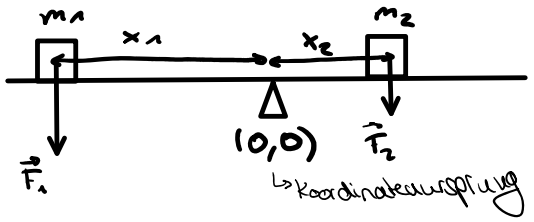
Schwerpunkt

- reduziert Körper auf Punktmasse, an der Gravitation/Schwerkraft angreift
- mit der Masse gewichtetes Mittel der Positionen der Massepunkte

$$r_S = \frac{1}{M} \sum_i (r_i \cdot m_i)$$

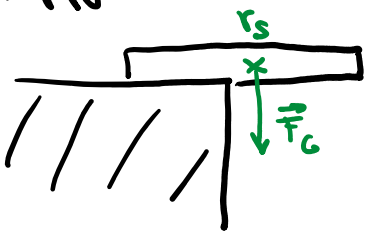
$$r_S = \frac{1}{M} \int r dm$$

Beispiel: $x_S = -x_1 F_1 + x_2 F_2$

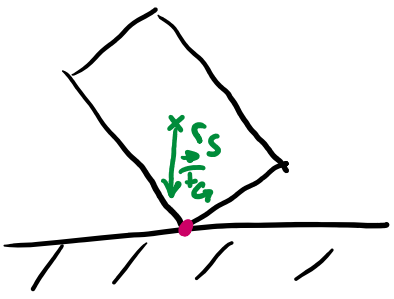


↳Koordinatenursprung

Kippfälle:



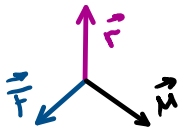
das Objekt fällt, sobald der Schwerpunkt rechts von der Kante liegt

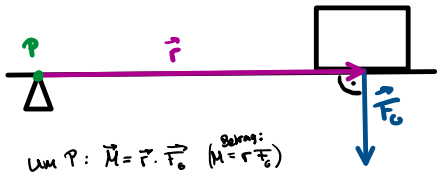


der Quader wird nach links kippen, da sich der Schwerpunkt links vom Auflagepunkt befindet

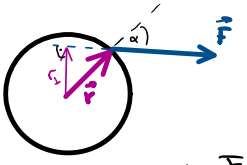
Drehmoment

$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$$
$$M = r \cdot F \cdot sin(\alpha)$$





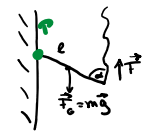
um P: $\vec{M} = \vec{r} \cdot \vec{F_G}$ (Betrag: $M = rF_G$)
↳ Rotation im Uhrzeigersinn



Betrag: $M = r_\perp F = r \sin\alpha F$
↳ verschiebe den Kraftpfeil bis er einen rechten Winkel mit dem zugehörigen Abstandsvektor $r_\perp$ bildet

Das Drehmoment ist vom Bezugspunkt abhängig!
oft ist es sinnvoll, diesen so zu wählen, dass am Bezugspunkt selbst möglichst viele Kräfte angreifen (die demzufolge nicht zum Drehmoment um den Punkt beitragen)

Beispiel:



Stab mit Länge l wird von einem Seil gehalten. Wie groß ist die dafür aufzubringende Kraft F?
Lsg: Da wir die Kräfte am Gelenk nicht kennen, wählen wir dieses als Bezugspunkt P.
$\sum \vec{M} = 0$ um P wird dann zu
$-mg\frac{l}{2}\sin\alpha + Fl\sin\alpha = 0$
$\Rightarrow F = \frac{mg}{2}$

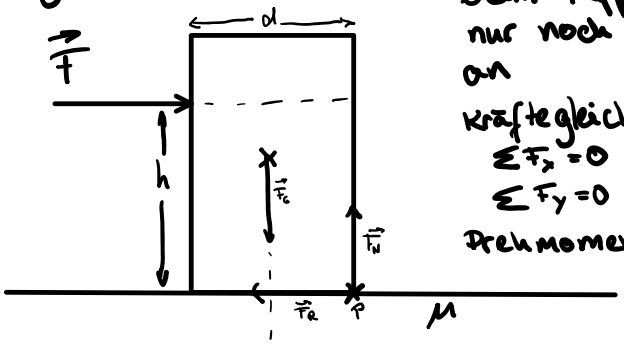
Gilt $\sum \vec{M} = 0$ für einen beliebigen Punkt P eines starren Körpers und $\sum \vec{F} = 0$ für den gesamten Körper, so gilt $\sum M = 0$ auch für jeden anderen Punkt des Körpers
($\sum \vec{M}_A = 0 \rightarrow \sum \vec{M}_B = \sum \vec{M}_A - \vec{r}_{AB} \times \sum \vec{F}_{ges}$, $\sum \vec{F}_{ges} = 0$)
↳ es genügt $\sum \vec{M} = 0$ für einen einzigen Punkt zu lösen!

Übungsaufgabe 1

Eine volle Salzpackung steht auf einer Oberfläche mit Reibungskoeffizient μ. Auf welcher Höhe h muss man gegen die Packung drücken, um sie zum Kippen zu bringen?

(IPhO 1. Runde 2016)

Lsg:



Beim Kippen berührt die Packung die Oberfläche nur noch an Punkt P → dort greifen $\vec{F_N}$ und $\vec{F_R}$ an

Kräftegleichgewichte:
$\sum F_x = 0 \rightarrow F - F_R = 0$, $F_R = \mu F_N$ (Grenzfall, gerade so kein Rutschen → = statt <)
$\sum F_y = 0 \rightarrow F_N - F_G = 0$, $F_G = mg = F_N$ $\rightarrow F_R = \mu mg = F$

Drehmoment um P: $\sum \vec{M} = 0$
$\rightarrow -F \cdot h + F_G \frac{d}{2} = 0$ ← einsetzen
$-\mu mgh + mg\frac{d}{2} = 0$
$\rightarrow h = \frac{d}{2\mu}$ sodass die Packung gerade noch nicht kippt ($\sum \vec{M} = 0$)
$\rightarrow h > \frac{d}{2\mu}$ sodass die Packung kippt

Übungsaufgabe 2

Sechs Blöcke sind mit starren* Stäben in einer horizontalen Linie verbunden und liegen auf einem Tisch mit Reibungskoeffizienten μ. Jeder der Blöcke hat Masse m. Der Block am weitesten links wird mit einer Kraft $\vec{F_{Zug}}$ gezogen, sodass die Blöcke nach links gleiten. Bestimme die Spannkraft am mittleren Stab.

*starrer Körper: der Abstand zwischen zwei Punkten des Körper ist konstant – bei Bewegung findet keine Verformung statt

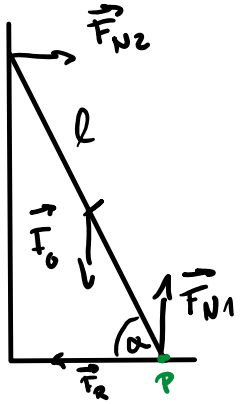
`https://knzhou.github.io/handouts/M2.pdf`, S. 1 (Lsg gegeben)

Übungsaufgabe 3

Eine Leiter lehnt an einer reibungsfreien Wand. Wenn der Haftreibungskoeffizient gegenüber dem Boden μ beträgt, wie groß ist dann der kleinste Winkel, den die Leiter zum Boden bilden kann, ohne abzurutschen?

(aus David Morin: *Introduction to Classical Mechanics*)

Lsg:



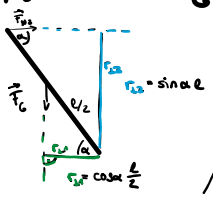
Kräftegleichgewicht:

$\Sigma F_x = 0 \rightarrow F_{N2} - F_R = 0,\ F_R \leq \mu F_{N1}$
$\Sigma F_y = 0 \rightarrow F_{N1} - F_G = 0,\ F_G = mg \quad (1)$
$\Big\} F_{N2} = F_R \leq \mu mg \quad (2)$

Drehmomente um P:

$\Sigma \vec{M} = 0 \rightarrow F_{N2}\, \ell \sin\alpha - F_G \frac{1}{2}\cos\alpha = 0$

(Winkel:



mit (1) und (2)

$\rightarrow \mu mg\, \ell \sin\alpha - mg \frac{\ell}{2}\cos\alpha \geq 0$

$\mu \sin\alpha \geq \cos\alpha \cdot \frac{1}{2}$

$\rightarrow \tan\alpha \geq \frac{1}{2\mu}$

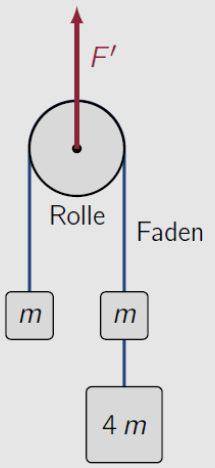
Übung 4

56. IPhO 2026 2. Runde Aufgabe 2 → Lsg. auf der IPhO-Webseite

Professor Atwood kommt gerade von einer Tagung zurück, da bastelt er schon am nächsten Experiment: Er legt einen Faden über eine Rolle und befestigt an beiden Enden des Fadens je einen Körper der Masse m. Nimm an, dass der Faden und die Rolle masselos sind und dass die Rolle frei um ihre zentrale Achse rotieren kann. Er hält nun die Achse der Rolle fest und misst die Kraft F, mit welcher er sie nach oben ziehen muss, um die Rolle mit den Körpern an ihrer Position zu halten.

Jetzt hängt er, wie in der Abbildung gezeigt, an das rechte Massestück einen zusätzlichen Körper mit der Masse $4\,m$. Er hält wieder die Achse fest.

Wie groß ist die Kraft F', mit der er in der gezeigten Situation an der Achse ziehen muss, um sie an ihrer Position zu halten?



A $\frac{5}{3}F$ B $2F$ C $\frac{5}{2}F$ D $3F$

übung 5

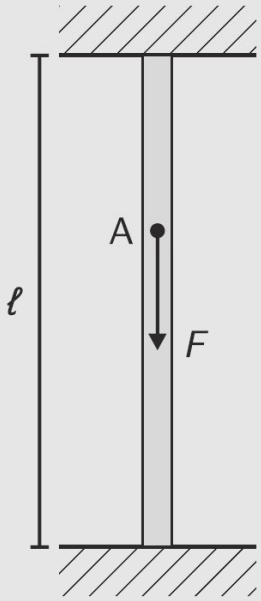
Aufgabe 39 Eingespanntes Gummiband

●●○

(3. Runde zur 42. IPhO 2011)

Ein sehr leichtes Gummiband ist, wie abgebildet, zwischen zwei Platten, die einen festen Abstand von $\ell = 40\,\text{cm}$ voneinander haben, eingespannt. Das Gummiband verhalte sich bei Dehnung wie eine Feder mit einer Federkonstanten von $1{,}0\,\text{N}\,\text{cm}^{-1}$.

Zieht man an einem Punkt A das Gummiband senkrecht nach unten, so verschiebt sich der Punkt A.



a) Bestimmen Sie, welchen anfänglichen Abstand x zur oberen Platte der Punkt A haben muss, damit er sich bei einer aufgewendeten Kraft von $F = 15\,\text{N}$ möglichst weit verschiebt und geben Sie an, wie weit sich der Punkt A verschiebt. Nehmen Sie dazu an, dass das Gummiband im entspannten, d.h. ungedehnten, Zustand eine Länge von $40\,\text{cm}$ besitzt.

b) Bestimmen Sie den entsprechenden Abstand x und die Verschiebung des Punktes A für den Fall, dass das Gummiband im entspannten Zustand eine Länge hat, die deutlich kleiner als ℓ ist.